F 1130

REFERÁLVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXX NUMĂRUL 1 ANUL 1968
IANUARIE — FEBRUARIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с **указанием** „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

OROSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ★ DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT ★ 1863

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXIX – NUMĂRUL 1

IANUARIE — FEBRUARIE

1968

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici* ; Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli* ; Prof. Dr. *S. Călin* ; Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu* ; Prof. *S. Gâdea* ; Conf. Dr. *I. Grădișteanu*, Prof. *C. Ionescu-Bujor* ; Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu* ; Prof. *St. Mantea*; Prof. Dr. *N. Marinescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *R. Răduleț* ; Prof. *Al. Rău* ; Prof. *Al. Spătaru* ; Prof. *L. Stoicescu* ; Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu*.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Sumar

CHIMIE

Gr. Teodorescu, Ileana Niculescu
Metode de dozare pentru N-βcloretil chicohexilamină 17

FIZICA

И. Гerea
Некоторые вопросы ультразвуковой дефектоскопии при повышенных температурах изделии 21

MECANICA

Al. Marinescu, C. Guță
Ecuațiile generale de mișcare ale aparatelor cosmice în procesul de apropiere și întîlnire pe orbite 37

TEORIA MECANISMELOR

N. I. Manolescu, P Antonescu, M. Dranga, S. Cepleu
Mécanismes pour la soudure des portions elliptiques des récipients 47

Iolanda Roban, I. Tempea
High-speed Cams 67

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, D. Cristescu, B. Ungureanu
Studiul parametric al supratensiunilor atmosferice în stații cu ajutorul calculatoarelor numerice 81

ELECTROTEHNICA

N. Galan
Cuplul de pornire a motorului asincron monofazat cu poli ecranați 103

TERMOTEHNICA

Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco
Considerații privind analiza exergetică a proceselor de schimb de căldură din instalațiile termice și frigorifice 117

TEHNOLOGIA METALELOR

I. Sonea
Die physikalischen Vorgänge bei der Elektro-Schlacken-Schweissung und ihre Einfluss auf die Kristallisation 133

ELECTRONICA

M. Petrescu
Caracteristicile de frecvență ale unui amplificator cu tranzistoare cu două etaje, utilizat în invertoarele de semn de impedență . . 143

Резюме

Д. К. 65.028 : 545.81 : 546.13 : 542.951.5

Гр. Теодореску, Ил. Никулеску

Метод количественного определения N—β клоратилциклогексиламин

Аргентометрическое количественное определение производилось косвенным путем азотным кислым серебром, используя в качестве реактива для осаждения соль Райнеке.

Для калориметрического метода использовали соль Райнеке как осаждающий реактив. Образовавшийся осадок был растворен в ацетоне и были измерены экстинкции, используя калориметр типа Ланге.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 550.3 : 534.621.9

И. Гегеа

Некоторые вопросы ультразвуковой дефектоскопии при повышенных температурах изделий

В работе исследуется влияние разных факторов на обнаружение дефектов с помощью ультразвука в малоуглеродистых сталях при повышенных температурах изделий.

Автор сообщает о создании и испытании щупа, способного работать при температуре до 200°С.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 629.19 : 522.621.01

Ал. Маринеску, К. Гуцэ

Общие уравнения движения космических аппаратов в процессе сближения и встречи по орбитам

В работе рассматриваются общие случаи движения космических аппаратов в орбитальной системе координат. Уравнения могут быть применены в отдельности, когда траектории сближения являются коническими кривыми.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621-23/-3 : 621.8.02/.03 : 531 : 621.642 : 621.791.052

Н. И. Манолеску, П. Антонеску, М. Дранга, С. Кеплеу

Механизмы для сварки эллиптических сегментов реципиентов

В работе представлены условия, которые должны быть удовлетворены механизмами, предназначенными для сварки эллиптических днищ, изготовленных из металлов.

Производится синтез механизмов в данных условиях классическим графическим методом для 3, 4 и 5 положений, наложенных плоскости сварки эллиптического днища.

В последней части работы проектируется механизм с помощью своеобразного метода, сопровождаемого также его кинематическим изучением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Summary

D.C. 66.028:545.81:546.13:542.951.5

Gr. Teodorescu, Ileana Niculescu

Methods for Proportioning N-β Chlorineethylcichlohexilamine.

The argentometric proportioning was made indirectly with silver nitrate by using for a precipitation reagent Reineckke's salt.

For the colorimetric method Reineckke's salt was used as a precipitant reagent.

The formed precipitate was dissolved in acetone the extinction being measured by using the colorimeter of the Lange Type.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 550.3:534:621.9

I. Gheghea

On Certain Problems Concerning the Ultrasonic Fault Detection at High Temperatures.

The influence of various factors for detecting the faults by means of ultrasonics is investigated within this work for low — carbon steel products at high temperatures.

The autor's report concerns the design and testing of a feeler suitable to operate up to temperatures of 200°C.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 629.19:522.621.01

Al. Marinescu Al. Guţă

General Equations of the Movement of Spatial Vehicles in the Process of Approaching and Meeting on the Orbits.

The authors determine in the paper the general equations of motion related to a spatial vehicle in front of an orbital system connected to a vehicle which in its turn is moving on any cosmic orbit. They analyze particular cases of these equations which frequently occur in practice.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621-23/-3:621.8.02/.03:531:621.642:621.791.052

N. I. Manolescu, P. Antonescu, M. Dranga, S. Cepleu

Mechanisms for Welding Elliptic-segment Recipients.

The work shows the conditions to be fulfilled by the mechanisms intended for welding the petal shaped elliptic bottoms.

Under these conditions the mechanism synthesis should be carried out by means of the conventional graphical metod for 3, 4 and 5 positions imposed by the elliptical bottom welding plane.

The mechanism is desigend in the last section of this work by means of an original method accompanied also by its kinetic study.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621-23/-3 : 621.8.02/03 : 531.1

И. Робан, И. Темпя

Быстроходные кулачковые механизмы

В работе подчеркивается необходимость принять во внимание ускорений высших порядков и упругости звеньев в изучение кулачковых механизмов, работающих с высокими скоростями ; анализируются также соответственные законы движения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621.316.93 : 621.314 : 621.3.015 : 518 : 621.316.11

К. Динкулеску, Д. Кристеску Б. Унгуряну,

Параметрическое изучение атмосферных сверхнапряжений с помощью численных счетчиков

Исходя из теоретических результатов, предсталленных в предыдущей работе, даются параметрические кривые изменения сверхнапряжений у зажимов трансформаторов на станциях в зависимости от электрического расстояния до разрядчика с изменяемым сопротивлением на стороне падающей волны и на линии, к которой приходит атмосферное сверхнапряжение на станциях 110 кв.

Логическая схема и представленный расчетный алгорифм могут быть использованы также для изучения защиты станций 60 и 220 кв.

Расчеты были выполнены с учетом контуров изоляции линии и действительной работы разрядчика с переменным сопротивлением.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621.331.333 : 621.3.013/014/.015/.016 : 621.318.4

Н. Галан

Пусковая пара однофазного асинхронного двигателя с экранированными полюсами

В данной работе рассчитывается пусковая пара асинхронного двигателя с учетом пространственного распределения электромагнитного поля.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621-23/-3 621.8.02/.03:531.1

I. Roban, I. Tempea

High-speed Cams.

In the paper it is emphasized the necessity to take into account the higher order accelerations and the flexibility of the members in the investigation of high-speed cam mechanisms; there are analysed the corresponding motion equations.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621.316.93:621.314:621.3.015:518:621.316.11

C. Dinculescu, D. Cristescu, B. Ungureanu

Parametric Study of the Station Atmospheric Overvoltages by Means of Digital Computers.

Starting with the theoretical results, presented in a previous work, the parametric curves for overvoltage variation at the station transformer terminals are given, depending on the electric distance up to the variable resistance discharger on the incident wave side and on the line the atmospheric overvoltage arrives in the 100 kV stations.

The logical diagram and calculating algorithm presented may be used also for the study of the 60 and 200 kV station protection.

The calcualtions have been carried out taking into account the line insulation flashover and the actual operation of the variable resistance discharger.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621.313.333:621.3.013/.014/.015/.016:621.318.4

N. Galan

The Starting Moment of the Shades Pole Motor.

This paper shows the calculus of the starting moment of the shades pole motor, taking into account the electromagnetic field's distributed.

Bul., Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621.1.01 : 536.24 : 621.56 : 621 483 : 621.499

Тр. Николеску, Ал. Дэнеску, Вс. Радченко

К вопросу об эксергетическом анализе теплообменных процессов, протекающих в тепловых и холодильных установках

В статье развиты основы эксергетического метода анализа теплообменных процессов, протекающих в тепловых и холодильных установках. Исходя от основного уравнения эксергии показывается, что величина $\Theta_e = 1 - \frac{T_o}{T}$, наименованная в работе эксергетическим фактором температуры, имеет общее применение во всех циклических и открытых процессах. Применяя этот фактор, демонстрируется, что потери эксергии от конечной разности температур пропорциональны разности средних эксергетических факторов температур агентов, а эксергетический относительный к.п.д. теплообменника равен отношению этих факторов.

Предлагается новый графический метод определения потерь и эксергетического к.п.д., применяя диаграмму $\Theta_e - Q$, который имеет преимущество по отношению к методу Ранта. В статье анализированы также потери от гидравлических сопротивлений и теплообмена с окружающей средой, применяя диаграмму $e - i$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

И. Соня Д. К. 621.791.7 : 621.18

Физические процессы при электрической сварке в шлаковой ванне и их влияние на кристализацию

В первой части работы показываются характерные свойства сварных соединений в шлаковой ванне. Воспроизводится влияние некоторых факторов : поверхностное напряжение, плотность тока, диаметр электрода, влияние реострикции на процессы, происходящие при сварке в шлаковой ванне.

В продолжении рассматривается влияние физических процессов на кристаллизацию, процессы диффузии созданного термического поля, скорость охлаждения. Указано влияние ультразвуковых колебаний, как активная энергия, на структуру сварных швов в шлаковой ванне.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

Д. К. 621.385 : 621.314.7 : 621.375.4 : 621.314.2 : 621.3.018.621.3.015

М. Петреску

Частотные характеристики двухкаскадного транзисторного усилителя, используемого в инверторах знака импеданса

На основе эквивалентной схемы усилителя, автор анализирует его поведение в широком диапазоне частот. Рассматривается влияние введения глобальной отрицательной обратной связи параллельно-последовательного типа, на частотные характеристики усилителя. Дается сравнение выводов теоретического анализа с экспериментальными результатами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621.1.01:536.24:621.56:621.483:621.499

Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco

Considerations Concerning the Exergetic Analysis of Heat Exchange Processes in Thermal and Refrigerating Plants.

The authors develop in the paper the basis of the exergetic analysis method for heat exchange processes within thermal and refrigerating plants. Starting with the basic exergy equation they show that the magnitude $\Theta_e = 1 - \frac{T_o}{T}$, called in the paper exergetic temperature factor, has a general applicability in all processes effected by means of cycles, as well as in open processes. Using this factor, the authors demonstrate that exergy losses due to finite temperature differences are proportional to the difference of the mean temperature exergetic factors of both fluids, the relative exergetic output of a heat exchanger being specified by the ratio of these factors. The authors suggest a new graphic method of determining the exergetic losses and output by using the diagram $\Theta_e - Q$ which is more advantageous than Rant's method.

The losses induced by hydraulic stresses and outer heat flow are specified ,using to this end the diagram $e - i$.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621.791.7:621.18

I. Sonea

Physical Processes for Electric Welding under Slag Bath and Their Influence on Crystallization.

The first section of the work shows the characteristic features of the joints welded under slag bath. The influence of some factors such as: surface tension, current density, electrode diameter, rheostriction phenomenon for the processes taking place when welding in slag bath are drawn up.

The influence of the physical processes over crystallization the diffusion processes of the created thermal field and cooling rate are further analyzed. The ultra-sonnic oscillations influencing as active energy the welded seam structure in slag bath is shown.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.C. 621.385:621.314.7:621.375.4:621.314.2:621.3.018:621.3.015

M. Petrescu

Frequency Characteristic of a Two Stage Transistors Amplifier Used in Impedance Sign Inverters.

Relying on the amplifier equivalent diagram, the author makes a full analysis of its behaviour in an extensive range of frequencies. He studies the effect of the introduction of a voltage series negative reaction on the amplifier frequency characteristics. The author confronts the conclusions of the theoretic analysis with the experimental results.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Résumé

C.D. 66.028:545.81:546.13:542.951.5

Gr. Teodorescu, Ileana Niculescu

Méthodes pour le dosage N-β chloréthylcyclohexilamine.

Le dosage argentométrique s'est réalisé par voie indirecte à l'aide d'azotate d'argent, en utilisant pour réactif de précipitation le sel de Reinechke.

Pour la méthode colorimétrique on a utilisé le sel de Reinechke comme réactif précipitant. Le précipité résulté s'est dissout dans de l'acétone et on a mesuré les extinctions en utilisant le colorimètre de type Lanage.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

I. Gheghea C.D. 550.3:534:621.9

Quelques problèmes de la défectoscopie à ultra-sons à de hautes températures.

Dans ce travail on étudie l'influence des différents facteurs sur la découverte des défauts à l'aide des ultra-sons dans les produits en acier à faible teneur en carbone, à de hautes températures.

L'auteur fait des communications sur la conception et l'essai d'un palpeur capable de fonctionner jusqu'à la température de 200°C.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Al. Marinescu Al. Guţă C.D. 629.19:522.621.01

Equations générales de mouvement des appareils cosmiques dans le processus de rapprochement et de rencontre sur les orbites.

Dans l'ouvrage, les auteurs établissent les équations générales du mouvement relatif d'un engin cosmique par rapport à un système orbital relié à un appareil qui se meut à son tour sur une orbite cosmique que'conque. Ils analysent les cas particuliers de ces équations qui surviennent souvent dans les applications.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621-23/-3:621.8.02/.03:531:621.642:621.791.052

N. I. Manolescu, P. Antonescu, M. Dranga, S. Cepleu

Mécanismes pour la soudure des portions elliptiques des récipients.

Le travail présente les conditions qui doivent être réalisées par les mécanismes destinés à la soudure des fonds elliptiques confectionnés en pétales.

Dans ces conditions on effectue la synthèse des mécanismes par la méthode graphique classique pour 3, 4 et 5 positions imposées par le plan de soudure du fond elliptique.

Dans la dernière section du travail est projété le mécanisme à l'aide d'une méthode originale accompagnée aussi de son étude cinématique.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Zusammenfassung

D.K. 66.028:545.81:546.13:542.951.5

Gr. Teodorescu, Ileana Niculescu

Verfahren zur Dosierung von N-β Chloräthyleiclohexilamine

Die argentometrische Dosierung wurde indirekt verrichtet durch Silbernitrat. Als Niederschlagreagens wurde Reinecke's Salz verwendet.

Für die kolorimetrische Methode wurde Reinecke's Salz als Niederschlagreagens verwendet. Der formierte Niederschlag wurde in Azeton aufgelöst, die Extinktionen wurden mit dem Lange-Kolorimeter gemessen.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

I. Gheghea D.K. 550.3:534:621.9

Aufgaben der Defektoskopie mit Ultraschall bei hohen Temperaturen

In der Arbeit wird der Einfluss der verschiedenen Faktoren bei der Entdeckung der Mängel mit Hilfe des Ultraschalls in den Erzeugnissen die aus Stahl mit einem geringen Kohlenstoffgehalt hergestellt sind und eine hohe Temperatur haben, untersucht.

Der Verfasser nacht Mitteilungen betreffend den Entwurf und Versuch eines Tasters, der bis zu Temperaturen von 200°C arbeiten kann.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

Al. Marinescu Al. Guţă D.K. 629.19:522:621.01

Allgemeine Bewegungsgleichungen der kosmischen Geräte in dem Annäherungs- und Begegnungsprozess auf der Bahn.

In der Arbeit werden die allgemeinen Gleichungen der Relativbewegung eines kosmischen Apparates, gegenüber einem orbitalen System bestimmt das ein sich selbst auf einer gewissen kosmischen Bahn bewegendes Greät gebunden ist. Es werden die besonderen Fälle diese Gleichungen anaysiert die während der Anwendungen häufig auftreten.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621-23/-3:621.8.02/.03:531:621.642:621.791.052

N. I. Manolescu, P. Antonescu, M. Dranga, S. Cepleu

Getriebe zum selbsltätigen Schweissen der elliptischen Böden.

In der Arbeit werden die Bedingungen angeführt, die von den zum Schweissen der elliptischen, aus Teilen hergestellten Böden bestimmten Getriebe erfüllt werden müssen.

Unter diesen Bedingungen wird die Synthese der Getriebe durch die klassische graphische Methode für 3, 4 und 5, den Schweissplan des elliptischen Bodens auferlegten Stellungen gemacht.

Im letzten Teil der Arbeit wird das Getriebe projektiert, u.zw. mit Hilfe einer originellen Methode die vom kinematischen Studium desselben begleitet wird.

Bul., Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621-23/-3:621.8.02/.03:531.1

I. Roban, I. Tempea

Cames pour grandes vitesses

Dans l'article on met en évidence la nécessité de prendre en considération dans l'étude des mécanismes à cames des accélérations d'ordre supérieur et de l'élasticité des éléments ; on analyse les lois de mouvement correspondants.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621.316.93:621.314:621.3.015:518:621.316.11

C. Dinculescu, D. Cristescu, B. Ungureanu

Étude paramétrique des surtensions atmosphériques dans les stations à l'aide des calculateurs numériques.

A partir des résultats théoriques présentés dans un travail antérieur, on donne les courbes paramétriques de la variation des surtensions aux bornes des transformateurs des stations, en fonction de la distance électrique jusqu'au déchargeur à résistance variable du côte de l'onde incidente et de la ligne d'arrivée de la surtension atmospérique dans les stations de 110 kV.

Le schéma logique et l'algorithme de calcul présenté peuvent être utilisés aussi pour l'étude de la protection des stations de 60 et 220 kV.

Les calculs ont été effectués en tenant compte du contournement de l'isolation de la ligne et du fonctionnement réel du déchargeur à résistance variable.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621.313.333:621.3.013/.014/.015/.016:621.318.4

N. Galan

Le couple de démarrage du moteur asynchrone monophasé avec enroulement auxiliare en court-circuit.

Dans cet ouvrage on calcule le couple de démarrage du moteur asynchrone avec enroulement auxiliare en court-circuit, ayant en vue la répartition spatiale du champ électromagnétique.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621-23/-3:621.8.02/.03:351.1

I. Roban, I. Tempea

Nocken für hohe Geschwindigkeiten

In der Arbeit wird die Notwendigkeit hervorgehoben, bei dem Studium der Werke mit Nocken die mit hoher Geschwindigkeit arbeiten der Geschwindigkeiten hohen Grades und der Elastizität der Elemente Beachtung zu schenken; es werden die entsprechenden Bewegungsgesetze analysiert.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621.316.93:621.314:621.3.015:518:621.316.11

C. Dinculescu, D. Cristescu, B. Ungureanu

Das parametrische Studium der atmosphärischen Überspannung in den Stationen mit Hilfe der Digitalrechner

Ausgehend von den in einer vorhergehenden Arbeit aufgeführten theoretischen Ergebnissen, werden die parametrischen Variationskurven der Überspannung an den Trafoklemmen angegeben u.zw. in Abhängigkeit von der elektrischen Entfernung bis zu dem Entlader mit veränderlichem Widerstand von der Seite der Inzidenzwelle und der Linie auf der die atmosphärische Überlastung in die Stationen mit 110 kV gelangt.

Das logische Schema und der Berechnungsalgorithmus können auch für das Studium des Schutzes für die Stationen von 60 und 220 kV benützt werden.

Die Berechnungen wurden unter Berücksichtigung der Umreissung der Isolationslinie und des tatsächlichen Betriebs des Entladers mit veränderlichem Widerstand durchgeführt.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621.313.333:621.3.013/.014/.015/.016:621.318.4

N. Galan

Der Anlaufmoment des monophasigen Spaltmotors.

Man berechnet in dieser Arbeit der Anlaufmoment des Spaltmotors auf Grund der räumlichen Verteilung des elektromagnetischen Feldes.

Bul.. Inst. politehnic ,,Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621.1.01:536.24:621.56:621 4.183:621.499

Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco

Considérations concernant l'analyse exergétique des processus d'échange de chaleur dans les installations thermiques et frigorifiques.

Les auteurs développent dans l'article les bases de la méthode d'analyse exergétique des processus d'échange de chaleur dans les installations thermiques et frigorifiques. En partant de l'équation fondamentale de l'exergie, les auteurs démontrent que la grandeur $\Theta_e = 1 - \frac{T_o}{T}$, nommée dans l'ouvrage facteur exergétique de température, a une applicabilité générale dans tous les processus effectués tant à l'aide des cycles, que dans les processus ouverts. En utilisant ce facteur ils démontrent que les pertes d'exergie dues à la différence finie de température sont proportionnelles à la différence des facteurs exergétiques moyens de température des deux fluides, le rendement exergétique relatif d'un échangeur de chaleur étant précisé par le rapport de ces facteurs. Ils proposent une nouvelle méthode graphique de détermination des pertes et du rendement exergétique en utilisant le diagramme $\Theta_e - Q$, qui présente des avantages par rapport à la méthode de Rant. Les auteurs précisent aussi les pertes provoquées par les résistances hydrauliques et le flux de chaleur venant de l'extérieur en utilisant dans ce but le diagramme $e - i$.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

I. Sonea

C.D. 621.791.7:621.18

Processus physiques sur la soudure électrique en bain de scorie et leur influence sur la cristallisation.

Dans la première partie du travail on indique les propriétés caractéristiques des joints soudés en bain de scorie. On expose l'influence de certains facteurs, tels que : la tension supercifielle, la densité du courant, le diamètre de l'électrode, le phénomène de rhéostriction, sur les processus qui ont lieu pendant la soudure en bain de scorie.

On analyse ensuite l'influence des processus physiques sur la cristallisation, les processus de diffusion du champs thermique créé, la vitesse de refroidissement. On montre l'influence des oscillations ultra sonores comme énergie active sur la structure des joints soudés en bain de scorie.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

C.D. 621.385:621.314.7:621.375.4:621.314.2:621.3.018:621.3.015

M. Petrescu

Caractéristiques de fréquence d'un amplificateur à transistors à deux etages, utilisé dans les inverteurs du signe d'impédance.

A partir du schéma équivalent de l'amplificateur, l'auteur fait une analyse complète de son comportement dans un large domaine de fréquences. Il examine l'effet de l'introduction d'une réaction négative globale série de tension sur les caractéristiques de frépuence de l'amplificateur. L'auteur confronte les conclusions de l'analyse théorique avec les résultats expérimentaux.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621.1.01:536.24:621.56.621.483:621.499

Tr Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco

Betrachtungen über die exergetische Analyse der Wärmewechselprozesse aus den Kälte- und Wärmeanlagen.

In vorliegendem Artikel werden die Grundlagen der Methode zur exergetischen Analyse der Wärmewechselprozesse aus den Wärme- und Kälteanlagen studiert. Von der grundlagenden Gleichung der Exergie ausgehend, wird gezeigt, dass die Grösse $\Theta_e = 1 - \frac{T_o}{T}$, in der Arbeit exergetischer Temperaturfaktor genannt, in allen durchgeführten Vorgängen allgemein angewendet werden kann und zwar, sowohl mit Hilfe der Zykluse, als auch in den offenen Vorgängen.

Diesen Faktor benützend, wird gezeigt, dass die Exergieverluste zufolge der begrenzten Temperaturdifferenz proportional mit der Temperaturdifferenz der mittleren exergetischen Fatoren der zwei Flüssigkeiten sind und die relative energetische Leistung eines Wärmeaustauschers durch das Verhältnis dieser Faktoren bestimmt wird.

Es wird eine neue graphische Methode zur Bestimmung der exergetischen Verluste und Leistung vorgeschlagen und zwar unter Benützung des Diagramms $\Theta_e - Q$, das Vorteile gegenüber der Rant-Methode vorweist.

Es werden auch die durch hydraulischen Widerstand und durch den von aussen kommenden Wärmefluss verursachten Verluste bestimmt. Zu diesen Zweck wird das Diagramm $e - i$ angawendet.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

I. Sonea D.K. 621.791.7:621.18

Physikalische Vorgänge bei der Elektro-Schlacken-Schweissung und ihre Einfluss auf die Kristallisation.

Im ersten Teil der Arbeit werden die kennzeichnenden Merkmale der in Schlackenbad geschweissten Verbindungen dargestellt. Es werden die Einflüsse einiger Faktoren wie z.B. die Oberflächenspannung, die Stromdichte, der Durchmesser der Elektrode die Reostriktionserscheinung auf die Vorgänge, die bei der Schlacken-Schweissung stattfinden, wiedergegeben.

Weiter wird der Einfulss der physikalischen Vorgänge, Diffusionvorgänge, gebildetes thermisches Feld, Abkühlungsgeschwindigkeit auf die Kristallisation analysiert.

Ebenfalls wird der Einfluss der Ultraschallschwingungen als aktive Energie auf die Struktur der im Schlackenbad geschweissten Nähte dargestellt.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

D.K. 621.385:621.314.7:621.375.4:621.314.2:621.3.018:621.3.015

M. Petrescu

Die Frequenzkennlinien eines Verstärkers mit zweistufigen Transistoren, der in den Impedanzzeichen-Umkehern benützt wird.

Auf Grund des Verstärker-Ersatzschemas wird eine vollkommene Analyse des Verhaltens desselben in einem weiten Frequenzbereich durchgeführt. Es wird der Effekt der Einführung einer zusammenfassenden negativen Reaktion der Spannungsreihe auf die Verstärker-Frequenzkennlinien geprüft.

Die Schlussfolgerungen der theoretischen Analyse werden den Experimentalergebnissen gegenübergestellt.

Bul.. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti. Tom. XXX Nr. 1/1968

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

CHIMIE

CZ. : 66.028:545.81:546.13:542.951.5

METODE DE DOZARE PENTRU N-β CLORETIL CICLOHEXILAMINA*

GR. TEODORESCU, ILEANA NICULESCU

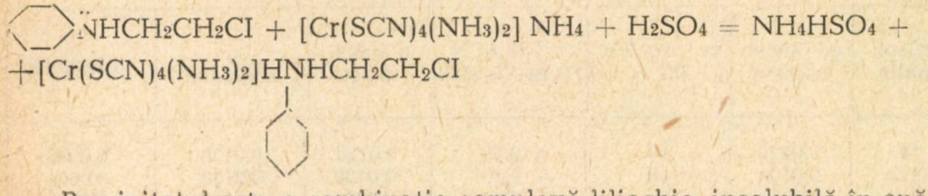
În această notă s-a instituit metodă de dozare argentometrică şi metodă de dozare colorimetrică pentru N-β cloretilciclohexilamina.

Nota I

Metoda argentometrică

Dozarea argentometrică s-a făcut indirect cu azotat de argint folosind ca reactiv de precipitare sarea lui Reinecke (tetratiocianato-diaminocromatul de amoniu $[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]NH_4$

Reacţia care are loc este următoarea :



Precipitatul este o combinaţie complexă liliachie, insolubilă în apă şi foarte solubilă în acetonă. După separarea şi solubilizarea complexului în acetonă se adaugă exces de azotat de argint :

$$[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]HN(C_6H_5)H\,CH_2CH_2CI + 2\,AgNO_3 = [Cr(SCN)_4(NH_3)_2]Ag +$$

$$+ C_6H_5NH - CH = CH_2 + 2\,HNO_3 + AgCI$$

După filtrarea precipitatului format se titrează excesul de soluţie de azotat de argint cu soluţie de tiocianat de amoniu 0,1 n, în prezenţă de alaun feric drept indicator.

Mod de lucru

Se iau într-un flacon cu o semimicrobiuretă 1→5 cc soluţie de analizat ce conţine 0,0130—0,0650 g, se acidulează cu 1→3 picături de acid sulfuric şi se adaugă prin agitare picătură cu picătură dintr-o soluţie sare

* Manuscris predat la redacţie la 20 mai 1967.

Reinecke 2% proaspăt preparată, astfel ca soluția de deasupra precipitatului să rămînă intens colorată. Se lasă precipitatul să se depună și se filtrează pe un creuzet filtrant G_4. Se antrenează cantitativ precipitatul în creuzet spălîndu-se totodată cu soluție de reactiv de precipitare 1%, de 3→4 ori cu cîte 3→5 cc de fiecare dată și la sfîrșit de 2→3 ori cu 2→3 cc apă distilată.

Se dizolvă după aceea precipitatul direct pe creuzet cu acetonă, prinzînd cantitativ filtratul într-un balon cotat de 100 cc, iar apoi se adaugă 10→20 cc de azotat de argint 0,1 n. Se acidulează cu 2→3 picături de acid azotic și se aduce la semn cu apă distilată. Se filtrează pe filtru cantitativ uscat prinzînd filtratul în sticlă brună uscată, din care se iau probe de 25 cc. în flacoane de titrare. Se acidulează cu cîteva picături de acid azotic, se adaugă 1→2 cc alaun feric și se titrează cu o soluție de tiocianat de amoniu 0,1 n de factor cunoscut.

Din ecuație rezultă că jumătate din diferența dintre numărul de cc de azotat de argint 0,1 n adăugat în exces și numărul de cc de tiocianat de amoniu, 0,1 n cu care s-a titrat, reprezintă numărul de cc de azotat de argint ce a legat clorul din complexul format.
Deci 1 cc soluție de azotat de argint 0,1 n corespunde la 0,0155/2 grame de N—β cloretilciclohexilamină.

Rezultatele obținute sînt concretizate în tabela 1.

Tabela nr. 1

cc. sol. analiz.	g. subst. analizat	cc. $AgNO_3$ 0,1 n	cc. NH_4SCN f 0,1n = 0,9634	g subst. dozat	g subst./cc	diferența
1	0,0129	10	9,55	0,0126	0,0126	0,0003
1,5	0,0194	10	9,10	0,0130	0,0130	0,0001
2	0,0258	10	8,60	4,0264	0,0132	0,0003
2,5	0,0323	15	13,45	0,0318	0,0127	0,0002
3	0,0389	15	13,20	0,0389	0,0127	0,0002
3,5	0,0452	15	12,60	0 0450	0,0128	0,0001
4	0,0516	20	4,35	0,0519	0,0129	0,0000
4,5	0 0581	20	16,80	0,0589	0,0130	0,0001
5	0,0646	20	16,25	0,0651	0,0130	0,0001

Reactivi folosiți :

Soluție de N—β cloretilciclohexilamină
Soluție 2% sare Reinecke
Soluție de spălare sare Reineche 1%
Soluție de azotat de argint 0,1 n
Soluție de tiocianat de amoniu 0,1 n
Soluție de alaun feric
Soluție de acid azotic diluat
Soluție de acid sulfuric diluat

Nota II

Metoda colorimetrică

Deoarece produsul este foarte solubil în acetonă s-a putut institui și metodă de dozare colorimetrică.

Mod de lucru.

Se iau probe de soluție ce conțin 0,0130→0,0650 g soluție de analizat. se acidulează cu 2→3 picături acid sulfuric și se adaugă soluție sare Reinecke 2% pînă la completa precipitare. Se lasă precipitatul să se depună după care se filtrează imediat pe creuzet filtrant G_4. Se spală precipitatul de 3→4 ori cu 2→5 cc soluție de reactiv 0,1% iar la sfîrșit de 2→3 ori cu cîte 2→3 cc de apă distilată. Se trage bine la trompă și se dizolvă precipitatul direct pe creuzetul filtrant cu acetonă, prinzînd cantitativ soluția într-un balon cotat de 100 cc. Se completează la semn cu apă distilată după care se face colorimetrarea soluției la fotocolorimetru tip B. Lange.

S-au trasat curbele etalon pregătindu-se soluții de sare Reinecke care să aibă titru T=0,0560 ; 0,0840 ; 0,1120 ; 0,1680 g/cc, solventul folosit fiind acetona. S-au obținut extincțiile E=0,53 ; 0,085 ; 0,115 ; 0,173.

S-a trasat curba de etalonare și s-a trecut în aceiași zi la colorimetrarea soluțiilor de analizat. Rezultatele obținute sînt concretizate în tabela nr. 2.

Tabela nr. 2

Grame substanță luată g/ml	Grame substanță găsită g/ml	Eroare
0,000323	0,000327	+ 1,19%
0,000389	0,000388	— 0,31%
0,000452	0,000446	— 1,32%

Laboratorul de chimie anorganică și analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Spacu P., Teodoresco Gr.* Bul. Inst. Politehnic nr. 1, 1956.
2. *Spacu P., Teodorescu Gr.* Bul. Inst. Politehnic nr. 1, 1956.
3. *Spacu P., Teodorescu Gr.* Revista de chimie nr. 1, 1957.
4. *Teodorescu Gr., Dinescu A.* Bul. Inst. Politehnic nr. 1, 1964.
5. *Teodorescu Gr., Niculescu Il.*, Bul. Inst. Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" nr. 1, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

FIZICĂ

C.Z. : 550.3:534:621.9

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ДЕФЕКТОСКОПИИ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ ИЗДЕЛИЙ *

ИОН ГЕГЕА

Работоспособность и надежность машин и установок в эксплуатации в значительной степени определены качеством примененных деталей, поэтому в современном производстве контроль полуфабрикатов и готовых изделий имеет чрезвычайно большое значение. С точки зрения производства особый интерес представляют методы контроля изделий, не сопряженные с их разрушением, так как такие методы позволяют проводить дефектоскопию всех деталей и судить об опасности каждого дефекта.

Обнаружение внутренних дефектов с помощью ультразвука осуществляется тремя методами: резонансным, теневым и эхо-импульсным. Из этих методов самое большое распространение получил последний. Сущность его заключается в посылке короткого ультразвукового импульса в контролируемую деталь и регистрации отраженных от дефектов сигналов. Преимущества этого метода над остальными состоят в большой разрешающей способности, чувствительности и возможности контроля деталей, доступ к которым возможен только со стороны одной поверхности.

В настоящее время почти не существует области производства, где не применялась бы ультразвуковая дефектоскопия, но ее применение органичивается деталями, имеющими комнатную температуру. Вместе с тем, во многих случаях встречаются изделия, дефектоскопию которых желательно проводить при температуре выше комнатной; это уменьшает затраты времени и энергии. Кроме того, контроль разных изделий машин и установок, работающих при повышенных температурах, повышает надежность в работе и удлиняет срок эксплуатации.

Расширение области применения ультразвуковой дефектоскопии в направлении высоких температур связано с решением следующих задач:

1. Осуществление акустического контакта между щупом и поверхностью контролируемого изделия;

2. Изучение особенности распространения ультразвуковых волн в неоднородно нагретых телах;

---

* Работа была представлена на Научной сессии преподавателей Политехнического Института им. Георге Георгиу-Деж, Бухарест 27-29 мая 1966 г.

3. Исследование температурной зависимости затухания и скорости ультразвуковых волн;

4. Изучение влияния разных факторов на обнаружение дефектов в нагретых изделиях;

5. Создание и испытание щупов, способных работать при повышенных температурах.

При экспериментальном исследовании вышеупомянутых задач возникают значительные трудности, связанные с осуществлением акустического контакта и работы преобразователей при повышенных температурах. Этим объясняется малое количество работ, опубликованных по данной тематике.

Известно, что при комнатной температуре звуковая энергия от пьезопластинки передается в контролируемое изделие через тонкую пленку из трансформаторного масла или применением иммерсионного метода.

При высоких температурах акустический контакт также должен осуществляться посредством применения жидкостной пленки. В этом случае к контролирующей жидкости предъявляются следующие требования:

а) выдерживать высокие температуры в тонких пленках без их разрушения;

б) хорошо проводить ультразвуковые колебания;

в) хорошо смачивать поверхность изделия.

Найти жидкости, удовлетворяющие всем этим условиям в широком интервале температур очень трудно, но для узких интервалов это возможно. Так, при температурах до 350—400°С можно использовать силиконовые масла марки *DC* (изготовляются в Англии и США). В интервале температур от 100 до 500°С можно также использовать тетраконтан (точка кипения 540°С). Но эти жидкости очень дороги и дефицитны.

В наших опытах использовались глицерин, силиконовое масло (точка кипения около 290°), легкоплавкие металлы (металл Вуда, олово, свинец) и смесь солей с высокой точкой плавления (смесь 56% ClK + + 44% ClNa). Был также экспериментирован метод передачи ультразвуковой энергии через поток воды.

На основе многочисленных опытов мы можем заключить, что глицерин с успехом используется до температуры 180°С, силиконовое масло — до 290°С, а легкоплавкие металлы — приблизительно до 540°С. Акустический контакт через струю воды был реализован при температуре около 500°С. При температурах намного выше (740—800)°С использовалась смесь из поваренной соли и хлористого калия.

Главными параметрами в распространении ультразвуковых волн являются затухание их по мере проникновения в материал и скорость распространения.

При комнатной температуре, а также при температуре ниже нуля затухание было исследовано во многих работах, и в настоящее время имеется достаточное количество данных. Намного хуже обстоит дело со сведениями о значении затухания при температуре выше комнатной. О результатах этих исследований опубликовано всего несколько работ

[1, 2, 3]. Это объясняется трудностями, возникающими при передаче ультразвуковой энергии в нагретых металлах и отсутствием пьезоэлектрических материалов, способных работать при высоких и очень высоких температурах.

Последнюю трудность можно преодолеть, используя линии задержки для передачи ультразвуковой энергии в нагретых образцах, так что пьезопластинка работает при комнатной температуре. Этот метод можно с успехом применять для определения зависимости скорости ультразвуковых волн от температуры. Применение этого метода и в случае определения затухания при повышенных температурах образца обусловлено влиянием неравномерно нагретых частей в данных измерениях.

При помещении линии задержки одним концом при повышенной температуре, а другим при комнатной, вдоль него получаются неоднородные части, в которых плотность и упругие параметры изменяются от точки к точке. Такие неоднородно нагретые тела встречаются также и в практике ультразвуковой дефектоскопии при повышенных температурах изделий.

Распространение звуковых волн в неоднородные среды мало исследовано, из-за математических трудностей, встречающихся при решении уравнений распространения волны.

Уравнения распространения упругих волн в неоднородные среды представляются следующим образом [4]:

$$\nabla[(\lambda+2\mu)\nabla\cdot\bar{U}]-\nabla\times(\mu\nabla\times\bar{U})+2[(\nabla\mu\cdot\nabla)\bar{U}-$$

$$-(\nabla\mu)(\nabla\cdot\bar{U})+(\nabla\mu)\times(\nabla\times\bar{U})]-\varrho\frac{\partial^2\bar{U}}{\partial t^2}=0 \qquad (1)$$

где $\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\bar{i}+\frac{\partial}{\partial y}\bar{j}+\frac{\partial}{\partial z}\bar{k}$ оператор Гамильтона

λ, μ — упругие параметры материала

ϱ — плотность

$\bar{U}$ — вектор смещения

Когда λ, μ и ϱ не зависят от координат точки, векторное уравнение (1) разбивается на два скалярных уравнения, — одно представляет уравнение распространения продольных волн, а другое — поперечных.

Для неоднородных сред λ, μ и ϱ изменяются от точки к точке, и решение уравнения (1) таким же путем, как в случае однородных сред, возможно только при некоторых условиях, поставленных неоднородностями среды и направлением распространения волны. В общем случае продольные и поперечные волны смешиваются, что очень затрудняет решение векторного уравнения (1).

В однородных средах превращение волны одного типа в волны другого типа получается только на границе раздела двух сред (при наклонном падении волны на границе раздела сред). В неоднородных средах волны превращаются друг в друга в каждой точке.

Существуют следующие случаи, когда волны одного типа могут распространяться без появления другого:

1) Среда является слоистой, (то есть параметры λ, μ и ρ зависят только от одной координаты — скажем z — а в плоскости, перпендикулярной к этому направлению, они постоянны), а волна является плоской и распространяется перпендикулярно к слоям.

2) Среда является слоистой, а волна поперечная и поляризована в плоскости слоя.

Во всех других случаях полное разделение движения невозможно. Найдутся такие слоисто-неоднородные среды, в которых могут распространяться или чисто продольные или чисто поперечные волны. Но в одной и той же среде невозможно распространение в одном случае только волн одного типа, а в другом - только второго.

В случае слоисто-неоднородной среды и при перпендикулярном падении упругой волны к слою, уравнение (1) разделяется на следующие скалярные уравнения:

$$\rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left[(\lambda + 2\mu)\frac{\partial U_z}{\partial z}\right] \tag{2 а}$$

$$\rho \frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu \frac{\partial U_x}{\partial z}\right) \tag{2 б}$$

$$\rho \frac{\partial U_y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu \frac{\partial U_y}{\partial z}\right) \tag{2 в}$$

Уравнение (2 а) описывает распространение продольных волн в направлении оси z, а (2 б) и (2 в)-уравнения распространения поперечных волн в том же направлении.

Решения уравнений типа (2 а), (2 б) и (2 в), были найдены и другими авторами, но или в предположении, что плотность является постоянной [5] или же при помощи последовательных приближений [6]. В первом случае задача очень упрощена, а во втором не дает возможности получить точное решение.

В настоящей работе рассматривается случай, когда λ, μ и ρ зависят от z в следующем виде:

$$\rho = \rho(z_0)\left(\frac{z}{z_0}\right)^{\delta-2};\quad \lambda = \lambda(z_0)\left(\frac{z}{z_0}\right)^{\delta};\quad \mu = \mu(z_0)\left(\frac{z}{z_0}\right)^{\delta} \tag{3}$$

Следует, что в этом случае скорость распространения волны зависит от z по линейному закону

$$c = c(z_0)\frac{z}{z_0} \tag{4}$$

$\rho(z_0)$, $\lambda(z_0)$, $\mu(z_0)$ и $c(z_0)$ — плотность, упругие параметры и скорость волны в некоторой точке $z = z_0$; δ — произвольный параметр.

Так как уравнения (2) имеют одну и ту же форму, они решаются одинаковым путем.

Решения уравнения (2 а) в случае зависимости параметров λ, μ и ρ от z по законам (3), можно записать в виде:

$$U_z = \left[B^+ \left(\frac{z}{z_0} \right)^{\beta+} + B^- \left(\frac{z}{z_0} \right)^{\beta-} \right] e^{i\omega t} \tag{5}$$

$$\text{где } \beta^{\pm} = p \mp \sqrt{p^2 - s^2}; \; p = \frac{1-\delta}{2} \tag{6}$$

$$s = K(z_0)\, z_0; \; K(z_0) = \frac{\omega}{c(z_0)} \text{ волновое число при } z = z_0$$

B^+, B^- — постоянные

Первое слагаемое решения (5) представляет собой волну, распространяющуюся в положительном направлении оси z, а второе — в отрицательном направлении.

Чтобы определить влияние неоднородного слоя на распространение волны, определим — для изучаемого случая — коэффициент отражения и прохождения волны при прохождении ее через неоднородный слой толщиной L. С этой целью мы представим три слоя (рис. 1).

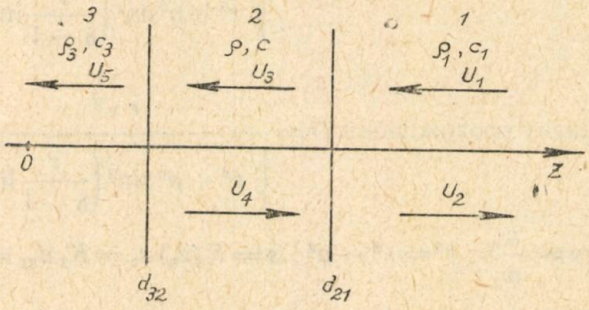


Рис. 1. Схематическое изображение прохождения плоской упругой волны через неоднородный слой.

Первый и третий однородные, а второй — неоднородный. В первом и третьем слое ρ, c и, следовательно, акустический импеданс w постояны и равны ρ_1, c_1, w_1 и ρ_3, c_3, w_3 соответственно. Во втором слое ρ и c зависят от z по законам (3) и (4) и, следовательно, акустический импеданс будет

$$w_2 = w(z_0) \left(\frac{z}{z_0} \right)^{\delta-1}$$

Опуская временный множитель $\exp(-i\omega t)$, решение волнового уравнения для каждого слоя запишем в виде:

$$U_1 = B_1 \exp(i K_1 z)$$

$$U_2 = B_2 \exp(-i K_1 z)$$

$$U_3 = B_3 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\beta-}$$

$$U_4 = B_4 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{\beta+}$$

$$U_4 = B_5 \exp(i K_3 z)$$

где B_1 B_3 и B_5 — амплитуды упругих смещений в слое 1 и 3; B_3 и B_4 — постоянные; K_1 и K_3 — волновые числа в слое 1 и 3; β^+, β^- — задаются формулами (6).

Из равенства упругих смещений и напряжений на каждой из границ раздела слоев найдем коэффициент отражения и прохождения по давлению. Их модуль, когда β^+ β^- являются комплексными, то есть когда переход от слоя 1 к слою 3 не является резким, заданы по формулам:

а) коэффициент отражения

$$R = \frac{p \sin\left(\frac{r}{\delta - 1} \ln \nu\right)}{\sqrt{r^2 + p^2 \sin^2\left(\frac{r}{\delta - 1} \ln \nu\right)}} \tag{7}$$

б) коэффициент прохождения

$$D = \frac{r \nu^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{r^2 + p^2 \sin^2\left(\frac{r}{\delta - 1} \ln \nu\right)}} \tag{8}$$

где: $\nu = \frac{\omega_3}{\omega_1}$; $r^2 = s^2 - p^2$; $s = K(z_0) z_0 = K_1 d_{21} =$

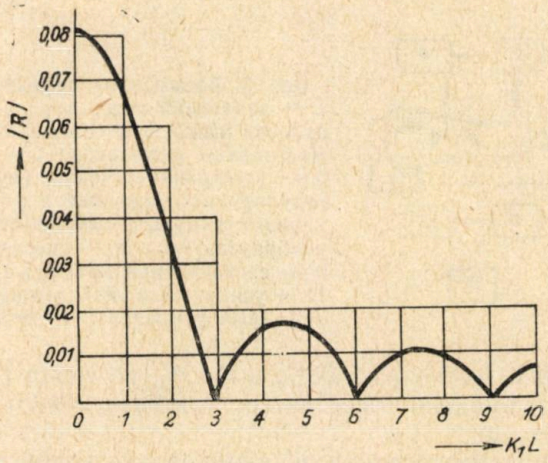
$$= K_3 d_{32} = \frac{K_1 L \nu^{\frac{1}{1-\delta}}}{\nu^{\frac{1}{1-\delta}} - 1}; \quad L = d_{21} - d_{32}$$

Из формулы (7) следует, что коэффициент отражения обращается в нуль при $\frac{r}{\delta - 1} \ln \nu = m\pi$ (где m — целые числа), то есть при:

$$K_1 L = (\delta - 1) \frac{\nu^{\frac{1}{1-\delta}} - 1}{\nu^{\frac{1}{1-\delta}}} \left[\frac{m^2 \pi^2}{(\ln \nu)^2} - \frac{1}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

Следовательно, с увеличением δ нулевые значения коэффициента отражения перемещаются в сторону больших K_1L.

Анализ выражений (7) и (8) показывает, что R и D зависят от ν, K_1L и δ. Следовательно, величина отраженной и проходящей волны зависит от отношения акустических импедансов однородных слоев, между которыми находится неоднородный слой, от произведения волнового числа в слое, откуда падает волна, на длину неоднородного слоя.



Рус. 2. Зависимость коэффициента отражения от величины K_1L.

На рисунке 2 показана зависимость коэффициента отражения от величины K_1L в случае $\delta = 3$; $\nu = 0{,}85$.

Значение $\nu = 0{,}85$ соответствует отношению акустических импедансов крайних слоев, образующихся при нагревании одного конца стального образца до 700°С, в то время как второй конец находится при комнатной температуре.

Из графика следует:

а) коэффициент отражения падает с увеличением K_1L при одном и том же отношении акустических импедансов слоя 1 и 3, причем он имеет ряд нулевых значений и максимумов.

б) для больших значений K_1L коэффициент отражения ничтожно мал.

Ультразвуковая дефектоскопия неравномерно нагретых изделий как и применение линии задержки при определении затухания ультразвуковых волн, соответствует случаю больших значений K_1L, так как из-за теплопроводности неоднородно-нагретые слои имеют большие толщины. Поскольку в случае больших K_1L коэффициент отражения ничтожно мал, потери энергии волны при переходе через неоднородный слой незначительны. Уменьшение прозрачности обусловлено уменьшением акустического импеданса среды. В случае ультразвуковой де-

фектоскопии по эхо-методу высокочастотный импульс проходит через неоднородные слои два раза, но в разных направлениях. Так как коэффициент прозрачности (по давлению) при распространении волны в одном направлении равен обратному коэффициенту прозрачности при распространении волны в противоположном направлении, неоднородные слои не снижают эффективности высокотемпературной дефектоскопии.

Нами были исследованы зависимости затухания ультразвука от температуры, в интервале температур (25—430)°С и (740—800°С) в

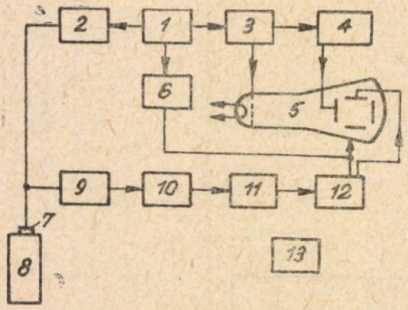


Рис. 3. Блок-Схема дефектоскопа УЗДС-18. 1 — задающий генератор; 2 — генератор импульсов высокой частоты; 3 — генератор прямоугольных импульсов; 4 — блок развертки; 5 — электронно-лучевая трубка; 6 — блок регулируемой задержки и формирования маркерного импульса глубиномера; 7 — пьезопреобразователь; 8 — исследуемый образец; 9 — согласующий каскад; 10 — аттенюатор; 11 — усилитель и детектор импульсов; 12—парафазный усилитель; 13 — блок питания.

стальных образцах, имеющих 0,08% и 0,15% углерода [7]. Измерения проводились с помощью советского ультразвукового дефектоскопа УЗДС — 18 (Рис. 3)

В качестве преобразователя использовалась кварцевая пьезопластинка Х-среза. Применялись два способа ввода ультразвуковых колебаний в нагретый образец.

1 — До температуры около 430°С пьезопластинка работала непосредственно на нагретый образец.

2 — В интервале температур (740—800)°С использовалась линия задержки.

В первом случае акустический контакт осуществлялся с помощью тонкой пленки из глицерина, силиконового масла и легкоплавких металлов. Нагревание, измерение температур вдоль образца и ввод ультразвуковых волн в образец реализовался при помещении образца в специальное устройство (рис. 4). Изменение температур в печке осуществлялось при питании ее от сети через ЛАТР.

Из результатов измерения был составлен график зависимости затухания от температуры в примененных стальных образцах при частоте ультразвуковых волн 4 и 2,5 *Мгц* (рис. 5, 6 и 7).

В этих случаях акустический контакт между нагретым образцом и линией задержки реализовался с помощью тонкого слоя олова или свинца.

Как видно из графика при температуре 275°С на кривой 1 и при 260°С на кривой 2, наблюдаются максимумы, после которых затухание уменьшается на величину, немного большую, чем при комнатных условиях. Значение затухания в максимуме уменьшается с увеличением содержания углерода в образце.

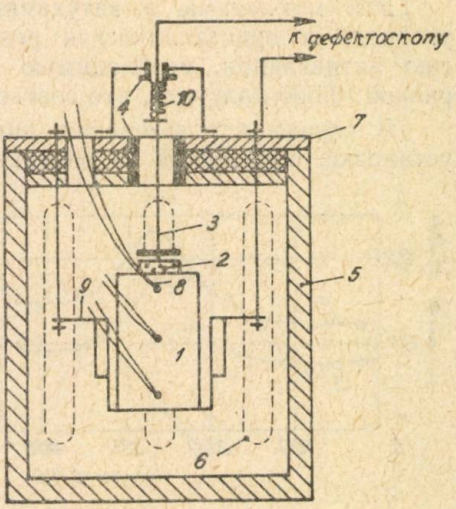


Рис. 4. Устройство измерения затухания при непосредственном контакте преобразователя на поверхности нагретого образца.

1 — исследуемый образец; 2 — кварцевая пьезопластинка *X* — среза; 3 — электрод; 4 — втулка из изоляционного материала; 5 — печка; 6 — нагревательный элемент; 7 — дверца печки; 8 — термопары; 9 — приспособления для закрепления образца; 10 — пружина.

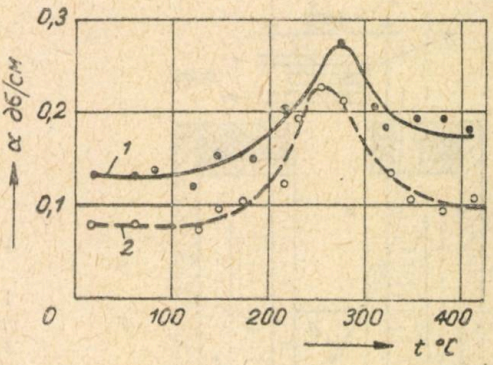


Рис. 5. Температурная зависимость затухания ультразвука в образце с 0,08% С (случай контактирующего слоя из олова).

1 — частота ультразвука = 4 *Мгц*
2 — частота ультразвука = 2,5 *Мгц*

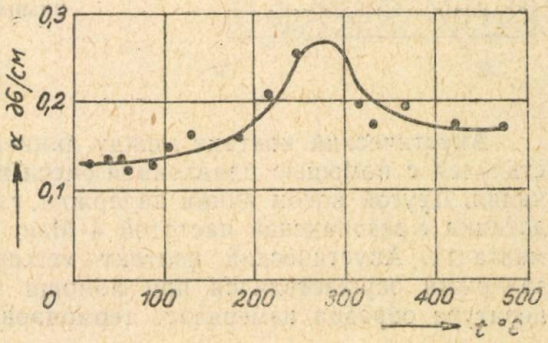


Рис. 6. Температурная зависимость затухания ультразвука частотой 4 *Мгц* в образце с 0,08% С (случай контактирующего слоя из свинца).

Эти максимумы в затухании обусловлены перемещением атомов углерода в кристаллической решетке железа. Мы определили энергию активизации, необходимую для этого процесса: она оказалась равной 18.000 кал/моль, что соответствует энергии активизации углерода.

В случае использования линии задержки образец помещался в установке, показанной на рисунке 8.

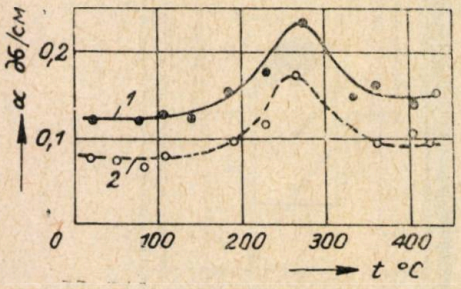


Рис. 7. Температурная зависимость затухания ультразвука в образце с 0,15%C (акустический контакт из олова).
1 — частота ультразвука = 4 *Мгц*
2 — частота ультразвука = 2,5 *Мгц*

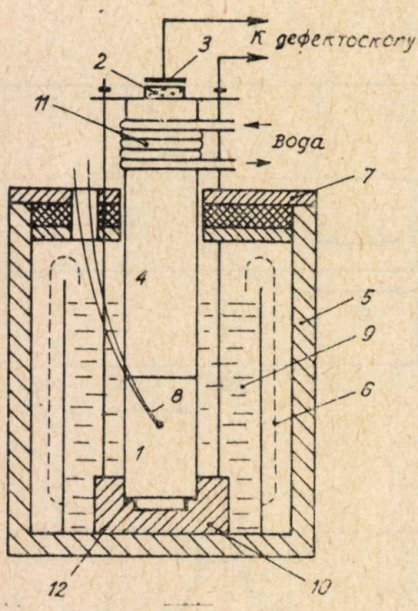


Рис. 8. Устройство для измерения затухания с применением линии задержки.
1 — исследуемый образец; 2 — кварцевая пьезопластинка *X* — среза; 3 — электрод; 4 — линия задержки; 5 — печь, 6 — нагревательный элемент; 7 — дверца печи; 8 — термопара; 9 — стальной стакан; 10 — приспособление для закрепления образца и линии задержки. 11. — холодильный элемент; 12. — уплотнения из асбеста.

Акустический контакт между линией задержки и образцом осуществлялся с помощью плавленной смеси поваренной соли и хлористого калия. Другой конец линии задержки, где работала кварцевая пьезопластинка с резонансной частотой 4 *Мгц*, был охлажден с помощью элемента 11. Акустический контакт между преобразователем и линией задержки осуществлялся при помощи тонкого слоя глицерина. Температура образца измерялась термопарами 8.

Приращение коэффицента затухания относительно его значения при комнатной температуре ($\Delta\alpha = \alpha_t - \alpha_{tk}$) показано в таблице 1.

Таблица 1

	Температура			
	740°C	750°C	770°C	800°C
$\Delta\alpha = \alpha_t - \alpha_{tk}$	0,675	0,575	0,495	0,310

Как видно из таблицы, при 800°C затухание увеличивается относительно его значения при комнатных условиях на 0,31 *дб*/см, а при уменьшении температуры $\Delta\alpha$ растет. По-видимому, в точке 723°C оно будет иметь максимум, который вызван переходом перлиты в аустенит.

Из этих опытов можно сделать заключение, что увеличение затухания в малоуглеродистых сталях не является препятствием на пути расширения области ультразвуковой дефектоскопии в сторону высоких температур.

Другой задачей, которая должна быть решена при расширении области применения ультразвуковой дефектоскопии, является изучение влияния разных факторов на обнаружение дефектов в нагретых изделиях. Такими факторами являются:

1. Увеличение затухания ультразвуковых волн с увеличением температуры.

2. Качество акустического контакта между преобразователем и образцом.

3. Изменение размеров дефектов, вызванное тепловым расширением.

4. Особенности работы пьезопреобразователя.

5. Изменение акустических импедансов особого материала и материала дефекта.

Самое большое влияние на обнаружение дефектов при повышенных температурах имеют факторы 1 и 2.

Для определения возможности обнаружения дефектов изучалось изменение отраженных импульсов от дефектов разных площадей, при изменении температур образца в широком интервале. С этой целью были изготовлены три стальных образца, имеющих торцовые дефекты разных диаметров.

Дефекты были получены путем сверления торцовых отверстий в образцах, а ультарзвуковые волны распространялись параллельно к оси отверстий (Рис. 9).

Звуковая энергия передавалась в нагретых образцах через стальную линию задежки, а акустический контакт осуществлялся с помощью глицерина и плавленного свинца.

Изменение амплитуды отраженных импульсов с изменением температуры в случае дефектов диаметром 5, 8 и 10 мм, залегающих в образцах на глубине 15 мм и при частоте ультразвуковых волн 4 *Мгц*, показано на рис. 10, 11, 12 (в графике $\Delta A = A_{tk} - A_t$, где A_{tk} — амплитуда отраженного импульса от дефекта при комнатной температуре, A_t — амплитуда отраженного импульса от дефекта при температуре t).

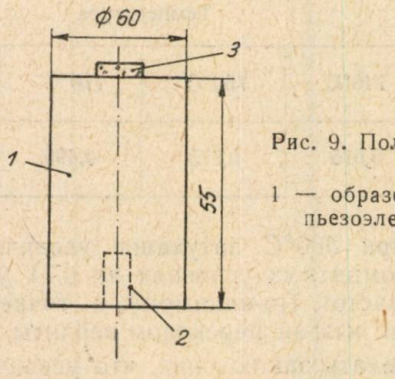


Рис. 9. Положение дефекта в стальном образце.
1 — образец; 2 — дефект; 3 — пьезоэлектрическая пластинка.

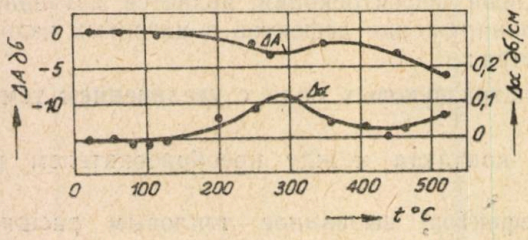


Рис. 10. Зависимость величины ΔA от температуры. Дефект ∅ 5 мм. Пьезопластинка: ∅ 20 и $f = 4$ *Мгц*

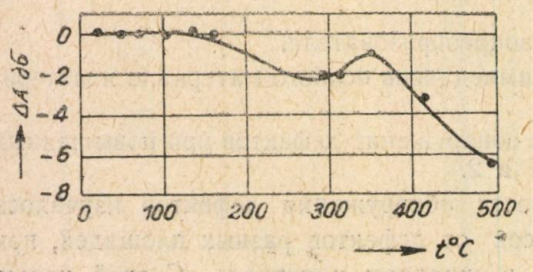


Рис. 11. Зависимость величины ΔA от температуры. Дефект ∅ 8 мм. Пьезопластинка. ∅ 20 мм и $f = 4$ *Мгц*

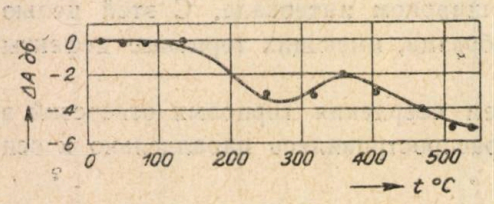


Рис. 12. Зависимость величины ΔA от температуры Дефект ∅ 10 мм. Пьезопластинка: 20 мм и $f = 4$ *Мгц*

Из этих графиков следует, что амплитуда импульса уменьшается на 3—4 *дб/см* при температуре, соответствующей максимальному затуханию. Уменьшение отраженного импульса при температурах выше 380°С обусловлено в основном ухудшением акустического контакта и в меньшей мере увеличением затухания ультразвуковых волн.

Эти опыты демонстрируют возможности обнаружения дефектов с помощью ультразвука при повышенных температурах изделий. Некоторые трудности можно встретить при обнаружении дефектов малых размеров, залегающих на небольшой глубине в изделиях с температурами от 225°С до 325°С.

Еще одна важная задача, стоящая перед высокотемпературной ультразвуковой дефектоскопией, заключается в создании и испытании щупов, способных работать при высоких температурах.

При относительно низких температурах (200—250)°С можно использовать щупы, работающие непосредственно на поверхности нагретого изделия, а выше этой температуры с применением жидкой или твердой линии задержки.

Нами был создан и испытан щуп, работающий прямо на нагретом изделии (Рис. 13). Преобразователь изготовлен из пьезопластинки цирконата титаната свинца, имеющей диаметр 13 мм и толщину 0,72 мм (резонансная частота 2,5 *Мгц*). Демфер был изготовлен из асбеста. Защита преобразователя от изнашивания осуществлялась с помощью

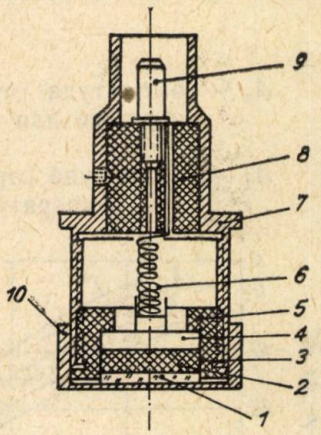


Рис. 13. Щуп для работы при повышенных температурах.

1 — преобразователь из пьезокерамики цирконата титаната свинца (ЦТС-19); 2 — демфер — латунная фольга для осуществления электрического контакта; 4 — электрод; 5 — оправка; 6 — пружина; 8 — корпус; 8 — изолятор; 9 — контактный штепсель; 10 — донышко.

стального донышка 10. Для заклейки преобразователя от демфера и всего ансамбля в оправку применялся высокотемпературный клей марки РАФ—10.

Изменение чувствительности этого щупа в зависимости от температуры, определялось по амплитуде отраженного импульса от торцового дефекта диаметром 2 мм, залегающего в стальном образце на глубине 88 мм. Измерения проводились на дефектоскопе УЗДС—18, на котором были сделаны изменения в колебательном контуре.

Контактными слоями 1 (между преобразователем и донышком) и 2 (между донышком и образцом) служили разные жидкости (таблица 2).

Таблица 2

	Случаи					
	I	II	III	IV	V	VI
Контактный слой 1	глицерин	глицерин	глицерин	силиконовое масло	rhodosil	сплав Вуда
Контактный слой 2	глицерин	силиконовое масло	rhodosil	силиконовое масло	rhodosil	сплав Вуда

(Rhodosil — смесь 30% силиконовой жидкости с водой. Точка кипения после испарения воды около 290°C).

Изменение амплитуды отраженного сигнала с изменением температуры в случае использования жидкости из таблицы 2, для акустического контакта, показано на рис. 14.

В ординате поставлена величина

$$\Delta A = A_1 - A_2,$$

где:

A_1 — амплитуда отраженного импульса в ∂б в случаях II — VI, а также для случая 1 при температуре больше комнатной (25°C)

A_2 — амплитуда отраженного импульса ∂б в случае 1 при комнатной температуре.

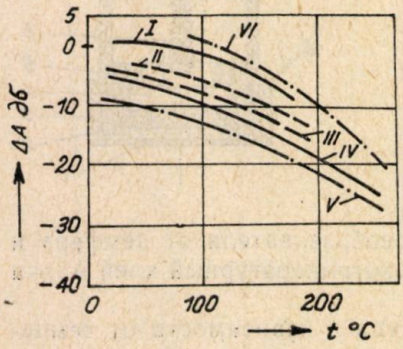


Рис. 14. Сравнительная зависимость амплитуды отраженного сигнала от дефекта, при применении жидкости из таблицы 2 для контактирующих слоев.

Из графика видно, что самый большой отраженный импульс получается в случае применения в качестве контактирующих слоев сплава Вуда. До температуры (170—180)°C можно с успехом использовать гли-

церин. Силиконовые масла проводят ультразвук хуже, чем глицерин, но они могут быть применены приблизительно до 290°С. Уменьшение амплитуды отраженного сигнала при 200°С на (9—10) дб объясняется в основном падением пьезоэффекта пластинки. Расхождение кривых для различных жидкостей можно объяснить тем, что их свойства с изменением температуры изменяются по-разному.

Испытание щупов даже при 250°С показало хорошее качество склейки пластинки с демфером. Главным недостатком при температуре выше 200°С, который невозможно устранить, является сильное уменьшение чувствительности из-за падения пьезоэффекта. Можно рекомендовать использование этих щупов до температуры 200°С.

Опыты, описанные в этой работе, показывают, что ультразвуковая дефектоскопия дает довольно хорошие результаты обнаружения дефектов в нагретых изделиях.

Кафедра Станки и Инструмент
Бухаретского Политехнического Института
им. Георге Георгиу-Дежа

ЛИТЕРАТУРА

1. *Zucker C.*: Ultrasonic absorption in metals at elevated temperatures. J.A.S.A. V. 28 nr. 4 (1956).
2. *Tjaden K.*: Absorption longitudinaler ultrashallwelen in aluminium bei hohen temperaturen Acustica, V. 11 nr. 3 (1961).
3. *Tokutaro Hirone* and *Kazuo Kamgaki*: Uitrasonic flaw inspectin of metals at high temperatures.

В Трудах : International conference on nondestructive testing, 3d Tokyo-Osaka 1960.

4. *Hook J. F.*: Separation of the vector wave equation of elasticity for certain tipes of inhomogeneous, isotropic media. J.A.S.A. V. 33 nr. 3 (1961).
5. *Berryman L. H.*: Reflections from multiple transition layers. Geophysics, V. 23 nr. 2 (1958).
6. *Scholte J. G.*: Wave propagation in inhomogeneous media. Geophys. Prospect. V. 9 Nr. 1 (1961).
7. *Гегеа И.*: Исследование возможности ультразвуковой дефектоскопии при повышенных температурах изделий, Автореферат диссертации, Л-д, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

MECANICĂ

C.Z.: 629.19:522:621.01.

ECUAȚIILE GENERALE DE MIȘCARE ALE APARATELOR COSMICE ÎN PROCESUL DE APROPIERE ȘI ÎNTÎLNIRE PE ORBITE

AL. MARINESCU, C. GUȚĂ

Problema apropierii și întîlnirii aparatelor cosmice pe orbite, deosebit de actuală și importantă face obiectul a numeroase cercetări.

Calculele obișnuite ale manevrei de apropiere și întîlnire dar mai ales problemele de optimizare a manevrelor de întîlnire apelează la ecuațiile mișcării relative dintre aparatul urmăritor (de regulă prevăzut cu instalație de propulsie) și aparatul urmărit.

Aparatul urmărit prevăzut sau nu cu instalație de propulsie se mișcă pe orbită în jurul Pămîntului sau altei planete avînd rigid legat de el un sistem de axe față de care trebuie stabilite ecuațiile mișcării relative a urmăritorului.

Vom căuta așadar, să stabilim aceste ecuații de mișcare față de un sistem orbital des folosit și să analizăm cazurile particulare care survin mai des în aplicații.

Fie sistemul fix de axe $OXZY$ de obicei considerat ca sistem planetocentric și sistemul de axe mobil $O'xzy$ care efectuează o mișcare cunoscută față de sistemul fix (fig. 1). În origina O' a sistemului mobil se află aparatul urmărit (ținta).

Aparatul cosmic de masă M prevăzut cu instalație de propulsie (aparatul urmăritor) este definit ca poziție față de sistemul mobil prin vectorul $\vec{r}$ (x, z, y) iar față de sistemul fix prin vectorul $\vec{r}$ (X, Z, Y) vectorul de poziție al originei sistemului mobil O' fiind $\vec{r}_0$ (X_0, Z_0, Y_0).

Viteza absolută a aparatului urmăritor este definită de

$$V_{abs} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r'} + \frac{\partial \vec{r'}}{\partial t} \tag{1}$$

unde ω este viteza unghiulară a sistemului mobil iar $\frac{\partial \vec{r'}}{\partial t}$ viteza relativă a aparatului, simbolul derivatei parțiale fiind utilizat spre a marca derivata în sistemul mobil (derivata locală).

* Manuscris predat la redacție la 13 iulie 1967.

Accelerația absolută va fi

$$\vec{a}_{abs} = \frac{d^2\vec{r}_0}{dt^2} + \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}') + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \vec{r}'}{\partial t}\right) \tag{2}$$

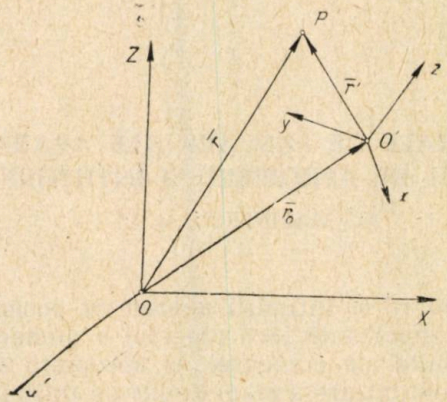


Fig. 1

Deoarece

$$\frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}') = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times \left(\frac{\partial \vec{r}'}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{r}'\right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \vec{r}'}{\partial t}\right) = \frac{\partial^2 \vec{r}'}{\partial t^2} + \vec{\omega} \times \frac{\partial \vec{r}'}{\partial t}$$

notînd viteza relativă $\frac{\partial \vec{r}'}{\partial t} = \vec{V}\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dz}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$ accelerația relativă

$\frac{\partial^2 \vec{r}'}{\partial t^2} = \vec{a}_r\left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}\right)$ accelerația unghiulară $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon}(\varepsilon_x, \varepsilon_z, \varepsilon_y)$

și accelerația originii sistemului mobil $\frac{d^2\vec{r}_0}{dt^2} = \vec{a}_0(a_{0x}, a_{0z}, a_{0y})$ expresia (2)

a accelerației absolute devine

$$\vec{a}_{abs} = \vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{V} + a_r \tag{3}$$

După cum am menționat, în punctul O′ (originea sistemului mobil) se află aparatul cosmic urmărit care se mișcă pe o orbită în jurul Pămîntului sau altei planete și constituie ținta pe care trebuie s-o ajungă aparatul urmăritor aflat în punctul *P*. În procesul de apropiere și întîlnire aparatul urmăritor va descrie o mișcare pe care o urmărim față

de sistemul mobil și în acest sens vom folosi ecuațiile mișcării relative ale acestuia față de sistemul mobil.

Notînd cu $\vec{F}$ rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra aparatului cosmic urmăritor atunci ecuația vectorială a mișcării rela-

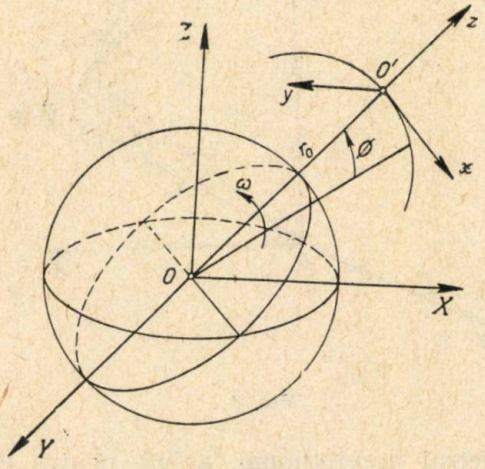


Fig. 2

tive a aparatului cosmic urmăritor de masă M față de sistemul mobil se va scrie sub forma

$$M\vec{a}_r = -M\,[\vec{a}_0 + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{V}] + \vec{F} \qquad (4)$$

Trebuie remarcat că deoarece aparatele cosmice (urmăritor și urmărit) se află în afara atmosferei, forțele aerodinamice se neglijează deci

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{G}$$

$\vec{T}$ fiind vectorul tracțiunii aparatului urmăritor iar $\vec{G}$ greutatea acestuia.

Pentru studiul întîlnirii, sistemul orbital $O'xzy$ se consideră ca în fig. 2 unde axa $O'z$ este în direcția razei vectoare r_0, axa $O'x$ inversă rotirii iar $O'y$ perpendiculară pe ele. Unghiul Φ definește poziția unghiulară a razei vectoare r_0 față de o poziție la care sînt cunoscute pe orbită elementele mișcării, r_{0i}, V_i și unghiul dintre viteză și perpendiculara la raza vectoare θ_i fig. 3.

În vederea stabilirii ecuațiilor de mișcare pe direcția celor trei axe ale sistemului orbital vom face cîteva precizări,

Deoarece

$$\vec{a}\left(0, -\frac{\mu}{r_0^2}, 0\right), \vec{\omega}\left(0, 0, \frac{d\phi}{dt}\right), \vec{\varepsilon}\left(0, 0, \frac{d^2\phi}{dt^2}\right)$$

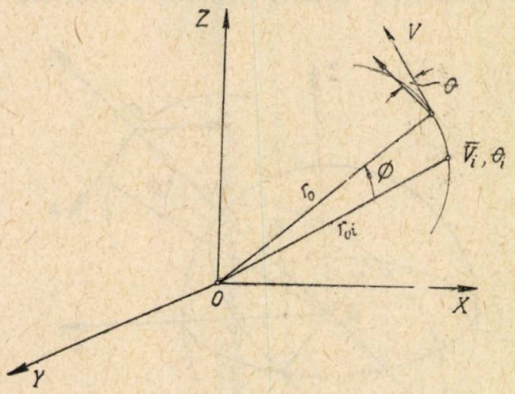


Fig. 3

unde μ este parametrul gravitațional avînd pentru Pămînt valoarea $3{,}986.10^{14}$ m³/sec², atunci componentele produselor vectoriale față de axele sistemului mobil din membrul doi al ecuației (4) sînt

$$\begin{aligned}
(\vec{\varepsilon} \times \vec{r'})_x &= -z\frac{d^2\phi}{dt^2} \\
(\vec{\varepsilon} \times \vec{r'})_z &= x\frac{d^2\phi}{dt^2} \\
(\vec{\varepsilon} \times \vec{r'})_y &= 0 \\
[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})]_x &= -x\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 \\
[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})]_z &= -z\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 \qquad (5) \\
[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'})]_y &= 0 \\
(\vec{\omega} \times \vec{V})_x &= -\frac{dz}{dt}\frac{d\phi}{dt} \\
(\vec{\omega} \times \vec{V})_z &= \frac{dx}{dt}\frac{d\phi}{dt} \\
(\vec{\omega} \times \vec{V})_y &= 0
\end{aligned}$$

Notăm cu $\vec{g}(g_x, g_z, g_y) = \frac{\vec{G}}{M}$ accelerația gravitației și cu $\vec{a}(a_x, a_z, a_y) = \frac{\vec{T}}{M}$ accelerația datorită tracțiunii, două mărimi de bază în studiul mișcării aparatelor cosmice. Deoarece proiecțiile de-a lungul axelor sistemului orbital al accelerației gravitației au expresiile

$$g_x = -\mu \frac{x}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$g_z = -\mu \frac{r_0 + z}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \qquad (5')$$

$$g_y = -\mu \frac{y}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}}$$

ținînd seama de expresiile (5) și (5') din ecuația (4) obținem ecuațiile de mișcare ale aparatului urmăritor pe cele trei axe

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 x + 2\frac{dz}{dt}\frac{d\phi}{dt} + \frac{d^2\phi}{dt^2} z$$

$$-\mu \frac{x}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_x$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\mu}{r_0^2} + \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 z - 2\frac{dx}{dt}\frac{d\phi}{dt} \qquad (6)$$

$$-\frac{d^2\phi}{dt^2} x - \mu \frac{r_0 + z}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_z$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\mu \frac{y}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_y$$

sau notînd componentele vitezei relative cu

$$\frac{dx}{dt} = V_x; \quad \frac{dz}{dt} = V_z; \quad \frac{dy}{dt} = V_y$$

ecuațiile de mișcare devin

$$\frac{dx}{dt} = V_x$$

$$\frac{dV_x}{dt} = \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 x + 2\,V_z \frac{d\phi}{dt} + \frac{d^2\phi}{dt^2} z - \mu \frac{x}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_x$$

$$\frac{dz}{dt} = V_z$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{\mu}{r_0^2} + \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 z - 2\,V_x \frac{d\phi}{dt} - \frac{d^2\phi}{dt^2} x - \mu \frac{r_0 + z}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_z \tag{7}$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y$$

$$\frac{dV_y}{dt} = -\mu \frac{y}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_y$$

Vom căuta acum să punem ecuațiile (7) sub o formă ușor de mînuit în aplicațiile practice.

Aparatul urmărit, de care este legat sistemul orbital O'xzy se mișcă astfel încît momentul său cinetic este constant. Putem scrie că

$$r_0 \frac{d\phi}{dt} = \text{const.} = r_{0i}\, V_i \cos\theta_i \tag{8}$$

Notînd parametrul focal al orbitei țintei cu

$$p = \frac{V_i^2 r_{0i}^2 \cos^2\theta_i}{\mu}$$

din (8) deducem

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r_0^2} \tag{9}$$

Apoi

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{2\sqrt{\mu p}}{r_0^3} \frac{dr_0}{dt}$$

Din ecuația orbitei

$$r_0 = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \phi} \tag{10}$$

putem deduce

$$\frac{dr_0}{dt} = \frac{p\varepsilon \sin \phi}{(1 + \varepsilon \cos \phi)^2} \frac{d\phi}{dt}$$

$$= \sqrt{\frac{\mu}{p}}\, \varepsilon \sin \phi$$

cu care apoi obținem în final

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{2\mu\varepsilon}{r_0^3} \sin \phi \tag{11}$$

Înlocuind în sistemul (7) expresiile (9) și (11) ale lui $\frac{d\phi}{dt}$ și $\frac{d^2\phi}{dt^2}$ astfel deduse, acesta devine

$$\frac{dx}{dt} = V_x$$

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{\mu p}{r_0^4} x + 2 V_z \frac{\sqrt{\mu p}}{r_0^2} - \frac{2\mu\varepsilon}{r_0^3} z \sin \phi$$

$$- \mu \frac{x}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_x$$

$$\frac{dz}{dt} = V_z$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{\mu}{r_0^2} + \frac{\mu p}{r_0^4} z - 2 V_x \frac{\sqrt{\mu p}}{r_0^2} + \frac{2\mu\varepsilon}{r_0^3} x \sin \phi \tag{12}$$

$$- \mu \frac{r_0 + z}{[x^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_z$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y$$

$$\frac{dV_y}{dt} = - \mu \frac{y}{[z^2 + (r_0 + z)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_y$$

În cazul orbitei circulare a aparatului urmărit (țintei) $p = r_0 = R$ și $e = 0$ și deoarece $\omega = \sqrt{\frac{u}{r_0^3}}$ ecuațiile de mai sus devin

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x \\
\frac{dV_x}{dt} &= \omega^2 x + 2V_z\omega - \omega^2 R^3 \frac{x}{[x^2+(R+z)^2+y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_x \\
\frac{dz}{dt} &= V_z \\
\frac{dV_z}{dt} &= \omega^2 R + \omega^2 z - 2V_x\omega - \omega^2 R^3 \frac{R+z}{[x^2+(R+z)^2+y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_z \\
\frac{dy}{dt} &= V_y \\
\frac{dV_y}{dt} &= -\omega^2 R^3 \frac{y}{[x^2+(R+z)^2+y^2]^{\frac{3}{2}}} + a_y
\end{aligned} \tag{13}$$

Aceste ecuații au fost folosite în lucrarea [3] unde în loc de r_0 s-a folosit notația R spre a remarca faptul că este vorba de raza unei orbite circulare.

Dacă în sistemul (13) luăm pentru componentele accelerației gravitației pe acelea care depind linear de x, z y adică

$$\begin{aligned}
g_x &= -\omega^2 x \\
g_z &= -\omega^2 R + 2\omega^2 z \\
g_y &= -\omega^2 y
\end{aligned} \tag{14}$$

sistemul (13) devine

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x \\
\frac{dV_x}{dt} &= 2V_z\omega + a_x \\
\frac{dz}{dt} &= V_z \\
\frac{dV_z}{dt} &= 3\omega^2 z - 2V_x\omega + a_z \\
\frac{dy}{dt} &= V_y \\
\frac{dV_y}{dt} &= -\omega^2 y + a_y
\end{aligned} \tag{15}$$

care este bine cunoscut, folosit de altfel în studiul unor manevre optime de întîlnire în lucrările [4], [5], [6].

În lucrările [3], [4] și [5] ecuațiile (13) și (15) au fost utilizate în

studiul optimizării manevrei optime de întîlnire cu minimum de combustibil pe orbite circulare problema variațională a manevrei fiind formulată ca o problemă de extremum condiționat.

Este interesant de remarcat că ecuațiile generale (12) se pretează de asemenea la formulări ale problemelor variaționale pentru manevrele de întîlniri pe orbite eliptice parabolice sau hiperbolice, ca probleme de extremum condiționat, ceea ce conduce astfel la o extindere și o generalizare a rezultatelor din lucrările menționate mai sus.

Catedra de Construcții aeronautice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Plăcinteanu I.* — Mecanică vectorială și analitică. Editura Tehnică, București, 1958.
2. *Ponovarev V. M.* — Teoria upravlenia dvijeniem cosmiceschih apparatov. Izdatelstvo Nauka, Moscova, 1965.
3. *Marinescu Al.* — Sur la manoeuvre optimale pour le rendez-vous des engins sur des orbites circulaires à minimum de combustible, compte ttenu des equations non lineaires du mouvement de l'engin pour suivant. XVIII th International Astronautical Congress, Belgrad, Sept. 1967.
4. *Marinescu Al.* — Contributions à l'étude de certains manoeuvre optimales pour randez-vous des engins sur les orbites circulaires. XVI-th International Congress Astronautical, Atheus, septembre 1965.
5. *Marinescu Al.* — Considerațiuni asupra unei probleme variaționale pentru manevra optimă de întîlnire cu minimum de combustibil pe orbite circulare. Studii și cercetări de mecanică aplicată nr. 1, 1967 — București.
6. *Гуцэ К., Маринеску Ал.* — Оптимальный маневр стыковки двух космических аппаратов с минимальным запасом топлива, летающих по круговым орбитам. Bulet. Inst. Politehnic Gheorghe Gheorghiu-Dej, Tomul XXIX, 1967, Nr. 1.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

TEORIA MECANISMELOR

C.Z.: 621-23/-3:621.8.02/.03:531:621.642:621.791.052

MÉCANISMES POUR LA SOUDURE DES PORTIONS ELLIPTIQUES DES RÉCIPIENTS *

N. I. MANOLESCU, P. ANTONESCU, M. DRANGA, S. CEPLEU

§ 1. La mise du problème

La construction de récipients en tôle, avec des surfaces ou des portions sans réglage, par segments emboutis, pose des problèmes ardus dans l'application de la soudure automatique pour l'assemblage des segments, procédé qui s'impose tant pour l'accroissement de la productivité que pour la qualité de la soudure.

Ceci engendre la nécessité de trouver des mécanismes à cette fin, qui doivent remplir les conditions suivantes :

1). Conduire les deux segments assemblés provisoirement par un point fixe (la pointe de l'électrode) sur la voie de soudure.

2). Assurer le maintien à l'horizontale du plan tangent à la surface formée par les deux segments (normale sur l'électrode vertical) au point de contact.

3). Assurer la réalisation d'une vitesse constante de soudure.

En ce qui suit on donnera des solutions pour trouver pareils mécanismes, afin de confectionner par soudure automatique des demi-ellipsoïdes *) de rotation, des fonds de récipients employés dans l'industrie chimique.

Les fonds respectifs se composent d'une partie centrale (1) de forme circulaire (rosette) et un nombre de 7....11 segments (2) (pétales), ainsi que l'on peut voir dans la figure no. 1.

On va traîter uniquement la soudure des segments (pétales) entre eux, la soudure de la rosette ne formant pas l'objet de cette étude et ne constituent pas un problème spécial.

---

* Presentée à la session scientifique des cadres didactiques de l'Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest, 27—29 Mai 1966.

*) Ces demi-ellipsoïdes ont le rapport des demi-axes $\frac{a}{b} = 2$.

La voie de soudure est en ce cas une portion de l'ellipse génératrice du fond, dans ce plan toutes les conditions énumérées se rapportent à cette ellipse.

Du point de vue théorique, le problème qui intéresse consiste dans la réalisation d'un mécanisme ayant un élément avec un mouvement plane-parallèle, au plan duquel un point fixe décrit une ellipse donnée, avec une vitesse constante et l'ellipse est orientée de telle façon que la tangente au point considéré soit une droite de direction donnée (dans le cas spécial, horizontale).

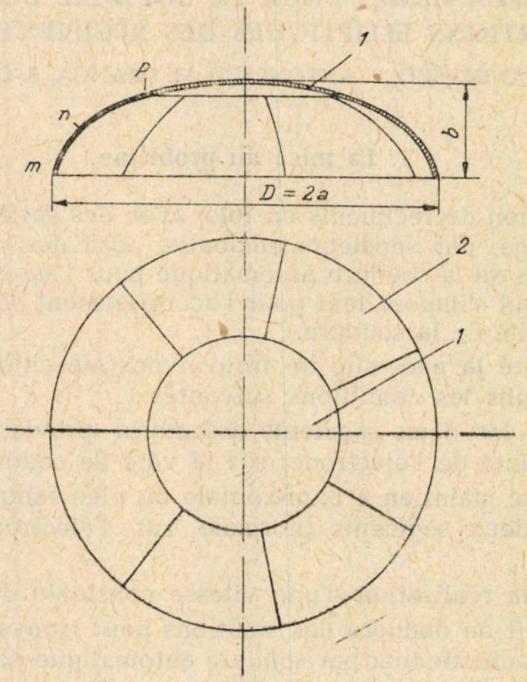


Fig. 1. Le fond elliptique des récipients.

En tenant compte du fait que ces conditions doivent être au fond remplies uniquement sur une portion de l'arc de l'ellipse (la voie de soudure *m-n-p*-fig. no. 1) le problème peut être résolu par approximation, les conditions ci-dessus étant remplies pour trois-quatre ou cinq points du profil du fond.

Ces considérations conduisent donc au projet d'un mécanisme quadrilatère dont la bielle contient en son plan l'ellipse considérée.

Par conséquent, le problème revient au projet d'un mécanisme quadrilatère sur la base de trois, quatre et respectivement cinq positions, imposées à la bielle au cours du cycle cinématitque [1].

§ 2. Le projet du mécanisme pour 3, 4 et 5 positions imposées au fond elliptique

2.1. *Trois positions*

Pour trois positions de la portion de la base de l'ellipse l'on envisage deux cas, selon le choix des articulations mobiles ou bien fixes.

Le choix des articulations mobiles s'impose par des raisons d'équilibre, de telle façon que les articulations mobiles se placent sur l'axe de symètrie du demi-ellipsoïde, l'une d'elles même au centre de pesanteur.

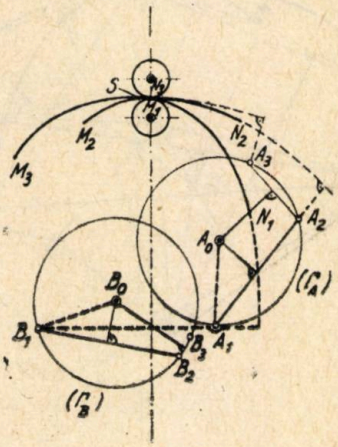


Fig. 2. Le projet du mécanisme pour 3 positions donées de la bielle *MN*, les articulations mobiles etant connués.

L'on considère ainsi la portion *MN* en trois positions succesives (fig. no. 2) en passant par le point fixe *S* où la tangente est horizontale.

Si l'on choisit l'articulation mobile *A* au centre de pesanteur, l'on détermine immédiatement l'articulation fixe A_0 comme étant le centre du cercle qui passe par les trois positions de *A* (A_1, A_2, A_3).

En ce qui concerne l'articulation fixe B_0 l'on procède d'une manière analogue.

Au cas où on lui impose les articulations fixes A_0, B_0, l'on construit le triangle des pôles P_{12} P_{23} P_{13} correspondents aux trois positions imposées a la portion de travail *MN* (M_1N_1, M_2N_2, M_3N_3). A l'aide des points fondamentaux A_{123}, B_{123}, l'on détermine les articulations mobiles *A* (A_1, A_2, A_3) et *B* (B_1, B_2, B_3) dans les trois positions (fig. no. 3).

Dans la figure l'on a fait la construction uniquement pour l'articulation mobile *A*.

Des deux solutions, la première présente l'avantage d'un équilibre statique plus facile pour le mécanisme quadrilatère, mais les deux ont le désavantage de réaliser d'une manière approximative le mouvement imposé.

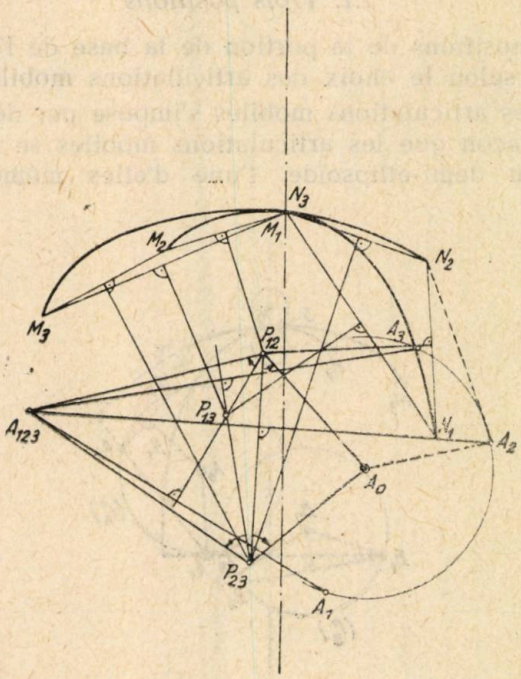


Fig. 3. Le project du mécanisme de sondure automatique pour 3 positions données de la bielle MN, en connaissant l'articulation fixe A_0, à l aide du triangle des pôles P_{12} P_{23} P_{31}.

2.2. *Quatre positions*

Si l'on donne quatre positions de la portion MN du fond elliptique, l'on construit la courbe des centres à l'aide des pôles de rotation P_{12}, P_{23}, P_{15}, P_{35} (fig. no. 4).

La construction a été faite à l'aide des rayons focaux, en traçant à cet effet la droite ΔG de Newton-Gauss [2] qui unit les milieux des diagonales du quadrilatère complet P_{12}, P_{23}, P_{15}, P_{35}.

En unissant le foyer F (le point de Miquel [2]) aux contrepôles P_{12}, P_{35}, l'on trouve les points O_{12} et O_{35} à l'intersectiton avec la droite ΔG.

Les cercles de rayon $O_{12}P_{12}$, $O_{35}P_{35}$ se coupent dans les points C'_F, C''_F et par conséquent l'on obtiendra la courbe des centres à deux branches. Une droite quelconque ΔF_j tracée par F coupe ΔG au point O_j,

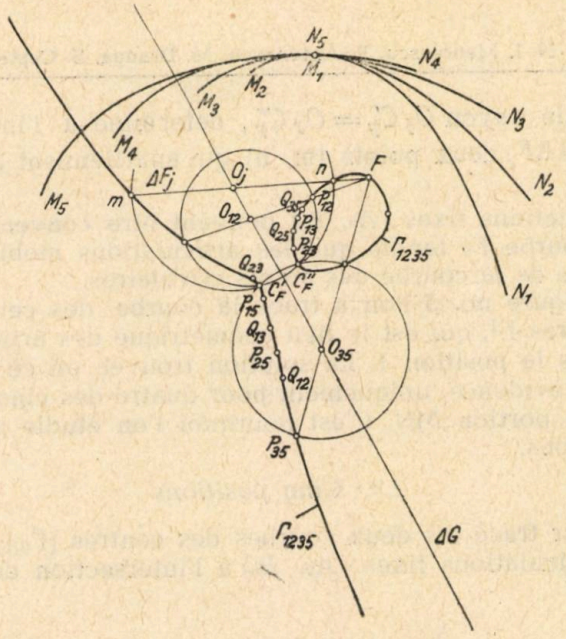


Fig. 4. La construction de la courbe des centres $\Gamma_{0(1235)}$ per la méthode des rayons focaux.

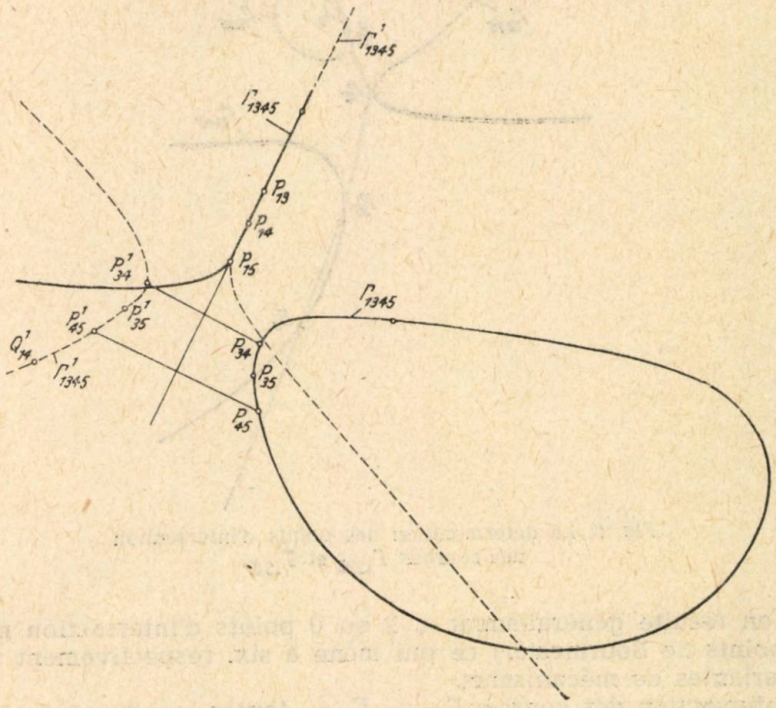


Fig. 5. La construction de la courbe des centres $\Gamma_{0(1345)}$ et de la courbe des points circulaires Γ'_{1345} pour la positim 1.

et le cercle de rayon $O_j C'_F = O_j C''_F$, determine à l'intérsection avec le rayon focal ΔF_j deux points (m, n) qui apartiennent à la courbe des centres.

Les articulations fixes (A_0, B_0) peuvent être convenablement choisies sur la courbe Γ_0 tandis que les articulations mobiles sont déterminées à l'aide de la courbe des points circulaires.

Dans la figure no. 5 l'on a tracé la courbe des centres Γ_0 et des points circulaires Γ^1, qui est le lieu géométrique des articulations mobiles (A, B) dans la position 1. La solution trouvée en ce cas correspondrait de toute évidence, uniquement pour quatre des cinq positions considérées de la portion MN. C'est pourquoi l'on étudie plus bas le cas des cinq positions.

2.3. *Cinq positions*

Après avoir tracé les deux courbes des centres ($\Gamma_{0(1345)}$, $\Gamma_{0(1235)}$) l'on obtient les articulations fixes (A_0, B_0) à l'intersection de celles-ci (fig. no. 6, [1] [2]).

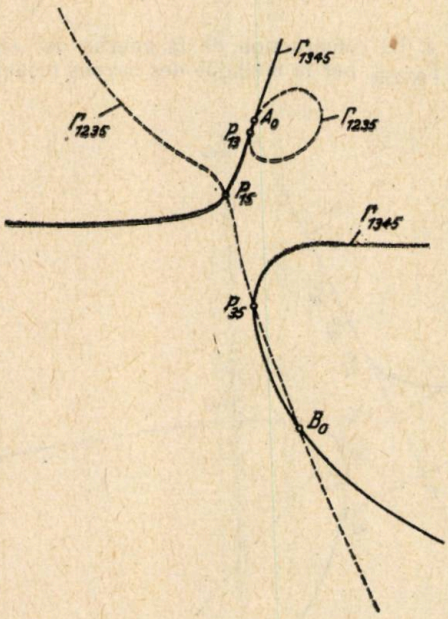


Fig. 6. La détermination des points d'intersection des courbes Γ_{1235} et Γ_{1345}.

Il en résulte généralement 4, 2 ou 0 points d'intersection particuliers (points de Bourmester) ce qui mène à six, respectivement une ou zero variantes de mécanismes.

L'intersection des courbes $\Gamma_{0(1345)}$, $\Gamma_{0(1235)}$ toutes les deux à deux branches, se fait en trois points banals (P_{13}, P_{15}, P_{35}) et deux points de Bourmester (A_0, B_0) ce qui prouve qu'il existe une seule solution réelle

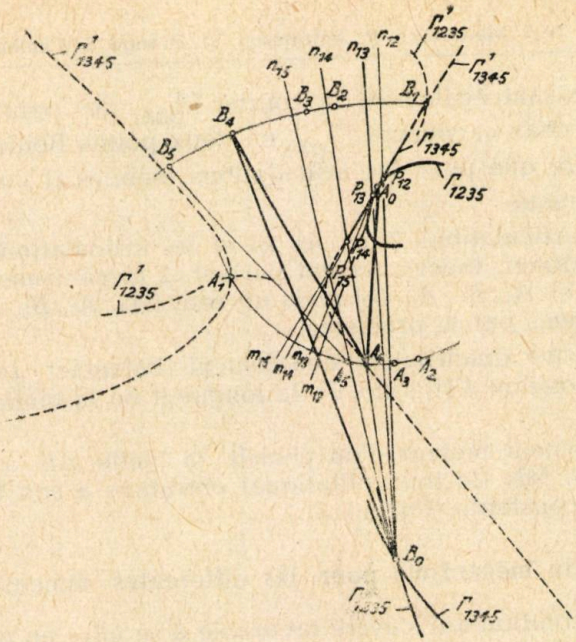


Fig. 7. Le projet du mécanisme quadrilatère A_0ABB_0 pour positions imposées au plan de la bielle.

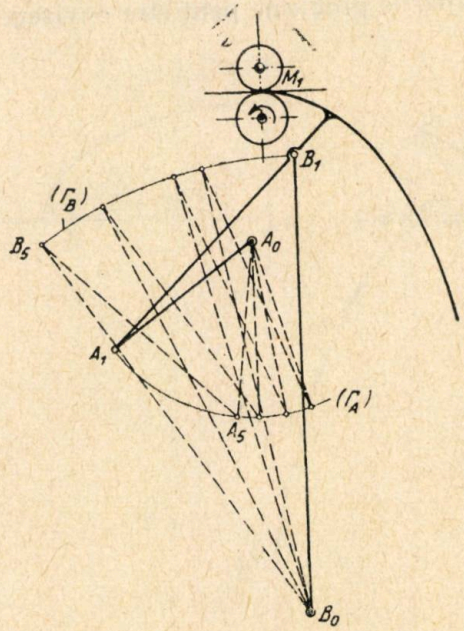


Fig. 8. Le mécanisme quadrilatére projeté (A_0ABB_0) pour la position $A_0A_1B_1B_0$.

En construisant également la courbe $\Gamma^1_{(1345)}$ des points circulaires il en résulte que ceux-ci coupent $\Gamma^1_{(1235)}$ en deux points Bourmester (A_1, B_1) de telle manière que pour les articulations mobiles il s'ensuit toujours une solution unique.

Avec les articulations fixes A_0, B_0 et les articulations mobiles (A_1, B_1) l'on peut former, théoriquement parlant, 2 mécanismes quadrilatères $(A_0, A_1, B_1, B_0$ et $A_0, B_1, A_1, B_0)$ mais un seul (A_0, A_1, B_1, B_0) remplit les conditions exigées par le problème.

Le mécanisme quadrilatère doublement balancier (A_0ABB_0) a été tracé dans la position 4 (fig. no. 7), la longueur de la bielle étant $A_4B_4 = A_1B_1$.

Comme élément moteur l'on choisit la bielle AB à laquelle est fixée la portion MN (le fond elliptique) entraînée à son tour, par friction, à vitesse constante (fig. no. 8).

§ 3. Le projet du mécanisme pour les différentes dimensions du fond

Une autre solution qui s'avère favorable à sa mise en pratique grâce à l'adaptabilité du mécanisme aux différentes dimensions des fonds et en vue de laquelle on a fait construire également une maquette, se déduit de ce qui suit :

Le mouvement de l'ellipse qui forme le profil du fond dans les conditions imposées par le problème peut être envisagé comme une suc-

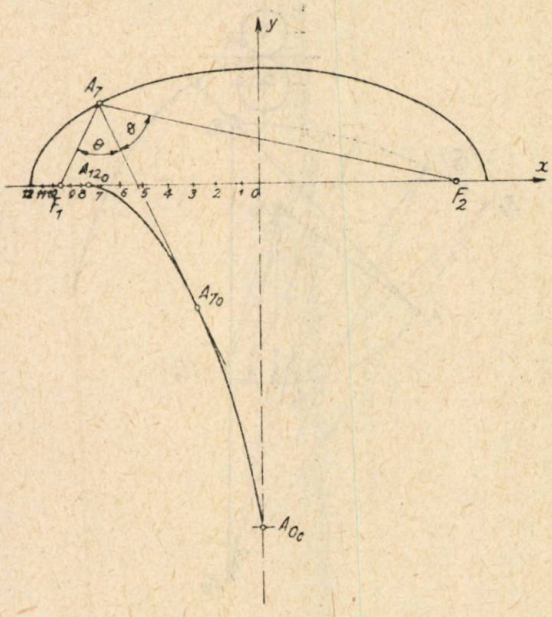


Fig. 9. La construction de la développée de la demi ellipse.

cession de petites rotations autour d'un axe de rotation dont le point d'intersection avec le plan du mouvement est la développée de l'ellipse elle-même (fig. no. 9). Pratiquement ceci est réalisé en obligeant le fond (la demi-ellipse) à passer par deux rouleaux qui l'entraînent par friction avec la vitesse constante.

Dans la fig. no. 10 la demi-ellipse est tracée avec le grand demi-axe $a = 1$.

C'est sur celui-ci que l'on choisira 12 points dont les rayons de courbure sont calculés par la formule :

$$R\,^{1}) = 1{,}297\,(1{,}333 - x^2)^{3/2} \qquad (1)$$

Sur la base des résultats énumérés dans le tableau 1 l'on a placé sur les normales, aux points considérés, les centres de courbure (ceci a été indiqué dans la figure no. 9 uniquement pour la position 7).

En copiant sur un feuillet de calque et en fixant le modèle pour chacun des 12 points avec la normale d'après la direction fixe oy d'un système droit d'axes de coordination (la direction de l'électrode) l'on

---

1) Cette formule résulte en partant de l'équation de l'ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$$

où si l'on substitue $b = \frac{a}{2}$ l'on obtient

$$y^2 = \frac{a^2}{4}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) = \frac{a^2}{4} - \frac{x^2}{4}.$$

Plus loin

$$2yy' = -\frac{2x}{4}$$

et

$$y'' = -\frac{x^2 + 4y^2}{16\,y^3}.$$

Le rayon de courbure est calculé par la formule connue :

$$R = \frac{1}{y''}(1 + y'^2)^{3/2}$$

et en substituant $y^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{x^2}{4}$ l'on obtient

$$R = -\frac{1}{4\,a^2}(4\,a^2 - 3\,x^2)^{3/2}.$$

Pour $a = 1$

$$R = \frac{1}{4}(4 - 3x^2)^{3/2} = 1{,}297\,(1{,}333 - x^2)^{3/2},$$

Tableau 1

Le calcul des rayons de courbure de l'ellipse pour 12 points

Poz.	x	x^2	$1{,}333-x^2$	$(1{,}333-x^2)^{1/2}$	$(1{,}333-x^2)^{3/2}$	R
1	0,1	0,01	1,323	1,150	1,521	1,972
2	0,2	0,04	1,293	1,137	1,470	1,906
3	0,3	0,09	1,243	1,114	1,384	1,795
4	0,4	0,16	1,173	1,083	1,270	1,647
5	0,5	0,25	1,083	1,040	1,126	1,460
6	0,6	0,36	0,973	0,986	0,959	1,243
7	0,7	0,49	0,843	0,918	0,773	1,002
8	0,8	0,64	0,693	0,832	0,576	0,747
9	0,9	0,81	0,523	0,723	0,378	0,490
10	0,95	0,902	0,431	9,656	0,282	0,365
11	0,975	0,950	0,383	0,618	0,236	0,306
12	1	1	0,333	0,577	0,192	0,249

trouve les positions successives du centre de pesanteur G^2, qui unies par une courbe continuelle donnent la trajectoire de celui-ci (la courbe de bielle du centre de pesanteur).

Etant donné que cette courbe, qui devrait représenter la trajectoire de l'une des articulations mobiles, n'est pas un cercle, le problème qui se pose est celui de trouver pareil cercle qui puisse approximer au mieux cette courbe de bielle.

En ce but l'on construit sur un feuillet de calque séparé un faisceau de cercles concentriques à différents rayons (fig. nr. 10) ayant le centre à 0.

Le feuillet de calque est superposée ensuite sur le dessin dans lequel se trouve tracée la courbe de bielle de G (la courbe „G") et on la déplace jusqu à ce que l'on trouve le cercle du faisceau du feuillet de calque qui se rapproche le plus de „la courbe G".

Dans ce cas, la condition susmentionée est remplie par le cercle „2" de raion $r = 0{,}35$.

Au centre 0 du feuillet de calque correspond dans le dessin le centre fixe de rotation A_0 de la manivelle.

---

2) L'ordonée du centre de pesanteur de la demi-ellipse est calculé par la formule :

$$y_G = \frac{4b}{3\pi} \qquad (2)$$

remplaçant $b = \frac{a}{2}$

$$y_G = \frac{2a}{3\pi}$$

et pour l'ellipse avec $a = 1$,
on obtient

$$y_G = \frac{2}{3\pi} = 0{,}212.$$

La position de celui-ci exprimée en coordonnées polaires ayant leur origine en S est $\rho_0 = 0{,}65$ et $\alpha = \text{arc tg } 0{,}415$.

Si la „courbe G" avait été un cercle, alors de toute évidence le centre de courbure de celui-ci aurait été le centre de rotation fixe de la manivelle.

Etant donne que, ainsi que l'on a constaté, la condition ci-dessus n'est pas remplie, afin de donner la posibilité à G, matérialisé en méca-

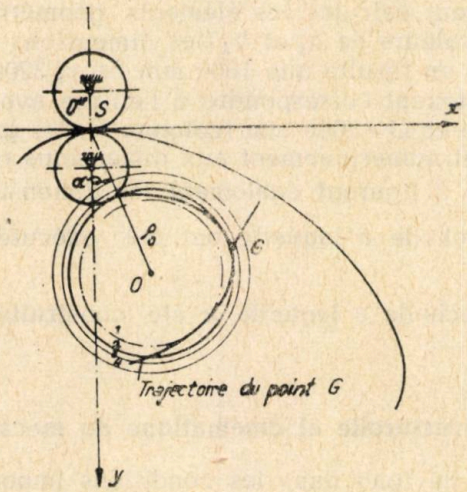


Fig. 10. La construction de la courbe — bielle du centre de pesanteur („la courbe G") de la demi-ellipse du fond du récipient et son approximation à un cercle.

nisme, de décrire la courbe de bielle G, il est nécessaire d'introduire entre A et G deux éléments, c'est à dire essentiellement une dyade d'aspect 1, dont l'articulation intérieure est l'articulation mobile de la manivelle.

Le choix du cercle optima de rayon $r = 0{,}35$ a été fait dans le but l'équilibre à moindres contrepoinds et de maintenir le gabarit imposé par les dimensions du fond demi-elliptique, où doit être placé le mécanisme tout entier d'action et de suspension.

Afin que le mécanisme fonctionne dans tout le domaine fixé par le processus technologique, il faut que soit réalisée la condition :

$$A_0 A + AG > A_0 G. \tag{3}$$

Sur la base de la condition susmentionée (3) l'on a admis $AG = 0{,}60$.

Si l'on note avec :

r_k, ϱ_k, $A_k G_k$ — les grandeurs appropriées, résultant d'une autre demi-ellipse, K, avec la même excentricité

$$e_k = e = \frac{a}{b} = \frac{a_k}{b_k} = 2$$

il y aura la relation :

$$\frac{r_k}{r} = \frac{k}{\varrho} = \frac{A_k G_k}{AG} \tag{4}$$

C'est toujours par des raisons de symétrie et de proportionnalité que les centres 0_k appropriées aux ellipses k se trouvent sur la droite SA_0.

Au tableau 2 sont calculés les éléments géométriques correspondant aux diverses valeurs de a_k et b_k (les dimensions des fonds elliptiques). Du tableau il en résulte que 1800 mm $2a_k \leqslant 3200$ mm.

Si on fait maintenant correspondre à l'ellipse avec $a = 1$ (tableau 2 ligne 2) le fond avec $\varnothing = 2000$ mm (colonne 1), les grandeurs adimensionnelles coïncident numériquement aux dimensions réelles en $[m]$.

Au tableau no. 2 figurent également les dimensions aux échelles $k_{l_1} = \frac{1}{100}\left[\frac{m}{mm}\right]$ (l'échelle à laquelle ont été exécutés les dessins) et $k_{l_2} = \frac{1}{200}\left[\frac{m}{mm}\right]$ (l'échelle à laquelle a été construite la maquette du mécanisme projété).

§ 4. L'analyse structurelle et cinématique du mécanisme projété

Le mouvement du fond dans les conditions imposées est — ainsi que l'on a déja montré-une succession de rotations infiniment petites autour d'un axe qui passe par le centre de courbure S_0 de l'ellipse, au point de soudure S et qui est perpendiculaire au plan de l'ellipse, d'où il résulte que S_0 est le centre instantané du mouvement plan de l'ellipse matérialisée.

Etant donné que S_0 se trouve sur O^*y, la perpendiculaire en S sur la tangente à l'ellipse, il en résulte que l'axe O^*y est le centroïde fixe du mouvement de l'ellipse (la base), tandis que le centroïde mobile (la roulette) est la dévelopée de l'ellipse elle-même. Sur la base de cette observation, le problème peut être généralisé de cette manière : le mouvement d'un élément contenant dans son plan une courbe qui passe par un point fixe O^* et est tangente à une droite fixe O^*X dans ce point, est un mouvement plan-parallèle dans lequel le centroïde fixe (la base) est une droite oy qui passe par le point considéré et est normale sur la tangente, tandis que la roulette est la développée de la courbe respective (fig. 11).

Les conditions imposée équivalent au reliement de l'élément mobile à la base (élément fixe) par un couple cinématique de V-e classe, une coulisse courbe dont le rayon de courbure varie avec le temps, sa loi de variation étant pareille à celle du rayon de courbure de l'ellipse (fig. 12) ou de deux couples de IV-e classe, infiniment rapprochés (fig. 13). Cette dernière variante a été pratiquement réalisée par deux rouleaux, qui sont des éléments passifs du point de vue structural (fig. 14).

Les éléments géometriques du mécanisme pour le soutien et la mise en action des fonds demi-elliptiques en fonction de la grandeur du diamètre du fond.

D	a	b	y_G	$b - y_G$	$\frac{b - y_G}{k_{l_2}}$	rayon polaire ϱ_0			rayon de la manivelle			Longueur $AG = l$		
						ϱ_0	$\frac{\varrho_0}{k_{l_1}}$	$\frac{\varrho_0}{k_{l_2}}$	$OA = r$	$\frac{r}{k_{l_1}}$	$\frac{r}{k_{l_2}}$	l	$\frac{l}{k_{l_1}}$	$\frac{l}{k_{l_2}}$
1 800	0,9	0,45	0,1908	0,2592	51,84	0,0621	62,1	124,2	0,0315	31,5	63	0,0054	5,4	10,8
2 000	1,0	0,5	0,212	0,288	57,6	0,069	69	138	0,035	35	70	0,006	6	12
2 200	1,1	0,55	0,2332	0,3168	63,36	0,0759	75,9	151,8	0,0385	38,5	77	0,0066	6,6	13,2
2 400	1,2	0,6	0,2544	0,3456	69,12	0,0828	82,8	165,6	0,042	42	84	0,0072	7,2	14,4
2 600	1,3	0,65	0,2756	0,3744	74,88	0,0897	89,7	179,4	0,0455	45,5	91	0,0078	7,8	15.6
2 800	1,4	0,7	0,2968	0,4032	80,64	0,0966	96,6	193,2	0,049	49	98	0,0084	8,4	16,8
3 000	1,5	0,75	0,3180	0,432	86,40	0,1035	103,5	207	0,0525	52 5	105	0,009	9	18
3 200	1,6	0,8	0,3392	0,4608	92,16	0,1104	110,4	220,8	0,056	56	112	0,0096	9,6	19,2

$$k_{l_1} = \frac{1}{100}\left[\frac{\text{m}}{\text{mm}}\right]$$

$$k_{l_2} = \frac{1}{200}\left[\frac{\text{m}}{\text{mm}}\right]$$

L'élément ainsi relié à la base forme avec cette dernière un mécanisme fondamental. Pratiquement, ce mécanisme, qui correspond du point de vue cinematique, ne peut être adopté à cause des grandes dimensions des fonds et de leur poids appréciable ($D = 1800 — 3200$ mm et le poids $G = 400—800$ kgf).

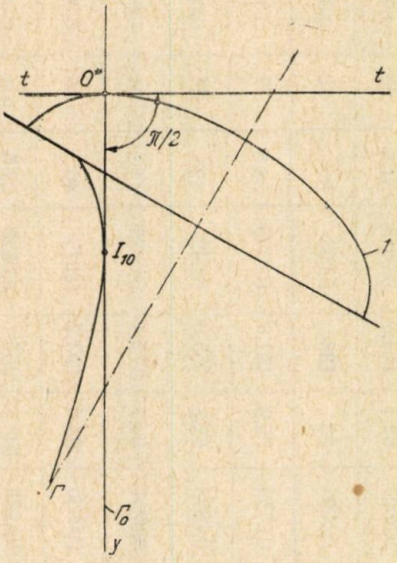


Fig. 11. La génération du monvement du fond par le roulement de la développée de l'ellipse sur la droite

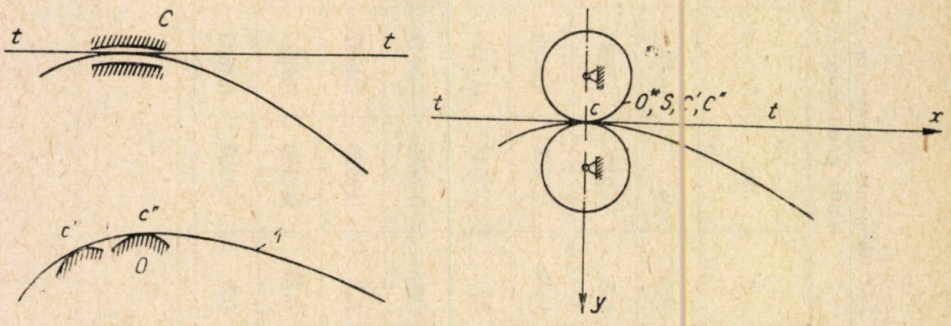


Fig. 12, 13, 14. Les possibilites de relier l'ellipse matérialisée à la base.

En ajoutant la dyade 2—3 (A_0AG), la mobilité du mécanisme ne se modifie pas et peut être en ce cas équilibré statiquement par deux contrepoids G_2 et G_3, conformément à la figure no. 15.

La structure de ce mécanisme ainsi réalisé, se modifie comme suit :

Jusqu'à l'introduction du fond entre les rouleaux, les éléments 1, 2, 3 (fig. 16) forment une chaîne cinématique ouverte avec trois degrés de

mobilité dont le fonctionnement est très facile étant donné qu'il est équilibré du point de vue statique.

Lorsque le fond pénètre entre les rouleaux, la chaîne se transforme dans un mécanisme à un seul degré de mobilité ayant l'élément *1* comme moteur entraîné par friction à vitesse constante par l'un des rouleaux.

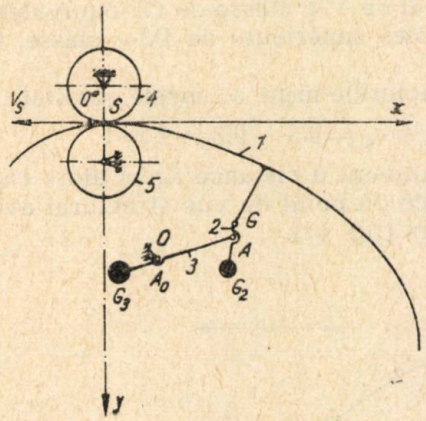


Fig. 15. Le mécanisme d'appui et d'entraînement des fonds

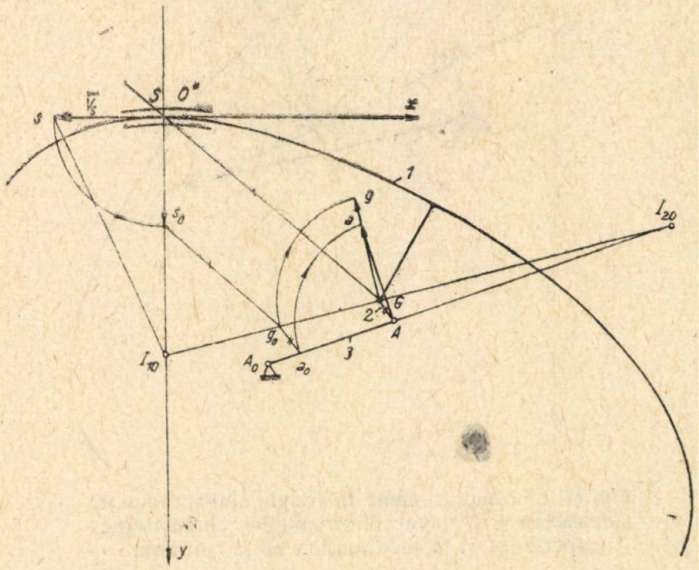


Fig. 16. La détermination des vitesses par la méthode du rabattage.

Réellement, dans le premier cas la chaîne cinématique ouverte (1, 2, 3) avec $n = 3$ éléments mobiles et $c_5 = 3$ (dont l'articulation A_0 est fixe) a le degré de mobilité :

$$M_3 = 3n - 2c_5 = 3.3 - 2.3 = 3.$$

Dans le deuxième cas, lorsque l'élément 1 (la demi-ellipse du fond) est relié à la base par un couple de translation courbe, à rayon de courbure variabile, la chaîne cinématique (1, 2, 3) se transforme dans un mécanisme quadrilatère idéal, dont le degré de mobilité est :

$$M_3 = 3n - 2c_5 = 3.3 - 2.4 = 1.$$

Le couple cinématique idéal de V-e classe de O* équivalent de point de vue structural à deux couples supérieurs de IV-e classe, infiniment rapprochés.

Dans ce cas, la formule stucturale mène au même résultat :

$$M_3 = 3n - 2c_5 - c_4 = 3.3 - 2.3 - 2 = 1.$$

Si les deux rouleaux se trouvent à distance finie, alors chaque couple supérieur peut être remplacé du point de vue structural avec un élément et deux couples inférieurs (fig. 17).

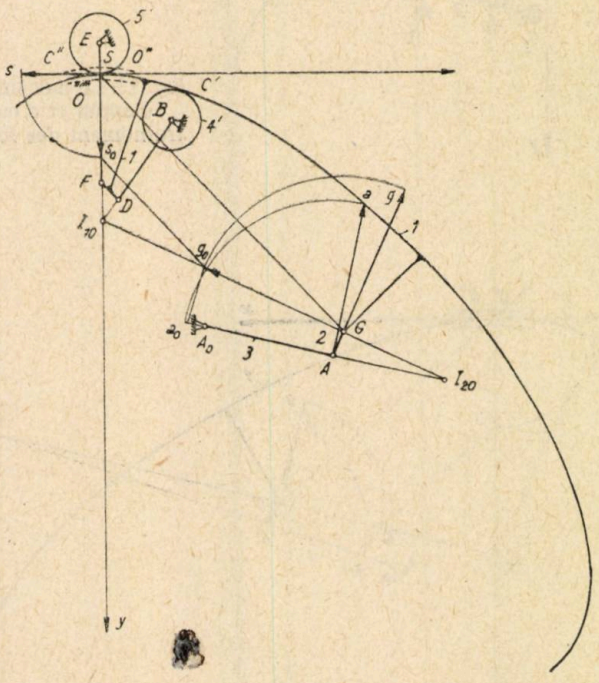


Fig. 17. Le remplacement du couple cinématique de translation à O* avec deux couples cinématiques superieurs et la justification de la solution.

Ainsi le couple supérieur de C' est remplacé par l'élément 4 et les articulations B (au centre du rouleau 4') et D (au centre de courbure de l'ellipse correspondant au point C').

Le couple supérieur de C'' est remplacé par l'élément 5 et les articulations E (au centre du rouleau 5') et F (au centre de courbure de l'ellipse correspondant au point C'').

Le mécanisme se transforme dans un autre avec $n = 5$; $c_5 = 7$ et $M_3 = 3.5 - 2.7 = 1$.

Les rouleaux doivent être fixés à distance finie de telle manière que les deux rayons de courbure se coupent sur la normale à O^* à l'ellipse (o^*y).

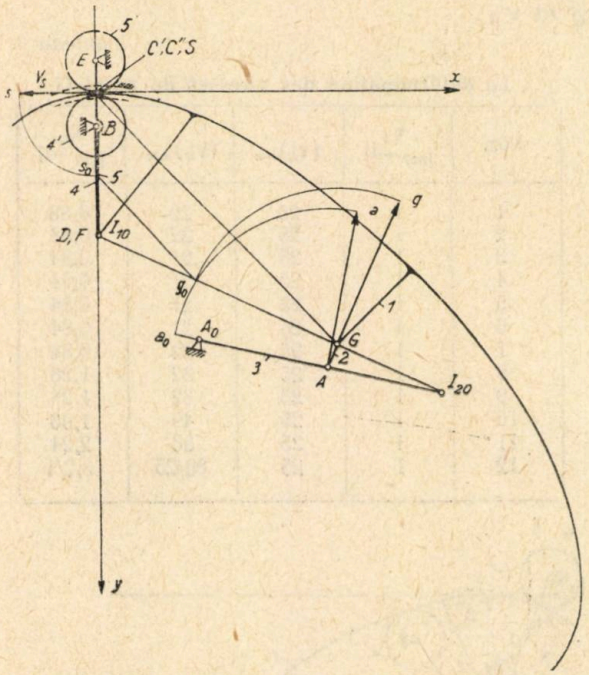


Fig. 18. Le cas limite dans lequel les couples cinématiques supérieures C' et C'' se confondent à O.

De cette manière, le centre instantané de rotation I_{10} de l'élément L (le fond de l'ellipse) se trouve sur o^*y.

Lorsque les deux rouleaux deviennent tangents en S et donc les points C' et C'' se confondent avec le centre de courbure de l'ellipse au point S (fig. 18) et les éléments 4,5 se transforment dans une dyade d'aspect I, avec les articulations extérieures B et E reliées à la base, ayant à EDI_{10} une articulation double.

Dans cette position, théoriquement le mécanisme deviendrait rigide.

Tenant compte que, dans le cas envisagé le fond elliptique 1 est l'élément moteur à la vitesse donnée V_S du point S (v_S = const), l'on peut extraire du mécanisme la dyade 4,5, tandis que l'articulation $I_{1,0}$ restée libre à l'élément I, est remplacée par le couple de translation courbe en S.

Le mécanisme devient donc à quatre éléments (fig. 16) dans lesquels le centre de courbure de la coulisse courbe fixe de S (le couple de translation 1,0) est variable sur l'axe oy.

§ 5. L'étude principiale de la distribution de vitesses

Cette étude peut être effectuée à l'aide de la méthode graphique, parce que la vitesse v_S de soudure est très petite.

Dans les figures 16—19 l'on a employé la méthode du rabattement, en obtenant v_G et v_A.

Tableau 3

La détérmination des vitesses du point G

Poz.	v_S $[ms^{-1}]$	$(v_S)_{mm}$	$(v_G)_{mm}$	v_G $[ms^{-1}]$
1	1	25	22	0,88
2	1	25	22	0,88
3	1	25	21	0,84
4	1	25	21	0,84
5	1	25	21	0,84
6	1	25	21	0,84
7	1	25	22	0,88
8	1	25	32	1,28
9	1	25	32	1,28
10	1	25	49	1,96
11	1	25	56	2,24
12	1	25	80/25	3,2/1

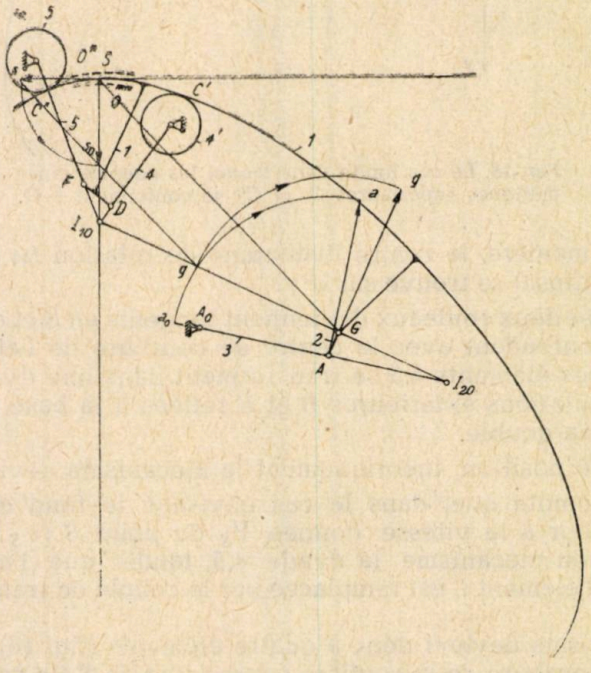


Fig. 19. Le cas dans lequel couple cinématique superior C'' se trouve à O*.

Les résultats des calculs se trouvent inscrits au tableau 3, où l'on peut constater que v_G varie entre les valeurs :

$$v_{G\min} = 0.84\, v_S$$

et

$$v_{G\max} = 3{,}2\, v_S.$$

Si l'on construit le polygone des vitesses et l'on trace les vitesses des points de l'ellipse correspondant à une position donnée, alors la courbe des flèches des vecteurs-vitesse de ces points sera conformément au théorème de la ressemblance, unde ellipse homothétique à celle du plan du mécanisme (le fond elliptique).

Dans un prochain travail on etudie la possibilité de projeter ce mécanisme à l'aide de la courbure affine de la courbe-bielle appliquée aux coniques (ellipses) [3].

La chaire de theorie de mécanisme
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Lichtenheld W.:* Konstruktionslehre der Getriebe. Akademie Verlag Berlin 1965.
2. *Manolescu N. I.* et *collectif:* Probleme de Teoria mecanismelor și a mașinilor. E.D.P. 1968.
3. *Bottema O.:* On Some loci in Plane Instantaneous Kinematics. Jnl. Mechanisms Volume 2, pp. 141—144/Pergamon Press 1967.
4. *Manolescu N. I., Antonescu P.:* Mecanisme pentru trasarea de elipse cu viteză constantă. Bulet. Inst. Polit. București Tom. XXVI Fasc. 3 (1964) pp. 61—79.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

C.Z.: 621—23/—3 : 621.8.02/03 : 531.1

HIGH - SPEED CAMS *

IOLANDA ROBAN, I. TEMPEA

1 Introduction

The utilization, in modern machine fabrication, of cam mechanisms of higer and higher speeds, has imposed the striking need of adequate cam mechanism investigation, engineering and manufacturing.

The usual cam motion equations — acceptable for low speeds — present for high — speed cam the following shortcomings :

— jumps in follower velocity diagram, producing hard shocks.

— jumps in follower acceleration diagram, stressing supplementary the mechanism, although they produce soft shocks.

— the possibility of resonance phenomenon appearance.

To neglect this phenomenons, as well as the flexibility of the linkages, may lead, in some cases, to the break of the kinematic chain and to very high dynamic stresses, producing prematur wear of the members

That is why, both the analysis and the syntesis of cam mechanisms with dynamic regime must take into account the accelerations of higher order and, especially, the acceleration of second degree.

It is named „pulse" the second degree acceleration, magnitude definite by the relations :

$$\bar{p}_B = \frac{d\bar{a}_B}{dt} \tag{1}$$

where,

$$\bar{\beta} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} \tag{1'}$$

a_B — ist the acceleration of the point B lanyng on the follower in contact with the cam.

t — the time in the moment taken into account.

ε — angular acceleration of the oscillating follower.

The formula (1) is defining the straight — line pulse and the formula (1') the angular pulse, in case of oscillating follower cam.

---

* Paper presented at the scientific session of the teaching staff of the Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucharest, 27—29 May 1966.

The „reduced pulse" will be defined by the relations :

$$\bar{p}_B = \frac{d\bar{a}_B}{d\varphi} \text{ or } \bar{p}_B = \frac{d^3\bar{s}_B}{d\varphi^3} \tag{2}$$

where : ω_1 is the cam angular velocity and φ the respective rotation angle.

Since,

$$\frac{d\bar{F}}{dt} = m\frac{d\bar{a}_B}{dt} = m\bar{p}_B \tag{3}$$

it results that, taking into account the pulse, we have the possibility to investigate the wear phenomenon, the relation (3) permitting to determine the variation of the external forces with respect to time.

In the foregoing there were presented the esential particularities of high-speed cam analysis, showing the adequate curves required by the cam dynamic study, the flexibility of the linkages beeing taken into account.

2. High — speed cam analysis

The high — speed cam analysis determines — as it was before shown — to take into account the pulse, defined by the relation :

$$\bar{p} = \frac{d\bar{a}}{dt}$$

As it is known, in cam analysis the following data are considered :

a) the kinematic diagram of the mechanism

b) the curve of the input link $\varphi = \varphi(t)$, which permits to determine:

— the angular velocity $\dot{\varphi} = \omega = \omega(t)$

— the angular acceleration $\ddot{\varphi} = \varepsilon = \varepsilon(t)$

— the angular pulse $\dddot{\varphi} = \beta = \beta(t)$

The methods used to determine velocities and accelerations are the analysis methods used to determine the pulse :

— The pulse — diagram method

— the pulse — plane method.

2.1. Pulse — diagram method.

Starting from the follower acceleration diagram $a = a(t)$ for translating follower or $\varepsilon = \varepsilon(t)$ for oscillating follower, by graphical differentiation it is obtained :

— the straight — line pulse $\bar{p}_B = \frac{d\bar{a}_B}{dt}$ respectively

— the angular pulse $\bar{\beta} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt}$

The graphical differentiation methods are known [9]

The investigation of the kinematic diagrams for usual motion equations shows that in many cases, although the follower acceleration dia-

gram concerning shoks is admissible, the respective curve is not acceptable from the point of view of pulse diagram.

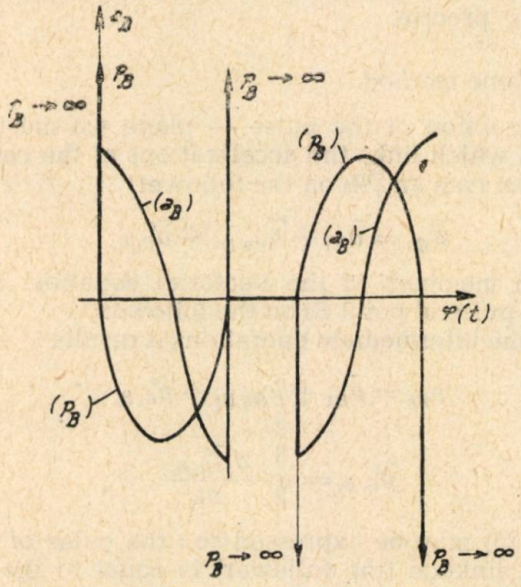


Fig. 1

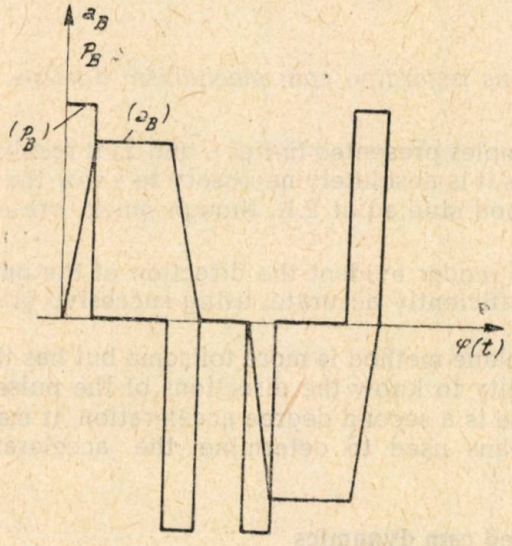


Fig. 2

So — as it results from fig. 1 — although the acceleration varies between finite values, in some points the pulse takes theoretically infinite values, practically finite but very high, due to the flexibility of the linkages.

Other case is in fig. 2. where we can see, that the pulse changes the magnitude and the sense more frequently than the acceleratioin. Under these conditions the design at wear without taking into account the pulse is not sufficiently precise.

2.2 Pulse — plane method.

For the construction of the pulse — plane we must start with the vectorial equation which links the accelerations of the conjugated points B_1 and B_2 (B_1 on the cam and B_2 on the follower)

$$\bar{a}_{B2} = \bar{a}_{B1} + \bar{a}_{B2\,B1} + \bar{a}^{c}_{B_2 B_1} \tag{4}$$

Deriving both members of the vectorial equation, in respect with time, it results the pulse of point B_2 on the follower.

Passing over the intermediate operations it results :

$$\bar{p}_{B2} = \bar{p}_{B1} + \bar{p}_{B2\,B1} + \bar{p}^{c}_{B_2 B_1} \tag{5}$$

where ;

$$\bar{p}^{c}_{B_2 B_1} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{a}^{c}_{B_2 B_1}}{dt} \tag{6}$$

The equation (5) may be expressed so : the pulse of the conjugated point of the input linkage (the follower) is equal to the vector sum of three components : the transport pulse, the relative pulse and the complementary pulse.

2.3. Conclusions regarding cam mechanism analisis, taking into account the pulse.

From the examples presented in fig. 1. and 2., it results that in high — speed cam analysis it is absolutely necessary to know the pulse variation.

The first method studied at 2.1., though quick, presents some disatvantages :

— it does not render evident the direction of the pulse vector.

— it is not sufficiently accurate, using succesive graphical differentiating.

The pulse — plane method is more toilsome but has the advantage of giving the possibility to know the directions of the pulse vectors.

Since the pulse is a second degree acceleration, it may be calculated by any other means used to determine the accelerations of higher degrees [7] [8]

3. High — speed cam dynamics

In case of cam mechanisms used at high — speeds the follower and other members transmitting the motion between the cam and the last output linkage are deformed under the high stresses which appear. Thus between the ideal motion $s_c = s_{c(t)}$, given by the cam profile and the

actual motion $s = s(t)$ there exists a difference $z = s_c - s$ which represents the deformation of the elastic system.

The cam profile is the source of elastic oscillations of the follower and this phenomenon determines important changes concerning the given curve.

In order to study the dynamic of the cam with the flexibility of the linkages under consideration, we shall consider the simplified monomass model, represented in fig. 3.

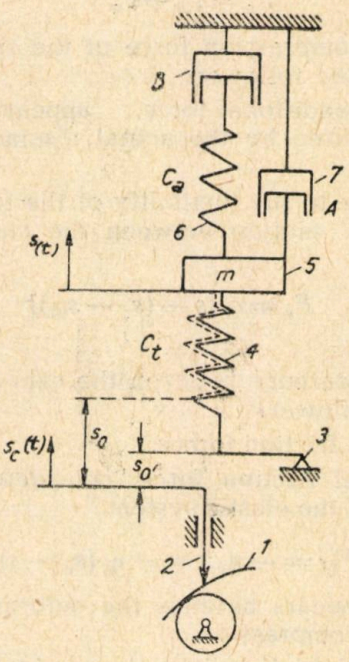


Fig. 3

In this figure the following notations were performed :

1. the cam.

2. the lower end of the follower, moving in accordance to the function $s_c = s_{c(t)}$ given by the cam profile.

3. chek

4. spring equivalent to the elasticity of the follower, having the elastic constant c_t.

5. the reduced mass, located at the higher end of the follower.

6. compression spring needed to maintain the contact between the cam and the follower, having the elastic constant c_a.

7. damper taking into account the internal friction, the losses due to the hysteresis of the material and the friction in the kinematic pairs of the transmission mechanism.

8. the damper taking into account the external frictions (follower — fixed slide etc.).

The forces acting on the system are :

F_t — the technological force, which may be constant or variable.

F_a — the elastic force of the compression spring. In case of a spring with straight line characteristic (constant pitch) this force may be expressed :

$$F_a = F_0 + c_a\, s \tag{7}$$

F_0 — the initial compression force of the spring, corresponding to the lower position of the follower.

$c_a\, s$ — the elastic additional force, appearing as a result of the spring compression caused by the actual displacement of the follower higher end.

F_e — the force due to the flexibility of the follower (or of the lever system transmitting the motion between the cam and the last driven linkage).

$$F_e = c_t\,[s - (s_c - s_{01})] \tag{8}$$

where :

s_{01} is the initial clearence between the cam and the follower in the lower position of the follower.

$F_f = F_{1f} + F_{2f}$ the friction forces.

F_{1f} = the internal friction force, considered proportional to the deformation velocity of the elastic system.

$$F_{1f} = -\eta_1 \dot{z} = -\eta_1 (\dot{s_c} - \dot{s}) \tag{9}$$

The sign minus appears because the deformation of the system is considered positive at compression.

F_{2f} — the external friction force is considered proportional to the velocity of the follower.

$$F_{2f} = \eta_2 \dot{s} \tag{10}$$

In this relations η_1 and η_2 are some conventional coefficients of viscous friction and may be calculated with the relation

$$\eta_1 = 2\,\xi_1 \sqrt{(c_a + c_t)\, m} \qquad \eta_2 = 2\,\xi_2 \sqrt{(c_a + c_t)\, m} \tag{11}$$

where ξ_1, and ξ_2 are adimensional coefficients kept between the boundaries $0{,}03 \leqslant \xi_{12} \leqslant 0{,}15$,

F_G — the force due to the weight of the output linkage projected on the displacement direction.

With these notations the equation of the dynamic equilibrium of the system represented in fig. 3 may be written :

$$m\ddot{s} = -F_e - F_a - F_f - F_t - F_G \tag{12}$$

Substituting the expressions of the forces in the second member it results :

$$m\ddot{s} = -c_t\,[s-(s_c-s_{01})] - F_0 - c_a\,s - \eta_1\,(\dot{s}-\dot{s}_c) - \eta_2\,\dot{s} - F_t - F_G$$

Dividing to m, substituting the coefficients η_{11}, η_{12} through the expressions (11) and grouping conveniently the terms we obtain :

$$\ddot{s} + 2\sqrt{\frac{c_a+c_t}{m}}\,(\xi_1+\xi_2)\,\dot{s} + \frac{c_a+c_t}{m}\,s = 2\,\xi_1\sqrt{\frac{c_a+c_t}{m}}\,\dot{s}_c + \\ + \frac{c_t}{m}\,(s_c-s_{01}) - \frac{F_0+F_t+F_G}{m} \tag{13}$$

let

$$k = \sqrt{\frac{c_a+c_t}{m}} \qquad k_t = \sqrt{\frac{c_t}{m}} \tag{14}$$

Since in most cases the motion is given in function of cam rotation angle φ, it is possible to write :

$$\dot{s} = \frac{ds}{d\varphi}\,\omega = s'\,\omega \qquad \ddot{s} = \frac{d^2s}{d\varphi^2}\,\omega^2 = s''\,\omega^2$$

and similarly

$$\dot{s}_c = s_c'\,\omega$$

The equation (13) may be then written.

$$s'' + 2\frac{k}{\omega}\,(\xi_1+\xi_2)\,s' + \frac{k^2}{\omega^2}\,s = 2\,\xi_1\frac{k}{\omega}\,s_c' + \frac{k_t^2}{\omega^2}\,(s_c-s_{01}) - \\ - \frac{F_0+F_t+F_G}{m\,\omega^2} \tag{15}$$

It runs about a heterogeneous quadratic differential equation with constant coefficients.

It is obvious, the complexity to work out this equation depends on the functions occuring in the right hand member.

Often, owing to the complexity of the solutions which may occur, aproximate solving methods are used.

4. Polydyne cams

Often, owing to the complexity of the solutions which may occur, motion of the driven linkage, taking into account the flexibility of the members composing the motion transmiting chain, the motion equation of the imput linkage (the cam) beeing imposed. In the same time this equation permits also to solve the inverse probleme of the cam profile determination for a imposed motion equation of the driven linkage.

4.1. Compulsory conditions for the driven linkage motion equation.

If in the differential equation of the considered oscillating motion system expressed in (13) the friction of the system is neglected ($\xi_1 = \xi_2 = 0$) the motion equation of the cam profile may be expressed in function of the motion equation imposed to the driven linkage :

$$s_c = \frac{m}{c_t}\ddot{s} + \left(\frac{c_a}{c_t} + 1\right)s + s_{01} + \frac{F_0 + F_t + F_G}{c_t} \tag{16}$$

or in case the cam rotation angle is chosen as variable :

$$s_c = \frac{m\omega^2}{c_t}s'' + \left(\frac{c_a}{c_t} + 1\right)s + s_{01} + \frac{F_0 + Ft + F_G}{c_t} \tag{17}$$

In these equation it is seen that in the case of a rigid system $c_t = \infty$ and $s_c = s + s_{01}$

I.et :

$$s_0 = s_{01} + \frac{F_0 + F_t + F_G}{c_t}$$

$$k_1 = \frac{c_a + c_t}{c_t}$$

$$k_2 = \frac{m\omega^2}{c_t}$$

The equation (17) will take the expression :

$$s_c = s_0 + k_1 s + k_2 s'' \tag{18}$$

Investigating this relation, the following remarks are to be made :

a) s_0 has the function to compensate the clearence between the follower and the cam and the initial statical deflection.

This size will be named the height of the additional profile. Since s_0 is little compared to the term $\frac{F_t + F_0 + F_G}{c_t}$, it results that s_0 depends firstly on :

— the technological force, generally constant.

— the initial compression force of the spring, which depends upon the maximum inertia forces stressing the spring 6, as well as upon other factors.

— the weight force, in most cases negligible compared to the other forces.

— the elastic constant of the follower c_t

The determination of s_0 may be performed either experimentally or by calculating it.

b) The ratio of the elastic constants

$$k_1 = \frac{c_a + c_t}{c_t}$$

may be determined knowing the elastic constant of each deformable linkage. These constants may be determined measuring either the actual mechanism or the model.

c) The dynamic constant

$$k_2 = \frac{m\omega^2}{c_t}$$

depends upon the cam speed, the elastic constant of the system and the reduced mass of the system.

To investigate the influence of the dynamic characteristics of the system on the choice of the motion equation, we are starting from the equation (18), taking into account that $s' = \frac{d^2 s}{d\varphi^2}$. Differentiating with respect to φ, it results :

$$\frac{ds_c}{d\varphi} = \frac{v_c}{\omega} = k_1 \frac{ds}{d\varphi} + k_2 \frac{d^3 s}{d\varphi^3} \tag{19}$$

$$\frac{d^2 s_c}{d\varphi^2} = \frac{a_c}{\omega^2} = k_1 \frac{d^2 s}{d\varphi^2} + k_2 \frac{d^4 s}{d\varphi^4} \tag{20}$$

From the formulas (19) and (20) it results that in order to ensure the continuity of the displacement, of the velocity and acceleration of the follower end, which obeys to the motion law imposed by the cam profile, the function $s_{(\varphi)}$ and its first four derivatives must be continuous functions.

At the same time, in order to avoid hard or soft shocks for the D — R — D — curves, the function $s_{(\varphi)}$ and its derivatives must fulfil the following conditions :

$$\begin{aligned} &\varphi = 0 \quad s = 0 \quad \frac{ds}{d\varphi} = 0 \quad \frac{d^2 s}{d\varphi^2} = 0 \quad \frac{d^3 s}{d\varphi^3} = 0 \quad \frac{d^4 s}{d\varphi^4} = 0 \\ &\varphi = \varphi_1 \quad s = h \quad \frac{ds}{d\varphi} = 0 \quad \frac{d^2 s}{d\varphi^2} = 0 \quad \frac{d^3 s}{d\varphi^3} = 0 \quad \frac{d^4 s}{d\varphi^4} = 0 \end{aligned} \tag{21}$$

where φ_1 is the rotation angle corresponding to the total rise of the follower.

It results that in order to obtain the desired action of the high speed cams, the function $s_{(\varphi)}$ — chosen for the displacement of the driven linkage — must fulfil the conditions (21).

4.2. *Polynomials used in high — speed cam designing.*

The function $s_{(\varphi)}$ having to fulfil a sufficient number of boundary conditions, it is indicated to express it as a polynomial equation. The cams designed on the basis of a polynomial curve, taking into account the flexibility of the kinematic chain, are the polydyne cams. The method was exposed for the first time in [1] and then developed in [2].

We shall write the general polynomial equation as follows :

$$s = h\left[C_0 + C_1\frac{\varphi}{\varphi_1} + C_2\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^2 + C_3\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^3 + \cdots + C_n\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^n\right] \tag{22}$$

or, in a restricted form :

$$s = h\sum_{j=0}^{n} C_j\left(\frac{\varphi}{\varphi_1}\right)^j \tag{22'}$$

If the following notations are made :

$$\theta = \frac{\varphi}{\varphi_1} \text{ and } C_s = \frac{s}{h}$$

it results that the equation (22) may be written :

$$s = C_s h \tag{23}$$

The adimensional coefficient C_s will be named displacement coefficient. In case of polynomial equation it is expressed :

$$C_s = C_0 + C_1\theta + C_2\theta^2 + C_3\theta^3 + \cdots + C_n\theta^n \tag{24}$$

or, restricted :

$$C_s = \sum_{j=1}^{n} C_j\theta^j \tag{24'}$$

The parameter $\theta = \frac{\varphi}{\varphi_1}$ varies between the values $\theta = 0$ for $\varphi = 0$ and $\theta = 1$ for $\varphi = \varphi_1$ (for the rising curve). Also the displacement coefficient $c_s = \frac{s}{h}$ varies between the values : $C_s = 0$ for $\theta = 0$ (consequently $C_0 = 0$) and $C_s = 1$ for $\theta = 1$ $(s = h)$, as it results also from figure 4.

Similarly, it may be written

$$v = \frac{h\omega}{\varphi_1} C_v \tag{25}$$

where :

C_v is the adimensional coefficient of the velocity, in the case under consideration :

$$C_v = C_1 + 2\,C_2\,\theta + 3\,C_3\,\theta^2 + \cdots + n\,C_n\,\theta^{n-1}$$

$$c_v = \sum_{j=1}^{n} j\,C_j\,\theta^{j-1} \tag{26}$$

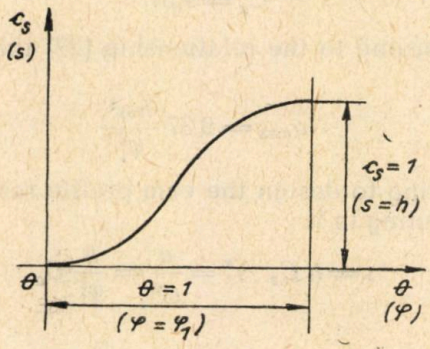


Fig. 4

and :

$$a = \frac{h\,\omega^2}{\varphi_1^2}\,C_a \tag{27}$$

where C_a is the adimensional coefficient of the acceleration, which may be calculated for polydyne cams with the relationships :

$$C_a = 2\,C_2 + 2.3\,C_3\,\theta + \cdots + (n-1)\,n\,C_n\,\theta^{n-2} \tag{28}$$

$$C_a = \Sigma\, j\,(j-1)\,C_j\,\theta^{j-2} \tag{28'}$$

In the paper [5] it is presented a systematisation of the general motion equation, indusively the polynomials. Therefore we shall refere to these curves which are indicated in high — speed cams. We shall consider the rising profile, assuming that the motion equation is symmetrical with respect to the middle of the stroke.

Certainly, the first indicated polynomial is that one satisfying the ten imposed conditions, so it will have ten coefficients. That means a polynomial of the ninth degree :

$$C_s = \sum_{j=0}^{9} C_j\,\theta_j$$

Imposing the ten conditions, it is obtained :

$$C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$$

$$C_5 = 126 \quad C_6 = -420 \quad C_7 = 540 \quad C_8 = -315 \quad C_9 = 70$$

In this case the adimensional coefficients may be written :

$$C_s = 126\,\theta^5 - 420\,\theta^6 + 540\,\theta^7 - 315\,\theta^8 + 70\,\theta^9 \tag{29}$$

$$C_v = 630\,\theta^4 - 2520\,\theta^5 + 3780\,\theta^6 - 2520\,\theta^7 + 630\,\theta^8 \tag{30}$$

$$C_a = 2520\,\theta^3 - 12600\,\theta^4 + 22680\,\theta^5 - 17640\,\theta^6 + 5040\,\theta^7 \tag{31}$$

The equation (31) gives the maximum coefficient of the acceleration

$$C_a = 9{,}37$$

Therefore, according to the relationship (27) the maximum acceleration will be :

$$a_{max} = 9{,}37\,\frac{h\omega^2}{\varphi_1^2}$$

The curve serving to design the cam profile results according to the relation (18) substituting in it :

$$s = h\,C_s \quad s'' = \frac{a}{\omega^2} = \frac{h}{\varphi_1^2}\,C_a$$

It results :

$$s = s_0 + k_1\,(126\,\theta^5 - 420\,\theta^6 + 540\,\theta^7 - 315\,\theta^8 + 70\,\theta^9)\,h + \\ + k_2\,(2520\,\theta^3 - 12600\,\theta^4 + 22680\,\theta^5 - 17640\,\theta^6 + 5040\,\theta^7)\,\frac{h}{\varphi_1^2} \tag{32}$$

Increasing the order of the polynomial, additional conditions may be imposed for the motion equation. So, if we consider the polynomial :

$$C_s = C_0 + C_1\,\theta + C_2\,\theta^2 + \cdots + C_{11}\,\theta^{11} \tag{33}$$

there result a number of 12 coefficients to be determined through boundary conditions. The conditions (21) lead to the determination of 10 coefficients. The eleventh coefficient is determined from the condition of simmetry of the function $C_s = C_s(\varphi)$ with respect to the value $\theta = \frac{1}{2}\left(\varphi = \frac{\varphi_1}{2}\right)$. It remains an undetermined coefficient. Its calculation is made from the condition that C_{amax} must have the minimum value. The following coefficients result :

$$C_0 = C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$$

$$C_5 = 336 \quad C_6 = -1890 \quad C_7 = 4760 \quad C_8 = -6615 \quad C_9 = 5320$$

$$C_{10} = -2310 \quad C_{11} = 420$$

The coefficients of this motion equation may be written :

$$C_s = 336\,\theta^5 - 1890\,\theta^6 + 4740\,\theta^7 - 6615\,\theta^8 + 5320\,\theta^9 - 2310\,\theta^{10} + 420\,\theta^{11} \tag{34}$$

$$C_v = 1680\,\theta^4 - 11340\,\theta^5 + 33180\,\theta^6 - 52920\,\theta^7 + 47880\,\theta^8 - 23100\,\theta^9 + \\ + 4620\,\theta^{10} \tag{35}$$

$$C_a = 6720\,\theta^3 - 56700\,\theta^4 + 199080\,\theta^5 - 349440\,\theta^6 + 383040\,\theta^7 - \\ - 207900\,\theta^8 + 46200\,\theta^9 \qquad (36)$$

In this case the maximum acceleration is :

$$a_{max} = 7{,}91\,\frac{h\,\omega^2}{\varphi_1^2}$$

It results that the motion equation $S = S(\theta)$, expressed as a polynomial of eleventh degree, improves the generaly used motion equation (29), so that the maximum acceleration decreases with 16%.

The motion equation corresponding to the cam profile is obtained after the substitution of the functions s and s" in the relations (18).

$$s = s_0 + k_1\,(336\,\theta^5 - 1890\,\theta^6 + 4740\,\theta^7 - 6615\,\theta^8 + 5320\,\theta^9 - 2310\,\theta^{10} + \\ + 420\,\theta^{11})\,h + k_2\,(6720\,\theta^3 - 56700\,\theta^4 + 199080\,\theta^5 - 370440\,\theta^6 + \\ + 383040\,\theta^7 - 207900\,\theta^8 + 46200\,\theta^9)\,\frac{h}{\varphi_1^2} \qquad (37)$$

This equation enables the designing of the cam.

For the polynomials there may be used as well combinations of exponents which are not succesive. Combining this exponents the curves may be improved.

The calculation of the coefficients of these equations may be performed either by imposing boundary conditions or directly using the methods indicated in [2] and [5].

5. Conclusions

1. The necessity of improving the performance of machines by using cam mechanisms (internal combustion engines, textile machines, etc.) leads to the tendency of increasing continually the speeds of the camshafts. This increase is limited by the unsatisfactory behaviour of the cams designed according to common methods. New investigation and designe methods are required taking into account some phenomena which may be neglected with low speeds.

2. The analysis of high — speed cam mechanisms requires to investigate, besides the variation of the acceleration, the velocity and the displacement, also the variation of higher order accelerations, especialiy of the second order accelerations (pulse). Eventual discontinuities or maximums in the pulse diagram may be the cause of indesirable dynamic stresses.

3. The dynamic investigation of high — speed cam mecanisms must take into account the flexibility of the kinematic chain linkages. The solution of the differential motion equation gives the possibility to find the actual values of the displacement, velocity and acceleration of the driven linkage.

4. The polydyne cams are obtained imposing a motion equation, under the form of a polynomial, for the driven linkage, the cam profile

resulting in case that it is taken into account the flexibility of the elements. In this way it is obtained a system with a corresponding action at high — speeds.

5. Both the integration of the motion dynamic equation and the design of polydine cam profiles, lead to a big time and workconsuming calculation. Therefore it is necessary to utilise computers.

Chair of Theory of Mechanisms
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *Dudley, W. M.*, New Methods in Valve Cam Design, SAE Quaterly Transactions 1, 1948
2. *Stoddart, D. A.*, Polydyne Cam Design, Machine Design, 1-3/53
3. *Levitskii N. I.*, Culacicovîe mehanizmî, Moscova, Maşinostroenie 1964
4. *Rothbart H. A.*, Cams, Design, Dynamics and Accuracy — New York, 1956
5. *Pelecudi Chr., Sava I.*, Legile generale ale mecanismelor cu came, St. cerc. mec. apl., 4 (1966)
6. *Peisah E. E.*, Usoverşenstvovanie polidinamiceskogo metoda proiectirovaniia kulacikovih mehanizmov, Vestnik masinostroeniia U.R.S.S., 46, nr. 12, dec. 1966
7. *Mangeron D., Ciobanu Gh., Braier A.*, Problema distribuţiei acceleraţiilor de ordin oarecare în mişcarea sistemelor materiale, Bul. Inst. polit. din Iaşi, 11, 1-2 (1956)
8. *Pelecudi Chr.*, Metoda acceleraţiilor superioare compuse în lanţurile cinematice plane, St. cerc. mec. apl., 3 (1965)
9. * * * Structura şi cinematica mecanismelor, Ed. Tehnică 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

CENTRALE ELECTRICE

C.Z.: 621.316.93 : 621.314 : 621.3.015 : 518 : 621.316.11

STUDIUL PARAMETRIC AL SUPRATENSIUNILOR ATMOSFERICE ÎN STAȚII CU AJUTORUL CALCULATOARELOR NUMERICE *)

C. DINCULESCU, D. CRISTESCU, B. UNGUREANU

Pornind de la rezultatele teoretice prezentate într-o lucrare anterioară sînt date curbele parametrice de variație a supratensiunilor la bornele transformatoarelor în stații, funcție de distanța electrică pînă la descărcătorul cu rezistență variabilă. de panta undei incidente și de linia pe care sosește supratensiunea atmosferică în stațiile de 110 kV.

Schema logică și algoritmul de calcul prezentat pot fi folosite și pentru studiul protecției stațiilor de 60 și 220 kV.

Calculele au fost efectuate ținînd seamă de conturnarea izolației liniei și de funcționarea reală a descărcătorului cu rezistență variabilă.

I. Generalități. Expunerea bazei teoretice de calcul

După cum rezultă din literatura de specialitate [1], anual se deteriorează datorită supratensiunilor atmosferice, 3% din totalul transformatoarelor, cu toate măsurile de protecție luate. Din aceste motive găsirea unor metode de calcul pentru determinarea schemelor optime de protecție contra supratensiunilor constituie o preocupare de actualitate [2, 3, 4, 5, 10].

Caracterul nelinear al proceselor fizice din descărcător și ale funcționării izolației liniilor, volumul foarte mare de calcule impus de reflexiile succesive între punctele nodale ale schemei stației impun drept cele mai adecvate metode de lucru folosirea calculatoarelor cifrice.

Într-o lucrare anterioară [6] au fost analizate aspectele teoretice și deduse relațiile de calcul ale supratensiunilor într-o rețea pe o schemă echivalentă cu patru noduri de tipul celei din fig. 1.

Pe scurt elementele esențiale ale ipotezelor făcute în lucrarea menționată, în modelarea matematică a procesului fizic, sînt :

— stabilirea tipului și formei undei incidente în punctul 1, (triunghiulară, trapezoidală, cu spate infinit) funcție de conturnarea izolației liniei (caracteristica tensiune — timp) și de panta unei incidente ;

* Manuscris predat la redacție la 30 august 1967.

— considerarea exactă a funcționării descărcătorului cu rezistență variabilă prin caracteristica tensiune — timp a intervalelor de amorsare și curba volt — amperică a discurilor, de rezistență neliniară ;

— luarea în considerare a numărului total de reflexii succesive, între punctele nodale ale schemei, care se încadrează într-un interval de timp dat ;

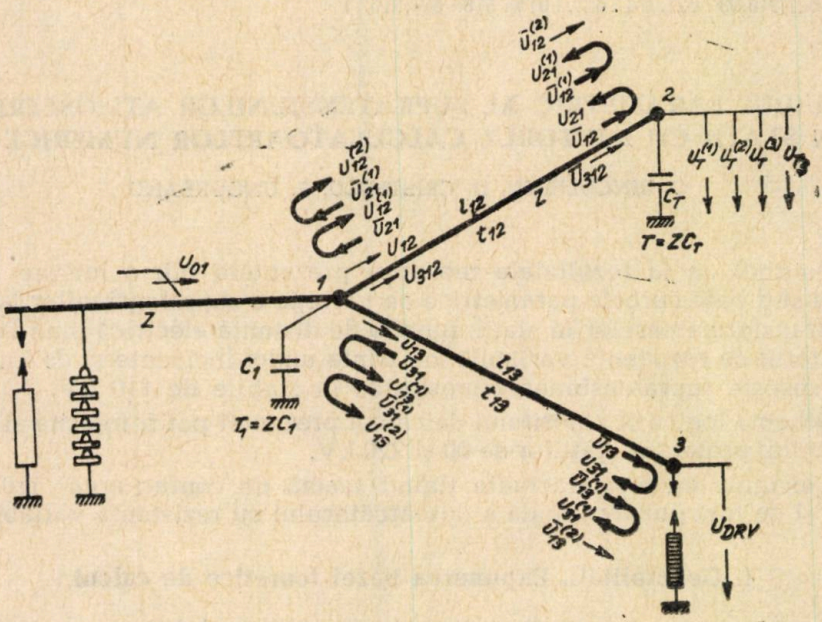


Fig. 1

— înlocuirea schemei reale printr-o schemă monofazată echivalentă în care liniile și barele stației sînt înlocuite cu impedanțele caracteristice, transformatoarele și aparatele din comutația primară a stației cu capacitățile echivalente la impuls ;

— Viteza de propagare a fenomenului de impuls în lungul conductoarelor sistemului de bare s-a considerat egală cu 300 m/μ sec ;

Nu s-a ținut seama de deformarea undelor de impuls datorită fenomenului corona de impulsie în procesul de propagare în lungul barelor stației ;

— se estimează porțiunea foarte rapidă de creștere a tensiunii pînă la valoarea maximă, frontul undei, cu o variație liniară. Pentru durata de timp limitată a fenomenelor ce interesează în protecția stației, cca 4÷6 μs, s-a putut echivala porțiunea de după valoarea maximă cu o dreaptă orizontală.

În cele ce urmează sînt transcrise formulele din lucrarea menționată privind tensiunea în punctul 2 al schemei, pentru diverse tipuri de undă

incidentă, în funcție de timpul de propagare t_{12} pentru prima undă, $3t_{12}$ sosirea undei reflectate în punctul 1 și $5\ t_{12}$ momentul sosirii celei de a doua unde reflectate de punctul de racord al liniei.

În transcrierea formulelor s-au folosit notații convenționale pentru o serie de coeficienți numerici X_0, $X_1 \ldots X_{18}$, cu expresiile analitice alăturate în funcție de constantele timp ale schemei [$T = Z\,C$, $T_1 = Z\,C_1$].

Întrucît pentru calculele numerice s-a folosit un calculator cu virgulă fixă, s-a efectuat analiza detaliată numerică a relațiilor de calcul obținîndu-se formule normalizate, factorii de normalizare permițînd să nu se depășească unitatea în nici una din etapele intermediare ale calculului și nici la rezultatele finale.

Formulele prezentate în tabelul alăturat se referă la acele porțiuni ale curbei undei de supratensiune care sînt îngroșate.

Expresii analitice ale coeficienților numerici folosiți

(4.12), (4.13)
$$x_1 = \frac{3T^2}{3T - T_1};\quad \frac{T_1^2}{3(3T - T_1)} = x_2$$

(4.15)
$$x_3 = \frac{2T_1(T_1 + 3T)}{(3T - T_1)^2};\quad x_4 = \frac{T_1^2(-T_1^2 + 18T_1T + 27T^2)}{3(3T - T_1)^3};\quad x_5 = \frac{9T^2(-5T_1^2 + 10T_1T - 9T^2)}{(3T - T_1)^3}$$

(4.16)
$$x_6 = \frac{18(9T^2 - T_1^2)}{T_1^2(-T_1^2 + 18T_1T + 27T^2)};\quad x_7 = \frac{2(T_1 - T)(3T - T_1)}{T^2(-5T_1^2 + 10T_1T - 9T^2)};\quad x_8 = \frac{18T(T_1 - T)}{(3T - T_1)^2}$$

(4.17)
$$x_9 = \frac{54(T - T_1)^2}{(3T - T_1)^3};\quad x_{10} = \frac{108T(T - T_1)(2T_1^2 - T_1T + 3T^2)}{(3T - T_1)^4}$$

$$x_{11} = \frac{4T_1^2(T_1 + 3T)(T_1 + 15T)}{(3T - T_1)^4};\quad x_{12} = \frac{27T^2(13T_1^4 - 20T_1^3T + 62T_1^2T^2 - 84T_1T^3 + 45T^4)}{(3T - T_1)^5}$$

$$x_{13} = \frac{T_1^2(T_1^4 - 20T_1^3T - 186T_1^2T^2 - 180T_1T^3 + 81T^4)}{(3T - T_1)^5};\quad x_{14} = \frac{6(T_1 + 3T)^2}{(3T - T_1)^3}$$

$$(4.18)\quad \left.\begin{aligned} x_{15} &= \frac{(T-T_1)(3T-T_1)}{T(2T_1^2-T_1T+3T^2)};\ x_{16} = \frac{3}{T_1}\cdot\frac{9T^2-T_1^2}{T_1(T_1+15T)} \\ x_{17} &= \frac{54(T-T_1)(3T_1^2+2T_1T+3T^2)}{(3T-T_1)^4};\ x_{18} = \\ &= \frac{18(3T+T_1)(T_1^2+10T_1T-3T^2)}{(3T-T_1)^4} \end{aligned}\right\}$$

II. Schema logică și algoritmul de calcul

Schema logică și algoritmul de calcul au fost întocmite utilizînd cît mai mult posibil caracteristicile calculatorului CIFA — 102 și anticipîndu-se că memoria calculatorului, datorită amploarei problemei, va fi ocupată aproape în totalitate.

Algoritmul de calcul este conform schemei logice anexate, fig. 2, 12. După cum se observă pe această schemă logică, la început se face determinarea tipului de undă incidentă în stație. În funcție de amplitudinea maximă a unei unde $\left(2\frac{U_{max}}{T_f}\right)$, comparată cu curba tensiune timp a izolației linie, se calculează sau se fixează valorile timpului maximului undei (T_f) și ale timpului de tăiere a undei (T_t), corespunzătoare undelor triunghiulare și cu spate infinit sau undelor trapezoidale.

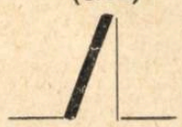
Atunci cînd se calculează T_f, respectiv T_t se rezolvă o ecuație irațională (cu radicali) scrisă explicit în schema logică. Ținînd seama de existența și unicitatea soluției în intervalul studiat, garantate de aspectul fizic al procesului s-a folosit metoda înjumătățirii intervalului. Se pornește de la valorile timpului mai mari decît 0,2 μs și soluția se obține cu o precizie de 10^{-5}.

O dată tipul de undă incidentă fixat se determină timpul de amorsare a intervalelor disruptive ale descărcătorului cu rezistența variabilă (t'). Această determinare se face dintr-o ecuație transcendentă, cu exponențiale și radicali, în care unul din membrii ecuației transcendente are o expresie analitică variabilă, funcție de numărul de reflexii succesive între DRV și linie, determinat prin schema logică funcție de parametrii geometrici ai schemei electrice.

Ținînd seama de caracterul discontinuu al proceselor din schemă electrică în anumite momente care sînt funcție de T_f, T_t, t' și de elementele geometrice ale schemei stației t_{12}; t_{13}, algoritmul generează și apoi ordonează următoarele 15 valori ale șirului A_i ($i = 1,2 \ldots 15$).

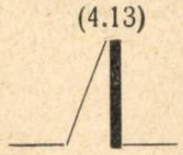
$$T_f + 3t_{12};\ T_f + t_{12};\ T_f + 5t_{12};\ t' + t_{12} + t_{13};\ t' + t_{12} + 3t_{13};$$
$$t' + t_{12} + 5t_{13};$$
$$T_f + t_{12} + 2t_{13};\ T_f + t_{12} + 4t_{13};\ T_f + t_{12} + 6t_{13};\ T_t + t_{12} +$$
$$+ 2t_{13};\ T_t + t_{12} + 4t_{13};$$
$$T_t + t_{12} + 6t_{13};\ T_t + t_{12};\ T_t + 3t_{12};\ T_t + 5t_{12}$$

(4.12)



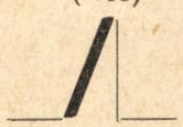
(4.22) $$U_T^{(1)}(t)=\frac{4}{3}\frac{U_{max}}{T_f}\left[-T-\frac{T_1}{3}+x_1 e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}+t-t_{12}-x_2 e^{-3\frac{t-t_{12}}{T_1}}\right.$$

(4.13)



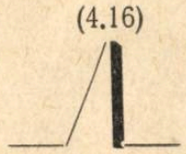
(4.13) $$U_T^{(1)}(t)=\frac{4}{3}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{x_1\left[1+\left(\frac{T_f}{T}-1\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right]e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}-x_2\left[1+\left(3\frac{T_f}{T_1}-1\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right]e^{-3\frac{t-t_{12}}{T_1}}\right\}$$

(4.15)



(4.15) $$U_T^{(2)}(t)=\frac{4}{9}\frac{U_{max}}{T_f}\left[-(t-3t_{12})+3T-\frac{T_1}{3}+x_3(t-3t_{12})e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_4 e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}x_8(t-3t_{12})e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}+x_5 e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}\right]$$

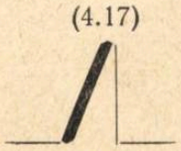
(4.16)



(4.16) $$U_T^{(2)}(t)=\frac{4}{9}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{x_3\left[1-\left(1-3\frac{T_f}{T_1}\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right](t-3t_{12})e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_4\left[1-\left(1-3\frac{T_f}{T_1}+x_6T_f^2\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right]e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_8\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right](t-3t_{12})e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}+\right.$$

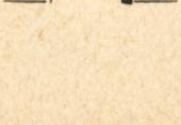
$$\left.+x_5\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}+x_7T_f^2\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right]e^{-\frac{t-2t_1}{T}}\right\}$$

(4.17)



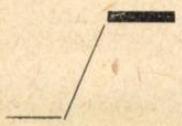
(4.17) $$U_T^{(3)}(t)=\frac{4}{27}\frac{U_{max}}{T_f}\left[(t-5t_{12})-5T+T_1+x_9(t-5t_{12})^2e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}+x_{10}(t-5t_{12})e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-x_{11}(t-5t_{12})e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+x_{12}e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}+x_{13}e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}-x_{14}(t-5t_{12})^2e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}\right]$$

(4.23)



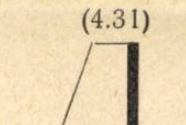
(4.23) $$U_T^{(1)}(t)=\frac{4}{3}\frac{U_{max}}{T_f}\left[T_f+x_1(1-e^{\frac{Tf}{T}})e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}-x_2(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}})e^{-3\frac{t-t_{12}}{T_1}}\right]$$

(4.25)



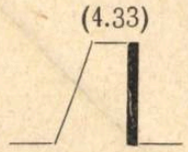
(4.25) $$U_T^{(2)}(t)=\frac{4}{9}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{-T_f+x_8(1-e^{\frac{Tf}{T}})(t-3t_{12})e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}+x_3(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}})(t-3t_{12})e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_5[1-(1-x_7TT_f)e^{\frac{Tf}{T}}]e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}+x_4\left[1-\left(1-x_6\frac{T_1}{3}T_f\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right]e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}\right\}$$

(4.31)



(4.31) $$U_T^{(1)}(t)=\frac{4}{3}\frac{U_{max}}{T_f}\left[x_1\left(1-e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}e^{\frac{Tf}{T}}\right)e^{-\frac{t-t_{12}}{T}}-x_2\left(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{Tf}{T_1}e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right)e^{-3\frac{t-t_{12}}{T_1}}\right]$$

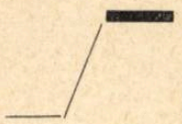
(4.33)



(4.23) $$U_T^{(2)}(t)=\frac{4}{9}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{x_3(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{T_f}{T_1}e^{3\frac{Tt}{T_1}})(t-3t_{12})e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_8\left(1-e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}e^{\frac{Tt}{T}}\right)(t-3t_{12})e^{-\frac{t-3t_{12}}{T}}+x_4\left\{1-\left(1-\frac{1}{3}x_6T_1T_f\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{T_f}{T_1}\left[1-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{1}{9}x_6T_1(T_1+3T_t)\right]e^{3\frac{Tt}{T_1}}\right\}e^{-3\frac{t-3t_{12}}{T_1}}+x_5\left\{1-(1-x_7TT_f)e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}[1-x_7T(T+T_t)]e^{\frac{Tt}{T}}\right\}e^{-\frac{t-3t_1}{T}}\right\}$$

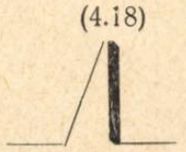
(4.27)



(4.27) $$U_T^{(3)}(t)=\frac{4}{27}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{T_f+x_9(1-e^{\frac{Tf}{T}})(t-5t_{12})^2e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-x_{14}(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}})(t-5t_{12})^2e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+x_{10}[1-(1-T_fx_{15})e^{\frac{Tf}{T}}](t-5t_{12})e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-x_{11}[1-\right.$$

$$\left.-(1-T_fx_{16})e^{3\frac{Tf}{T_1}}](t-5t_{12})e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+[x_{12}-(x_{12}-T_fx_{10}+T_f^2x_9)e^{\frac{Tf}{T}}]e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}+[x_{13}-(x_{13}+T_fx_{11}-T_f^2x_{14})e^{3\frac{Tf}{T_1}}]e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}$$

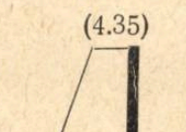
(4.18)



(4.18) $$U_T^{(3)}(t)=\frac{4}{27}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{x_9\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right](t-5t_{12})^2e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-x_{1}\left[1-\left(1-3\frac{T_f}{T_1}\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right](t-5t_{12})^2e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+x_{10}\left[1-\left(1-\frac{T_f}{T}+\frac{x_{15}}{T}T_f^2\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right](t-5t_{12})e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-\right.$$

$$\left.-x_1\left[1-\left(1-3\frac{T_f}{T_1}+3\frac{x_{16}}{T_1}T_f^2\right)\right](t-5t_{12})e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+\left[x_{12}-\left(x_{12}-\frac{x_{12}}{T}T_f+x_{17}T_f^2-\frac{x_9}{T}T_f^3\right)e^{\frac{Tf}{T}}\right]e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}+\left[x_{13}-\left(x_{13}-3\frac{x_{13}}{T}T_f-x_{18}T_f^2+3\frac{x_{14}}{T_1}T_f^3\right)e^{3\frac{Tf}{T_1}}\right]e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}\right\}$$

(4,35)



$$U_T^{(3)}(t)=\frac{4}{27}\frac{U_{max}}{T_f}\left\{x_9\left(1-e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}e^{\frac{Tt}{T}}\right)(t-5t_{12})^2e^{-\frac{t-5t_{12}}{T_1}}-x_{14}\left(1-e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{T_t}{T_1}\right)(t-5t_{12})^2e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+x_{10}\{1-(1-x_{15}T_f)e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}[1-x_{15}(T+T_t)]e^{\frac{Tt}{T}}\}(t-\right.$$

$$-5t_{12})e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}-x_{11}\left\{1-(1-x_{16}T_f)e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{T_f}{T_1}\left[1-\frac{1}{3}x_{16}(T_1+3T_t)\right]e^{3\frac{Tt}{T_1}}\right\}(t-5t_{12})e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}+\left\{x_{12}-(x_{12}-x_{10}T_f+x_9T_f^2)e^{\frac{Tf}{T}}+\frac{T_f}{T}[x_{12}-x_{10}(T+T_t)+x_9T_t(2T+\right.$$

$$\left.\left.+T_t)]e^{\frac{Tt}{T}}\right\}e^{-\frac{t-5t_{12}}{T}}+\left\{x_{13}-(x_{13}+x_{11}T_f-x_{14}T_f^2)e^{3\frac{Tf}{T_1}}+3\frac{T_f}{T_1}[x_{13}+\frac{1}{3}x_{11}(T_1+3T_t)-\frac{1}{3}x_{14}T_t(2T_1+3T_t)]e^{3\frac{Tt}{T_1}}\right\}e^{-3\frac{t-5t_{12}}{T_1}}\right\}$$

(4.35)

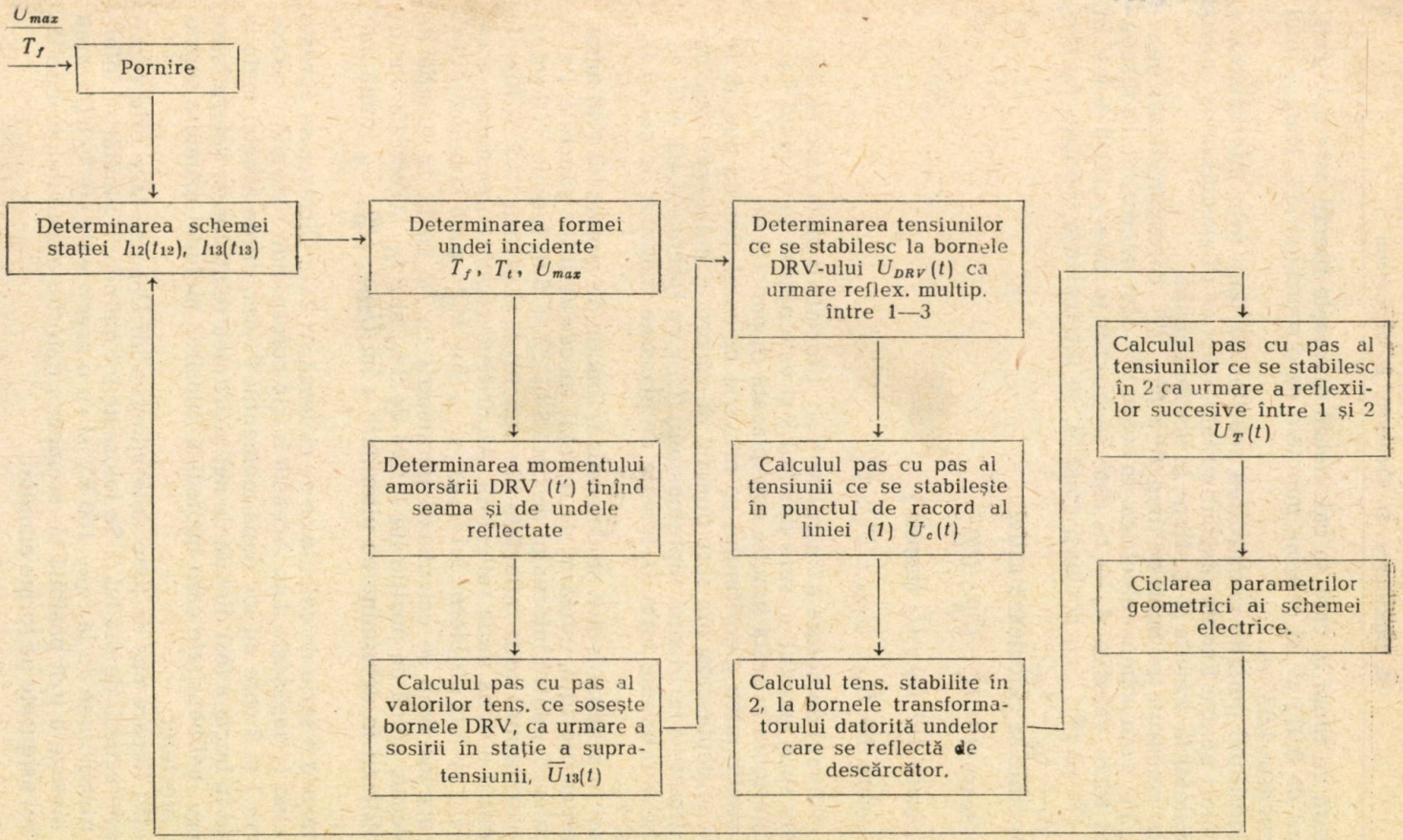


Fig. nr. 2. Schema logică generală pentru determinarea supratensiunilor ce apar în stații datorită undelor sosite pe conductoarele liniilor.

Scara de timpi la care se calculează diversele funcții este uniformă, cu pasul de 0,025 μs, și conține punctele de discontinuitate. Timpul final de calcul este 4,025 μs.

Algoritmul permite construirea scărilor de timp prin intercalarea a două valori pentru fiecare discontinuitate, ceea ce dă posibilitatea calculării limitelor la dreapta și la stînga în aceste puncte.

S-au construit trei scări de timp $t^{(1)}$, $t^{(2)}$, $t^{(3)}$ corespunzătoare punctelor 1, 2 și 3 din schema electrică. În scara $t^{(1)}$ sînt intercalate ca discontinuități toate valorile $A_i - t_{12}$ care se înscriu în intervalul $0 \div 4\mu s$. În scările $t^{(2)}$ și $t^{(3)}$, cu aceleași condiții, se intercalează valorile A_i respectiv $A_i - t_{12} - t_{13}$.

Funcțiile se calculează astfel :

cu scara $t^{(1)}$ U_c; $\bar{U}_{31}^{(i)}$; $U_{13}^{(i)}$

cu scara $t^{(2)}$ U_T; $\bar{U}_c$ (transla')

cu scara $t^{(3)}$ $\bar{U}_{13}$; U_{DRV}; $U_{31}^{(i)}$; $\bar{U}_{13}^{(i)}$

În sistemul de notare a funcțiilor $U_{\alpha\beta}$ prezintă o undă care se deplasează din spre punctul α spre punctul β și este ajunsă în punctul β (fără bara superioară această funcție este plasată în punctul α).

În continuarea algoritmului se prevede calculul, pas cu pas, al tensiuni ce se deplasează din spre punctul de racord al liniei spre descărcător, ca urmare a incidenței supratensiunii (U_{13}), cu formulele 4.3, 4.21, 4.29, alegîndu-se o anume formulă funcție de plasarea timpului de calcul față de T_f și T_t.

Apoi în schema logică se determină, funcție de momentul t' al amorsării descărcătorului, numărul de reflexii succesive între punctele 1 și 3. Se calculează, pentru intervalul de timp $3\,t_{13} < t < 5\,t_{13}$ funcția $\beta(t)$ corespunzătoare primei unde reflectate din punctul 1, și pentru $t > 5\,t_{13}$ funcția $\gamma(t)$, pentru a doua undă reflectată. Algoritmul permite însumarea acestora cu U_{13} și deci obținerea lui U_{DRV} și a lui $U_{31}^{(i)}$ pînă la momentul t'.

În același timp se calculează parametrii 1_1, 1_2, 1_3, 1_4, în funcție de calea aleasă, adică de poziția lui t' față de $3\,t_{13}$ și $5\,t_{13}$. Acești parametri vor fi utilizați în determinarea ulterioară a lui U_{DRV}, $U_{31}^{(i)}$, U_c după momentul t'.

Urmează o serie de calcule ce se ciclează cu $2\,t_{13}$. Ciclarea se oprește atunci cînd 1_4 depășește 4 μs. Această buclă corespunde reflexiilor succesive între 1 și 3 care au loc după momentul t'. Adoptarea acestei metode de calcul în buclă a fost dictată de nelinearitatea relațiilor de determinare a lui U_{DRV}, nelinearitate care împiedică folosirea metodei uzuale a suprapunerii efectelor.

Pentru fiecare pas de timp determinarea lui U_{DRV} se face prin rezolvarea unei ecuații de gradul 5. Se folosește tot metoda înjumătățirii intervalului plecîndu-se de la U_{DRV} 100 kV și cu o precizie de 10^{-5}. Utilizarea acestei metode a fost posibilă de asemenea datorită existenței și unicității soluției asigurate de forma ecuației.

Termenul liber al ecuației de gradul 5 nu se calculează mereu la fel. La prima efectuare a buclei el este luat egal cu $2\bar{U}_{13}C$, la următoarele ciclări, peste această valoare se adaugă $2\bar{U}_{13}^{(i)}C$, corespunzător undei reflectate de punctul 1.

În cazul în care soluția ecuației este inferioară lui 100 kV, ceea ce se poate întîmpla pentru unde triunghiulare la momente depărtate de T_f, se pune drept soluție valoarea O.

Cu ajutorul valorilor $U_{DRV}(t)$ dintr-un interval 2 t_{13} calculate, se determină $U_{31}^{(i)}[t^{(3)}]$, în punctul 2. Aceste valori devin acum $\bar{U}_{31}^{(i)}[t^{(1)}]$ ceea ce corespunde fizic deplasării undei din punctul 3 în punctul 1. Algoritmul ilustrează acest fenomen translînd valorile $\bar{U}_{31}^{(i)}$ de la scara $t^{(3)}$ la scara $t^{(1)}$.

Tensiunea stabilită în punctul 1 se calculează apoi din $U_{31}^{(i)}(t)$ integrînd ecuația diferențială liniară de ordinul I de mai jos.

$$T_1 \frac{dU_c}{dt} + 3U_c = 2\bar{U}_{31}^{(i)} \tag{2.1}$$

Pentru integrare s-a folosit metoda Runge-Kutta. Expresiile analitice ale termenilor K_1, K_2, K_3, K_4, pentru ecuația în cauză sînt dați în schema logică anexată. A fost utilizată calea pasului contant de integrare, cale permisă de caracterul funcției tabelare $\bar{U}_{31}^{(i)}$ și de structura ecuației [caracteristica pasului $S = \frac{3}{T_1}\Delta t$]. Analiza prealabilă a diferențelor între rezultatele integrării cu pașii 0,05 μs 0,025 μs și 0,0125 μs a arătat că diferențele între rezultatele obținute cu pașii 0,025 μs și 0,0125 μs sînt sub limita de eroare propusă. Din aceste considerente pasul scării de timp al întregului proces a fost ales de 0,025 μs.

Unda de tensiune $U_c[t^{(1)}]$ apărută în punctul 1 se deplasează spre punctul 2 unde ajunge după t_{12}. Algoritmul ilustrează acest fenomen translînd valorile $U_c[t^{(1)}]$ de la scara $t^{(1)}$ la scara $t^{(2)}$ $U_c[t^{(2)}]$ — Tot printr-o astfel de translație se rezolvă problema undei reflectate de punctul 1 în spre punctul 3 pentru funcția U_{13} respectiv $\bar{U}_{13}^{(i)}$, determinată după integrarea ecuației (2.1.). După această ultimă translație, dacă prin numărul de reluări ale buclei 1_4 nu a depășit 4μ, sînt ciclate cu 2 t_{13} valorile 1_1, 1_2, 1_3, 1_4.

În continuare urmează calcularea pas cu pas a valorilor tensiunii stabilite în punctul 2, la bornele transformatorului, datorită undei de tensiune reflectate de descărcător, prin rezolvarea cu metoda Runge — Kutta a ecuației diferențiale.

$$T\frac{dU_T^{(4)}}{dt} + U_T^{(4)} = 2\bar{U}_c \tag{2.2}$$

Caracteristica pasului în acest caz este $S = \frac{\Delta t}{T}$. Şi în acest caz sînt valabile considerentele făcute anterior cu privire la amplitudinea pasului.

O dată calculat şirul $U_T^{(1)}$ pentru determinarea tensiunii totale care se stabileşte în punctul 2 se calculează separat şi se sumează tensiunile $U_T^{(1)}$ ale primei unde incidente în 2, cu formulele 4.12, 4.13. 4.23, 4,31, ale primei unde reflectate de 1, $U_T^{(2)}$, cu formulele 4.15, 4.16, 4.25, 4.33 şi ale celei de a doua reflexii $U_T^{(3)}$ cu relaţiile 4.17, 4.18, 4.27, 4.35. Pe schema logică se observă că $U_T^{(1)}$ este zero pînă la t_{12}, $U_T^{(2)}$ pînă la $3\,t_{12}$, $U_T^{(3}$ pînă la $5\,t_{12}$ şi $U_T^{(4)}$ pînă la $2\,t_{13} + t_{12}$. Formula se alege prin algoritm, funcţie de plasarea valorii curente a timpului faţă de valorile caracteristice legate de T_f şi T_t.

Algoritmul prevede extragerea numai a valorilor extreme şi ale punctelor de inflexiune ale funcţiei $U_T(t)$ cu timpii corespunzători, singurele valori calculate care interesează din punct de vedere al performanţelor schemei de protecţie. Acest tip de extragere este impus de multitudinea de paşi calculaţi şi este permis de caracterul continuu al variaţiei supratensiunii U_T la bornele transformatorului în punctul 2.

Schema logică prevede reluarea întregului proces prin ciclarea lui t_{12} cu 0,2 μs, ceea ce corespunde la o lungime de 60 m. Ciclarea generală se repetă pînă, cînd t_{12} devine egal cu t_{23}, distanţa totală DRV — transformator, cînd este mărită şi această caracteristică cu 0,2 μs. Această ciclare se reia pînă cînd t_{23} ajunge la 1μs, inclusiv această valoare, corespunzător unei lungimi de 300 m ; valoarea iniţială a lui t_{23} este 0,2 μs.

În conformitate cu schema logică a fost întocmit programul *) pentru un calculator cifric, cu tuburi de fabricaţie românească CIFA — 102. Calculatorul CIFA — 102 are următoarele caracteristici principale :

— lungimea cuvîntului 32 biţi
— 2 instrucţiuni pe cuvînt
— capacitatea memoriei interne 4.096 cuvinte,
— memoria pe tambur magnetic
— nu are memoria externă
— echipamente introducere : lector pentru banda perforată
— echipamentele de ieşire ; maşină de scris şi afişare optică
— viteza medie de lucru 50 operaţii pe secundă
— calculator cu virgulă fixă

Ţinînd seama de ultima caracteristică toate relaţiile analitice, după cum s-a spus anterior, au fost normalizate astfel încît unitatea nu este depăşită în nici una din etapele de calcul, păstrîndu-se totuşi rezultatele suficient de mari pentru a nu se pierde precizia. Bineînţeles aceasta a atras mărirea numărului de adrese afectat rezolvării unei anume ecuaţii.

*) La întocmirea programului a luat parte şi matematician M. Stadecker, de la I.S.P.E.

Astfel ecuația de gradul 5 :

$$Z\,U_{DRV}^{5} + U_{DRV}\,C = 2\,C\,\bar{U}_{13}$$

în care U și U_{13} sînt introduse cu 10^{-1}. $\frac{1}{Z}$ cu 10^{-1} și C cu 10° devine :

$$(U_{DRV} \times 10^{-1}) \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{Z}\,10^{-1}\right)} (U_{DRV} \times 10^{-1}) \frac{1}{0{,}1} (U_{DRV} \times 10^{-1}) \frac{1}{0{,}1} \times$$

$$\times (U_{DRV} \times 10^{-1}) \frac{1}{0{,}1} (U_{DRV} \times 10^{-1}) +$$

$$+ C\,(U_{DRV} \times 10^{-1}) = \frac{1}{0{,}5}\,C\,(U_{13} \times 10^{-1})$$

III. **Rezultate numerice. Diagrame. Concluzii**

1. Solicitările aparatelor de înaltă tensiune din stații sînt mult dependente de amplitudinea, panta și forma undei incidente în stație. Întrucît însă aceste elemente sînt fixate de panta undei inițiale, variabile independentă principală a fost aleasă prin raportul U_{max}/T_f.

Abordarea determinărilor numerice cu un calculator cifric a permis analizarea parametrică a nivelului supratensiunilor, în diverse puncte ale unei stații, pentru 5 valori de pantă inițială.

$$U_{max}/T_f = 150,\ 350,\ 550,\ 750,\ 950\ \text{kV}/\mu\text{s}.$$

și pentru 15 tipuri de stații. Gama de valori adoptate este suficient de largă pentru a acoperi situațiile cele mai probabile care apar în instalațiile de 110 și 220 kV.

În cele ce urmează sînt trecute rezultatele numerice obținute pentru diversele ipoteze de calcul luate în considerare. Determinate direct de conturnarea izolației liniei sînt valorile U_{max}, T_f cuprinse în tabelul I. De la panta de 350 kV/μs în sus undele sînt tăiate pe front, timpul de tăiere și deci durata frunții, scăzînd de la 1,911 μs la 0,8044 μs pentru unda cu 950 kV/μs pantă. Durata frontului pentru unde cu spate infinit este aleasă la 2 μs [7, 8]. În tabelul II sînt trecute valorile timpului de amorsare a descărcătorului cu rezistență variabilă.

Rezultatele sînt plasate în mai multe diagrame de variație (fig. 3, 4 ... 11).

Fig. 3,4 ... 8 cuprind variația raportului $U_{S\,max}/U_{rez}$ cu panta undei incidente U_{max}/T_f pentru rapoartele l_{12}/l_{13} cu valori de la 0,111 pînă la 9, în scheme de stații cu distanța DRV — transformator de la 60 m la 300 m.

TABELUL I

Parametrii undelor incidente de impuls care apar la intrarea în stație

$U_{max}/T_{f(kV/\mu s)}$	150	350	550	750	950
$U_{max(kV)}$	300	668,8⊗⊗	704,4	735,9	764,2
U_{max}/U_{rez}	1,05	2,343	2,471	2,580	2,680
Forma undei⊗	Front înclinat, spate infinit.	Front înclinat, spate vertical	Front înclinat, spate vertical	Front înclinat, spate vertical	Front înclinat, spate vertical
$T_{f(\mu s)}$	2	1,9110	1,2809	0,9812	0,8044

NOTĂ :

⊗ Forma undei incidente este determinată de timpul de conturnare a izolației liniei de acces în stație, funcție de caracteristica tensiune timp a acestei izolații.

⊗⊗ Creșterea importantă a raportului U_{max}/U_{rez} față de treapta anterioară a pantei în comparație creșterile ulterioare se datorește timpului lung [1,9μs] pînă la conturnarea izolației liniei.

Raportul $l_{12}/l_{13} = 0,111$ corespunde situației în care linia pe care sosește unda de supratensiune are celula plasată aproape de celula transformatorului, iar raportul $l_{12}/l_{13} = 9$ la situația cu celula de linie în apropierea descărcătorului.

Folosind rezultatele calculațiilor și diagramele trasate, în fig, 9, 10 și 11 este obținută variația supratensiunii maxime la bornele transformatorului în unități relative ($U_{S\,max}/U_{rez}$) funcție de distanța descărcător-transformator (l_{23}), parametru panta undei (U_{max}/T_f), pentru diverse poziții în schema stației a liniei pe care sosește supratensiunea atmosferică (l_{12}/l_{13}).

2. Din cercetarea rezultatelor numerice și a diagramelor se desprind următoarele observații privind amplitudinea maximă a supratensiunii și timpul corespunzător.

2.1. Cele mai periculoase supratensiuni sînt cele cu panta de ordinul 300—400 kV/μs cu timpul de tăiere în apropierea valorii de front. Se ajunge la valori care depășesc tensiunea rezidual de 2,4—2,5 ori.

2.2. Micșorarea timpului de tăiere a undei, datorită conturnării izolației liniei sau funcționării descărcătorului tubular, este foarte eficace în micșorarea supratensiunii maxime relative în stație. Micșorarea lui T_f cu 58% duce la scăderea supratensiunii maxime absolute de la cu 5% la distanțele mici DRV, transformator și cu 23% la distanțe mari.

TABELUL II

Variația timpului de intrare în funcție a descărcătorului cu rezistență variabilă (DRV) funcție de panta și forma undei incidente și de diversele distanțe din stație

l_{23}	l_{12}	l_{13}	U_{max}/Tf [kV/μs]									
			150		350		550		750		950	
m	m	m	t_{DRV}	t'_{DRV}	t_{DRV}	t'_{DRV}	t_{DRV}	t'_{DRV}	t_{DRV}	t'_{DRV}	t_{DRV}	t'_{DRV}
60	30	30	1,9730	1,8730	0,9820	0,8820	0,7179	0,6179	0,5836	0,4836	0,5149	0,4149
120	30	90	2,1188	1,8188	1,1007	0,8007	0,8252	0,5252	0,7160	0,4160	0,6475	0,3475
	90	30	1,9730	1,8730	0,9820	0,8820	0,7179	0,6179	0,5836	0,4836	0,5149	0,4149
180	30	150	2,3896	1,8896	1,2375	0,7375	1,0252	0,5252	0,9160	0,4160	0,8475	0,3475
	90	00	2,1188	1,8188	1,1007	0,8007	0,8252	0,5252	0,7160	0,4160	0,6475	0,3475
	150	30	1,9730	1,8730	0,9820	0,8820	0,7179	0,6179	0,5836	0,4836	0,5149	0,4149
240	30	210	2,4021	1,7021	1,4375	0,7375	1,2252	0,5252	1,1160	0,4160	1,0475	0,3475
	90	150	2,3896	1,8896	1,2375	0,7375	1,0252	0,5252	0,9160	0,4160	0,8475	0,3475
	150	90	2,1188	1,8188	1,1007	0,8007	0,8252	0,5252	0,7160	0,4160	0,6475	0,3475
	210	30	1,9730	1,8730	0,9820	0,8820	0,7179	0,6179	0,5836	0,4836	0,5149	0,4149
300	30	270	2,3995	1,4995	1,6375	0,7375	1,4252	0,5252	1,3160	0,4160	1,2475	0,3475
	90	210	2,4021	1,7021	1,4375	0,7375	1,2252	0,5252	1,1160	0,4160		
	150	150	2,3896	1,8896	1,2375	0,7375	1,0252	0,5252	0,9160	0,4160		
	210	90	2,1188	1,8188	1,1007	0,8007	0,8252	0,5252	0,7160	0,4160		
	270	30	1,9730	1,8730	0,5132	0,8820	0,7179	0,6179	0,5836	0,4836		

● t_{DRV} — timpul amorsării descărcătorului cu rezistența variabilă socotit din momentul sosirii undei pe barele stației.

● t'_{DRV} — același timp socotit însă din momentul sosirii undei la bornele descărcătorului.

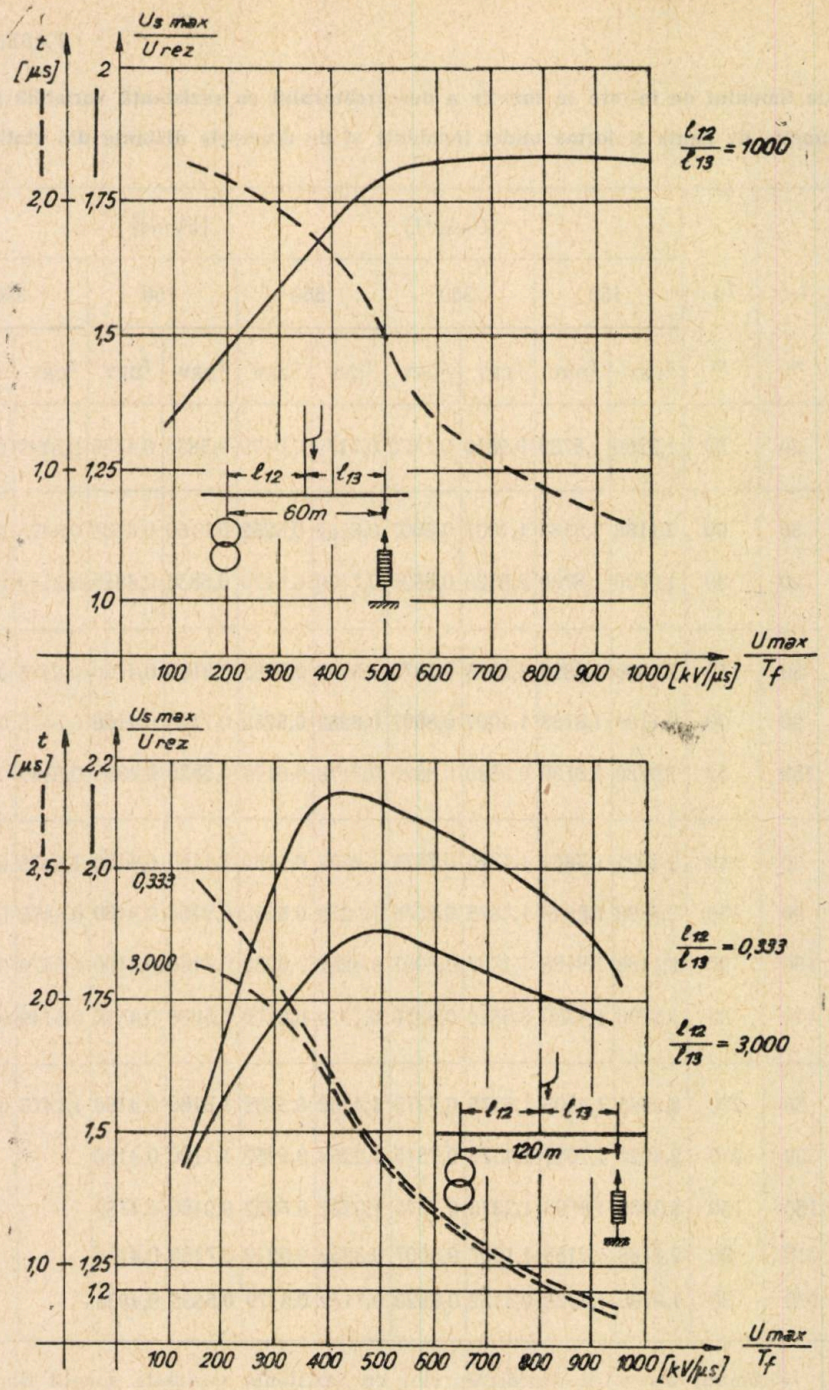


Fig. 3. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de panta undei incidente pentru diverse scheme de stații (linie plină), variația timpului maximului supratensiunii (linie întreruptă).

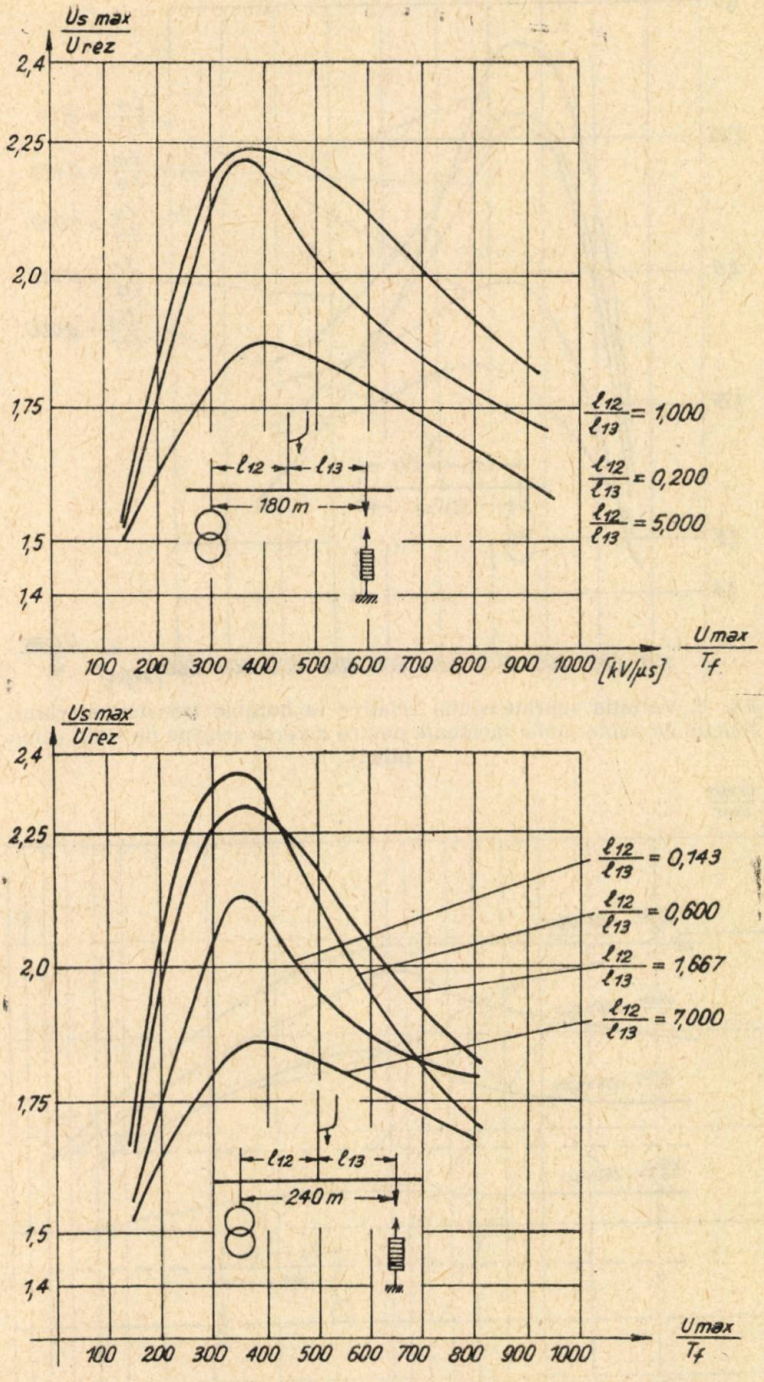


Fig. 4. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de pantă undei incidente pentru diverse scheme de stații (linie plină)

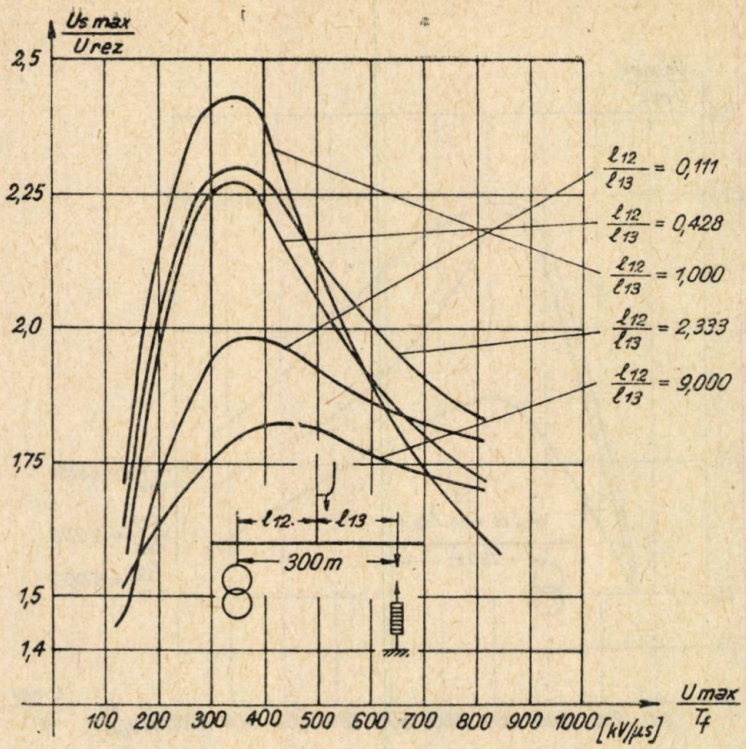


Fig. 5. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de panta undei incidente pentru diverse scheme de stații (linie plină)

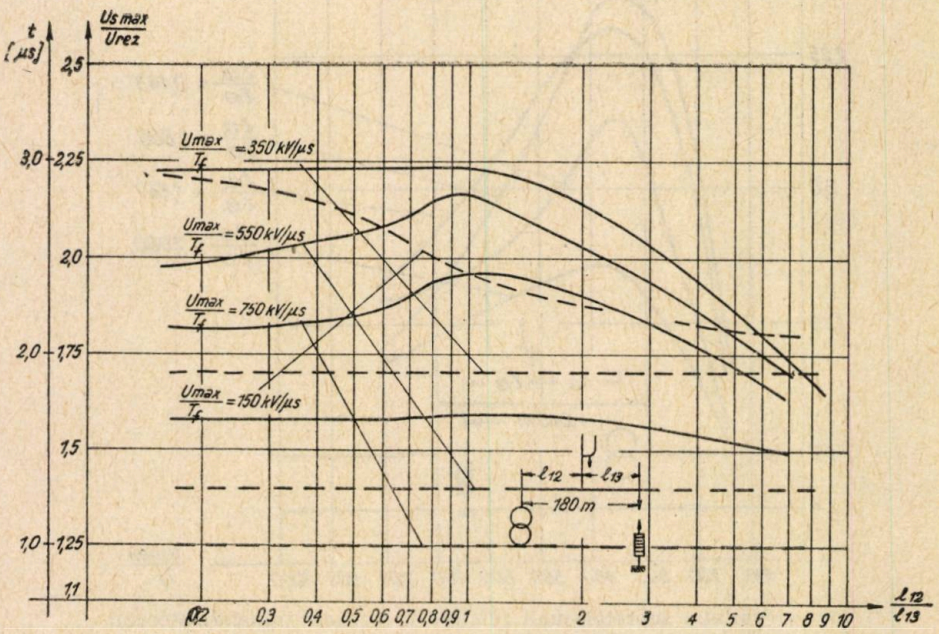


Fig. 6. Variația raportului supratensiunii maxime la bornele transformatorului și a tensiunii reziduale, funcție de raportul distanțelor trafo-linie și linie-descărcător pentru diverse pante ale undei incidente în stație — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.

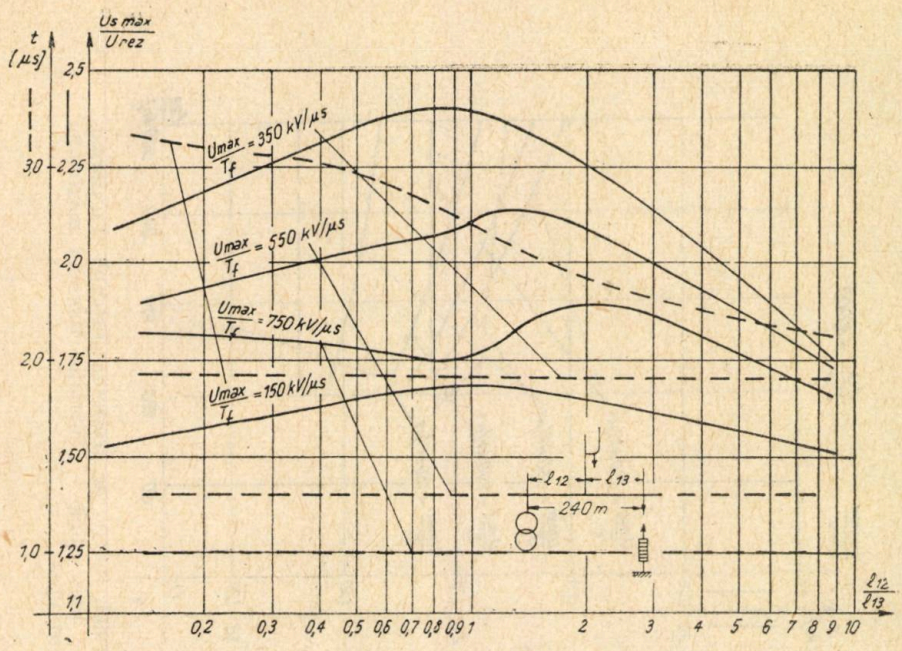


Fig. 7. Variația supratensiunii maxime la bornele transformatorului și a tensiunii reziduale, funcție de raportul distanțelor trafo-linie și linie-descărcător pentru diverse pante ale undei incidente în stație — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.

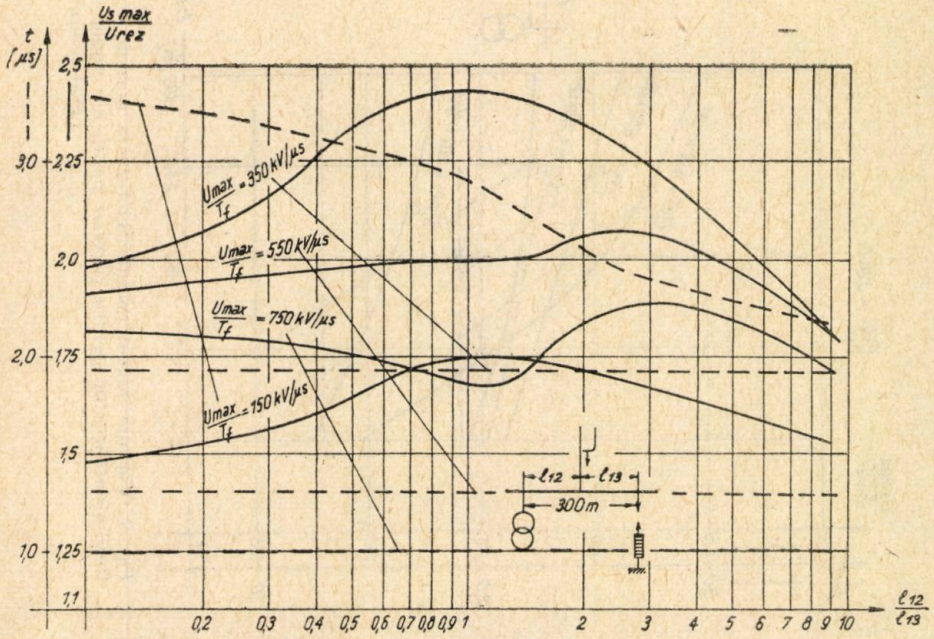


Fig. 8. Variația raportului supratensiunii maxime la bornele transformatorului și a tensiunii reziduale, funcție de raportul distanțelor trafo-linie și linie-descărcător, pentru diverse pante ale undei incidente în stație — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.

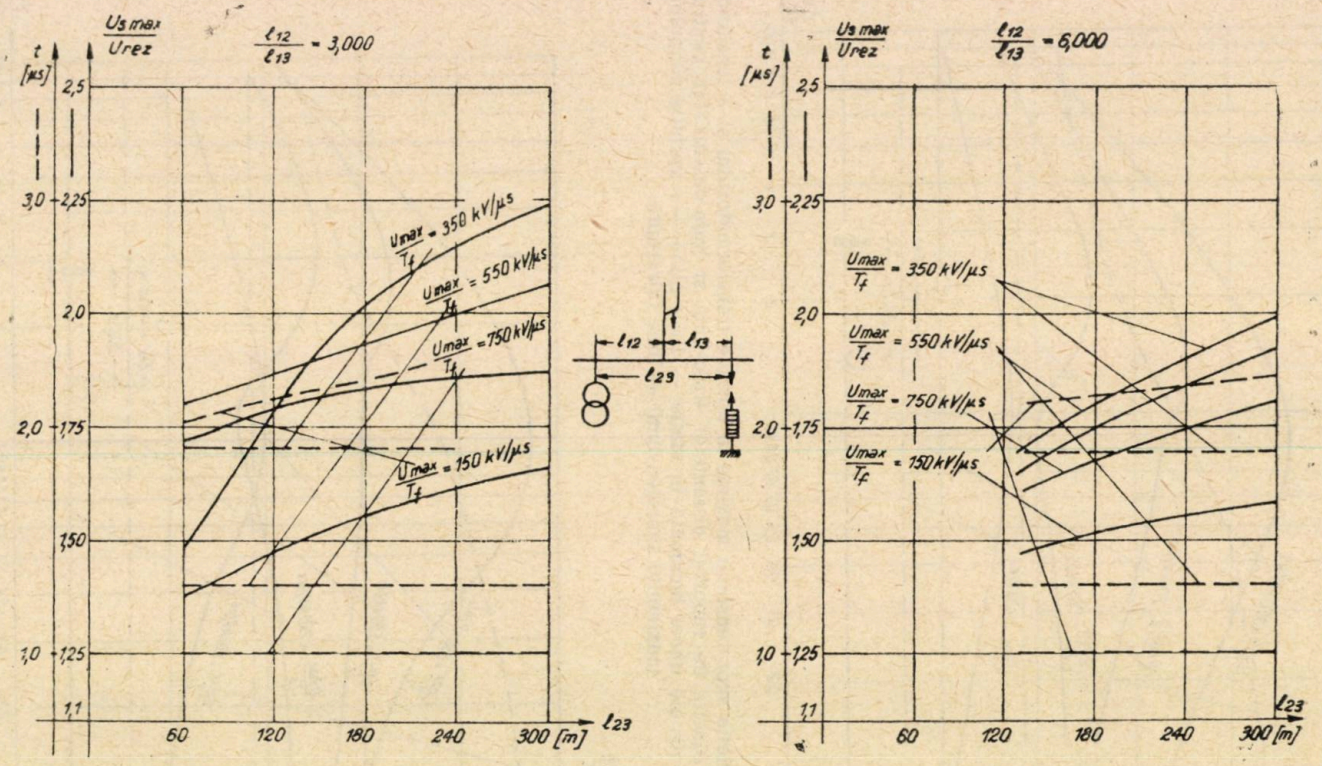


Fig. 9. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de creșterea distanței transformatorului-descărcător pentru diverse pante ale undei incidente — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.

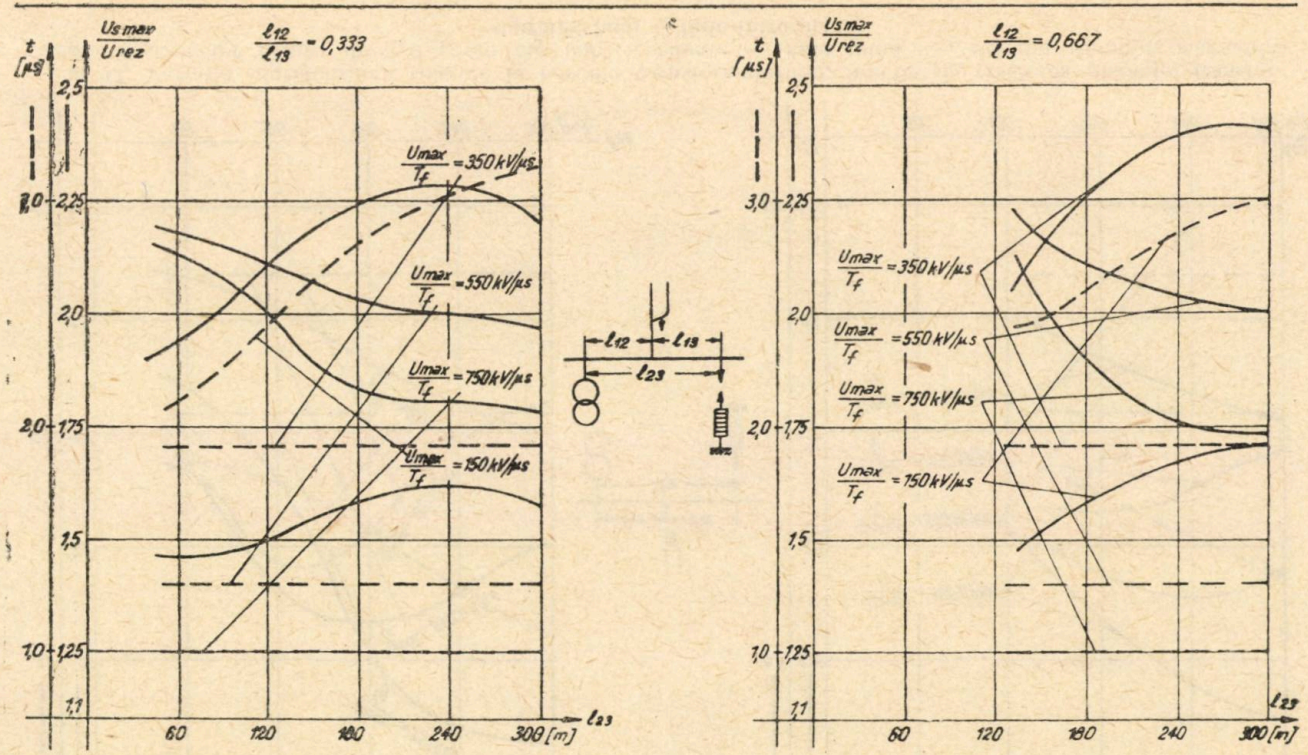
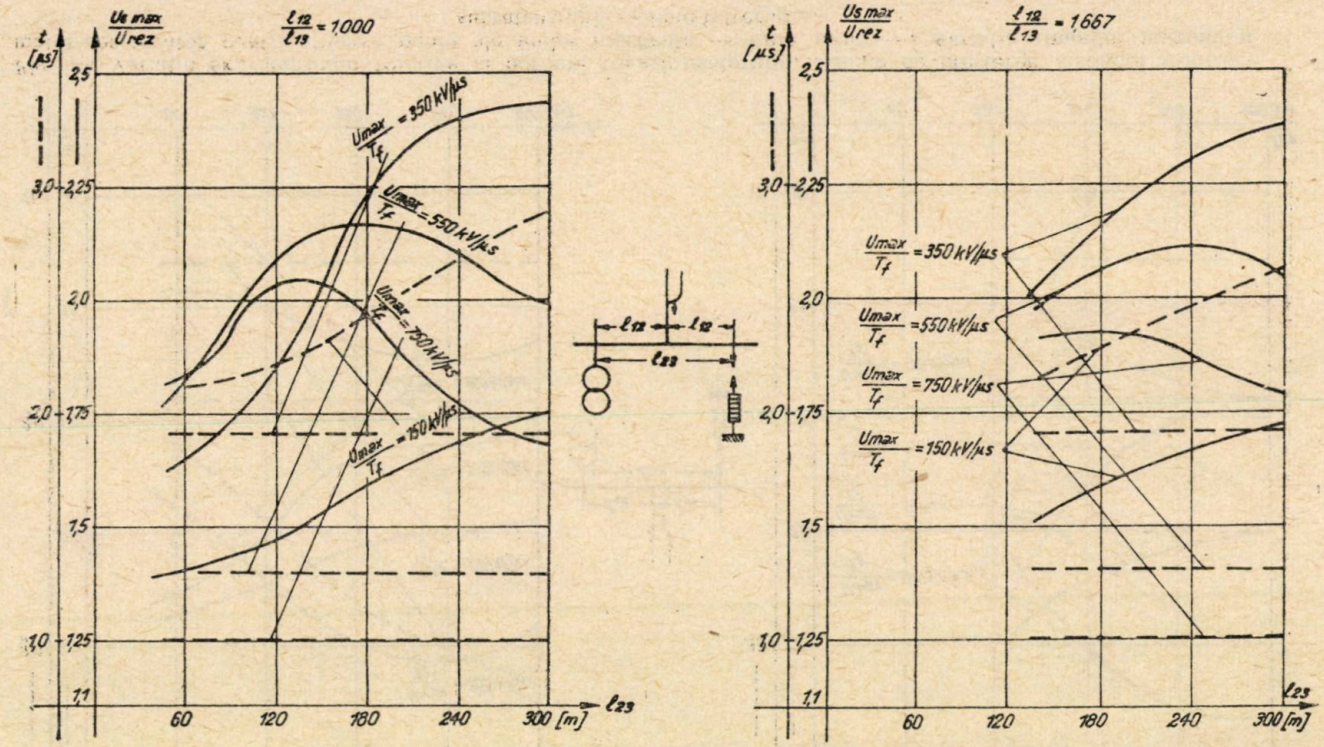


Fig. 10. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de creșterea distanței transformator-descărcător pentru diverse pante ale undei incidente — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.



Fig(11. Variația supratensiunii relative la bornele transformatorului, funcție de creșterea distanței transformator-descărcător pentru diverse pante ale unei incidente — linie plină —; variația timpului maximului supratensiunii — linie întreruptă.

2.3. Cele mai periculoase situații sînt cele în care supratensiunea sosește în stație pe linii situate la jumătatea distanței între descărcător și transformator $l_{12}/l_{13} = 1$. Creșterile înregistrate sînt de ordinul 35% la distanțe mari l_{23} și 22% la distanțe mici. Cu micșorarea timpului de tăiere se micșorează însă acest caracter, maximul absolut al supratensiunii deplasîndu-se în zona rapoartelor l_{12}/l_{13} mari, deci atunci cînd fenomenul de impuls sosește pe o linie mai apropiată de celula transformatorului.

2.4. În schemele de stații în care este îndeplinită condiția :

$$\frac{l'_{12}}{l'_{13}} = \frac{l''_{13}}{l''_{12}}$$

cu privire la linia pe care sosește supratensiunea, pentru pante mici ale undei incidente, supratensiunile maxime sînt practic aceleași.

2.5. În schemele care îndeplinesc condiția anterioară, la creșterea raportului l_{12}/l_{13}, deci cu îndepărtarea celulei de linie de celula transformatorului, undele incidente cu pantă abruptă devin periculoase.

2.6. Variația supratensiunii maxime cu distanța totală descărcător-transformator l_{23}, la rapoarte mari l_{12}/l_{13}, este permanent crescătoare.

2.7. La valoarea unitară a raportului l_{12}/l_{13} și la valori ceva mai mari, caracterul crescător al supratensiunii maxime cu distanța DRV—trafo, se păstrează numai la pante inferioare lui 400 kV/μs. Creșterea este cu atît mai amortizată după distanța de 180 m cu cît raportul l_{12}/l_{13} se apropie mai mult de unitate.

2.8. Pentru unde incidente cu pante mai mari de 400 kV/μs, dar tăiate pe front, în schemele cu distanțe descărcător-transformator mai mari de 180 m, supratensiunea maximă scade cu creșterea acestei distanțe.

2.9. La rapoarte l_{12}/l_{13} subunitare, linia care aduce supratensiunea este mai apropiată de transformator, deși supratensiunile maxime sînt mari, creșterile lui $U_{S\,max}$ cu distanțe descărcător-transformator, pentru pante pînă la 400 kV/μs, unde cu spate infinit, sînt mai lente ; scăderea corespunzătoare undelor triunghiulare cu pantă mare în funcție de distanța l_{23} se face simțită chiar de la valori mici ale acestei distanțe 60—90 m.

2.10. Timpul la care apare supratensiunea maximă (t_{max}) crește cu creșterea distanței l_{23}, indiferent de raportul l_{12}/l_{13}, deci de poziția în schema stației a liniei pe care sosește supratensiunea.

2.11. Creșterea timpului maximului cu distanța l_{23} este mare, la rapoarte mici l_{12}/l_{13} este de ordinul 67%, și mică la valori mari ale acestui raport, de ordinul 5%.

2.12. Timpul maximului (t_{max}) se păstrează constant la unde tăiate pe front, indiferent de distanța descărcător-transformator.

2.13. Cu creșterea pantei U_{max}/T_f a undei incidente, pentru toate tipurile de schemă, timpul maximului (t_{max}) se micșorează.

2.14. Scăderea timpului maximului (t_{max}) cu creşterea raportului Ω_{max}/T_f este mai importantă pentru situaţiile în care supratensiunea soseşte în staţie pe o linie apropiată de celula transformatorului, rapoarte l_{12}/l_{13} mici, de la 3,15 la 2,21.

2.15. Deşi situaţiile de schemă care îndeplinesc condiţia :

$$\frac{l'_{12}}{l'_{13}} = \frac{l''_{13}}{l''_{12}}$$

au supratensiunea maximă egală, schemele cu rapoarte mici sînt mai solicitate avînd timpul maximului mai mic ; cea mai mare diferenţă este de ordinul 50%.

3. Rezultatele numerice şi programul prezentului studiu sînt utilizabile în reţelele de 110 kV şi 220 kV, folosindu-se caracteristicile izolaţiei liniilor şi parametrii descărcătoarelor cu rezistenţă variabilă. Se poate alege sau verifica nivelul de izolaţie al transformatoarelor şi aparatelor din staţie.

În acelaş timp pot fi abordate, folosindu-se acelaşi program de lucru, problemele protecţiei instalaţiilor cu izolaţie slăbită. Este vorba de exemplu de instalaţii de 220 kV funcţionînd la 110 kV în etapa iniţială. În aceste staţii sînt montate transformatoare cu nivelul de izolaţie corespunzător tensiunii de 110 kV, însă de pe linii, izolate la 220 kV, se propagă spre staţii unde de supratensiune mult mai mari decît cele pentru care sînt dimensionate în mod obişnuit protecţiile staţiilor de 110 kV.

Pentru efectuarea practică a calculelor de protecţie împotriva supratensiunilor, pornind de la distanţa apreciată între descărcător şi transformator, se folosesc diagramele din fig. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Pentru diverse configuraţii ale schemei, şi deci pentru diverse posibilităţi de sosire a undei în staţie pe una din liniile racordate la bare, deci pentru un anume raport l_{12}/l_{13}, se foloseşte unul din cele 6 grupuri de diagrame din figurile 9, 10, 11; se utilizează două din aceste grupuri care încadrează apropiat valorile exacte ale raportului. Cînd distanţa l^{23} coincide cu una din valorile 60, 120, 180, 240, 300 m se folosesc diagramele din figurile 3, 4, 5, 6, 7, 8. Cu aceste elemente, funcţie de panta undei incidente se determină supratensiunea maximă la bornele transformatorului şi timpul corespunzător acestui maxim, elementele necesare unei verificări exacte a nivelului de izolaţie.

Pentru protecţia auxiliară a staţiei, folosind o serie de relaţii publicate anterior, [9] se poate găsi lungimea necesară de protejare a liniei cu conductor de protecţie la intrarea în staţie. Formulele respective dau amplitudinea şi panta undei deformate datorită efectului corona de impulsie în funcţie de lungimea parcursă de supratensiune pe linia coronată. In acest fel, prin diagramele din fig. 9, 10, 11, lungimea porţiunii protejate a liniei devine o funcţie parametrică a distanţei descărcător transformator din staţii.

Utilizarea unor metode și ipoteze cît mai precise și apropiate de realitatea fizică permite proiectarea unor scheme de protecție împotriva supratensiunilor atmosferice cît mai sigure, reducîndu-se numărul de avarii în stații și numărul de întreruperi cauzate în alimentarea cu energie electrică a consumatorilor. Este de asemenea utilă o largă acțiune de verificare a schemelor stațiilor deja construite, pentru a se cunoaște comportarea lor și eventual, măsurile necesare a se lua, pentru ridicarea calității funcționării sistemelor energetice.

Catedra de centrale electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

Iwarzewski M.: „Rozmieszczenie odgromnicov zaworowych w stacjah najwyzszuch napiec Archiwum electrotechniki" Tom XI, partea II, 1962, Varșovia.

Cristovici A. ș. a.: „Utilizarea calculatoarelor numerice pentru analiza eficacității protecției stațiilor împotriva undelor de supratensiune atmosferică". Lucrare elaborată la ISPE, 1966, București.

Gross J.W., Blisz T. Y., Dillard J.K.: Lightning protection in extra highvoltage station — analizes anacom study and rezults. „Trans. A.I.E.E.„ —1952.

Dinculescu C., Cristescu Analiza unei scheme de protecție a stațiilor contra supratensiunilor cu ajutorul descărcătoarelor cu rezistență variabilă. „Bul. Inst. politehnic Iași" 1966.

Dinculescu C., Cristescu D.: L'emploi du calculateur numérique dans l'analyse des schemas de protection des stations contre les surtensions." Bul. Inst politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București, 1966.

Cristescu D., Ungureanu B.: Determinarea regimului de tensiune în stații la acțiunea supratensiunilor atmosferice ținînd seama de caracteristicile reale ale descărcătoarelor și de fenomenul de propagare. „Lucrarea prezentă în sesiunea științifică a ISPE" București-1966.

Drăgan G.: Teza de doctorat — Institutul Politehnic București, 1968.

Slevoi I. F.: Grozosașcita podstanțiii i vrasciaiușcihsia mașin „El st. seti i sistemî I.N.i. T. 1964.

Dinculescu C., Cristescu D: Déformation des ondes d'impulsion dans la propagation sur les lignes aeriennes haute tension „Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", București", 2, 1966.

Iohansen H.: „The location and the protection level of lightninig arrters in highvoltage stations „CIGRE" 1962, 104.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

ELECTROTEHNICĂ

C.Z.: 621.313.333 : 621.3.013/,014/.015/,016 : 621.318.4

CUPLUL DE PORNIRE A MOTORULUI ASINCRON MONOFAZAT CU POLI ECRANAȚI

NICOLAE GALAN

Dat fiind simplitatea construcției și a siguranței în funcționare, acest tip de motor are o largă utilizare în diferite domenii.

Nesimetria sistemului magnetic precum și existența spirei în scurtcircuit pe pol fac ca să fie dificil un calcul precis. Formulele de calcul întîlnite și în literatura de specialitate sînt valabile în anumite condiții și aplicabile anumitor tipuri constructive ; trebuie arătat că ipotezele făcute pentru deducerea acestor formule sînt discutabile, în cele mai multe cazuri.

Motoarele cu poli aparenți se prezintă sub forme constructive destul de variate, însă în principiu, așa cum se arată în figura 1, se compun dintr-un rotor în colivie și dintr-un stator unde sînt dispuse înfășurarea principală care se conectează la rețeaua monofazată de alimentare și o a doua înfășurare pusă în scurtcircuit.

Există trei tipuri constructive mai des întîlnite.

a) Construcția cu poli aparenți. Acest tip de motor are tot atîtea bobine principale și spire statorice în scurtcircuit cîți poli are ; bobinele în scurtcircuit sînt plasate în fața bobinelor principale și este prevăzut cu șunturi magnetice pentru a micșora influența armonicelor de ordin superior asupra caracteristicilor de funcționare, apropiind motorul cu poli aparenți de acela cu poli înecați (cu întrefier uniform). Aceste șunturi magnetice se execută din tole de tablă silicioasă avînd o lungime axială sensibil mai mică decît a pachetului statoric. În figura 1 este reprezentat un astfel de motor.

b) Construcții cu monobobină. Aceasta este o construcție simplă, în care circuitul magnetic statoric este asemănător transformatoarelor monofazate de putere mică în coloană, cu deosebirea că are o întrerupere de formă circulară în care este dispus rotorul. Spirele în scurtcircuit sînt dispuse simetric față de axa rotorică. Acest tip de motor este reprezentat în figura 2.

* Manuscris predat la redacție la 1 iulie 1967.

c) Construcții cu poli înecați (bobinaj repartizat). Acest tip de motor este foarte asemănător cu cel monofazat cu fază auxiliară, diferența constă în aceea că înfășurarea auxiliară este conectată în scurt-circuit.

O problemă importantă care se pune la proiectarea acestui tip de motor o constituie cuplul de pornire și mai ales dependența cuplului de pornire de parametrii înfășurărilor.

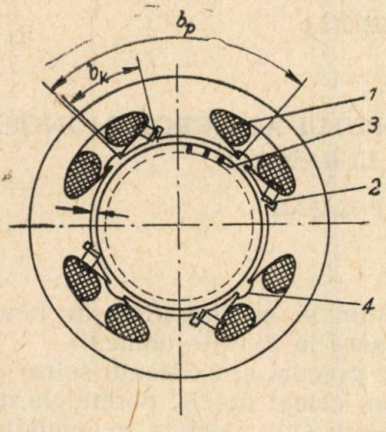


Fig. 1

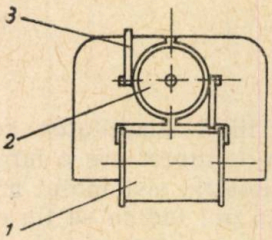


Fig. 2

În prezenta lucrare se va deduce o expresie a cuplului de pornire în funcție de tensiune și de parametrii înfășurărilor.

Pentru calculul cuplului de pornire este necesar să calculăm repartiția spațială a cîmpului magnetic, în cazul în care rotorul este fix, iar cele trei înfășurări ale motorului sînt parcurse de curenți presupuși inițial cunoscuți și avînd o variație sinusoidală în timp.

Trebuie arătat că în lucrările de specialitate calculul repartiției cîmpului magnetic este făcut foarte aproximativ sau de multe ori se extrapolează rezultatele obținute în cadrul teoriei mașinilor asincrone monofazate cu fază auxiliară, fapt care nu poate fi riguros justificat, de aceea se impune un calcul mai riguros al cîmpului magnetic.

În foarte multe lucrări nu se mai fac precizări asupra modului de calcul al cîmpului magnetic ci se construiesc scheme echivalente similare cu a altor mașini electrice în care locul parametrilor înfășurărilor este puțin justificat, iar în alte lucrări se definesc o serie de parametrii al căror mod de calcul, fie că este dificil, fie că nu este precizat. De aci rezultă că analiza motorului considerat pe baza unei astfel de scheme nu este suficient de exactă. De fapt, în teoria mașinilor electrice, problema fundamentală și dificilă o constituie echivalarea mașinii electrice reale cu o schemă echivalentă, ai cărui parametrii trebuie să fie o consecință logică atît a repartiției spațiale a cîmpului electromagnetic, cît și a modului cum sînt definite diferitele fluxuri, în cazul în care cîmpul electromagnetic are o variație sinusoidală în timp ca și

curenții care îl creează. O dată stabilită schema echivalentă, calculele care urmează sînt relativ simple, constînd din operații elementare.

De aici rezultă că problema principală o constituie cunoașterea repartiției spațiale a cîmpului electromagnetic.

În această lucrare calculul cîmpului magnetic se va conduce în ipoteze mai generale, fapt care va permite un calcul mai riguros al forțelor ce se exercită în mașină.

Acest calcul va fi condus numai în cazul pornirii, deoarece una din problemele importante ale acestui tip de motor este calculul cuplului de pornire care impune parametrii spirei în scurtcircuit.

2. *Calculul cîmpului electromagnetic*

Se va calcula repartiția spațială a cîmpului electromagnetic, în cazul în care rotorul este fix, iar cele trei înfășurări ale motorului sînt parcurse de curenții notați astfel :

$\underline{I}_s$ — curentul din înfășurarea statorică ;
$\underline{I}_k$ — curentul din spire în scurtcircuit ;
$\underline{I}_r$ — curentul din înfășurarea rotorică.

Dispunerea reală a celor trei înfășurări este arătată în figurile 1 și 2. Pentru conducerea calculelor este necesar să trecem la mașina idealizată corespunzătoare mașinii asincrone cu poli înecați, în care înfășurarea statorică și spira în scurtcircuit sînt dispuse în întrefierul echivalent al mașinii idealizate, cum este arătat în figura 3. Această aproximație făcută prin trecerea la mașina idealizată nu influențează în mare măsură fluxul util, însă influențează mult fluxul de scăpări, dar acest flux se va avea în vedere prin considerarea reactanțelor de scăpări. În cazul cîmpului plan-paralel este potrivit să pornim de la ecuația diferențială a potențialului vector, deoarece într-un sistem de coordonate cilindric are o singură componentă după axa OZ, care depinde numai de r și θ, așa cum de altfel se arată și în [5] și [6].

Se știe că în domeniul 1 și 3 potențialul vector este soluția laplacianului, adică :

$$\Delta \underline{A}_l = 0 \quad (l = 1, 3) \tag{1}$$

iar în domeniile 2 și 4 soluția are următoarea formă :

$$\underline{A}_l = \underline{A}'_i + \underline{A}''_i \quad (i = 2, 4) \tag{2}$$

unde A'_i satisface ecuația lui Laplace :

$$\Delta \underline{A}'_i = 0 \tag{3}$$

iar A''_i este potențialul vector al celor trei înfășurări în ipoteza ca mediul feromagnetic lipsește.

Potențialul vector A''_i se calculează relativ ușor și pentru o bobină de dimensiuni finite, dacă se cunoaște expresia lui pentru un conductor filiform.

Astfel, pentru o bobină avînd dimensiunile ca în figura 4 și avînd p poli, obținem :

$$d^2\underline{A}''_s = -\frac{\mu_0 d^2\underline{I}_s}{\pi}\sum_1^\infty \frac{k_{pn}}{n}\left(\frac{r}{R}\right)^n \sin n\frac{\alpha_1}{2}\sin n\left(\theta-\frac{\alpha_1}{2}-\beta-\frac{2p-1}{p}\pi\right) \quad (4)$$

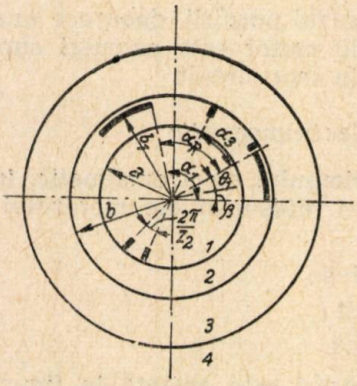


Fig. 3

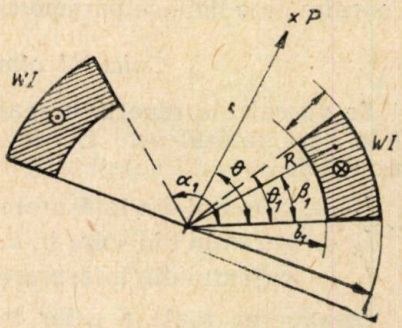


Fig. 4

unde

$$d^2\underline{I}_s = \underline{J}_s R\, dR\, d\beta;\quad k_{pn} = \frac{\sin n\pi}{\sin\frac{n\pi}{p}}$$

rezultă

$$\underline{A}''_s = \int_0^{\theta_1}\int_{b_1}^{b_1+h_1} d^2\underline{A}_s = -\frac{4\mu_0\underline{I}_s w_1}{\pi}\sum_1^\infty \frac{k_{n1}}{n}\left(\frac{r}{b_1}\right)^n \sin n\left(\theta-\frac{\alpha_1+\theta_1}{2}-\frac{2p-1}{p}\pi\right)$$

unde :

$$k_{n1} = h_{pn}\frac{\sin\frac{\alpha_1}{2}\sin n\frac{\theta_1}{2}}{(n-2)\,n\,\theta_1}\cdot\frac{\left(\frac{b_1}{b_1+h_1}\right)^{n-2}-1}{\left(\frac{h_1}{b_1}\right)^2+2\frac{h_1}{b_1}}\ \text{pentru}\ r\leqslant b_1 \quad (5)$$

și

$$\underline{A}''_s = \frac{4\mu_0\underline{I}_s w_1}{\pi}\sum_1^\infty \frac{k'_{n_1}}{n}\left(\frac{b_1}{r}\right)^n \sin n\left(\theta-\frac{\alpha_1+\theta_1}{2}-\frac{2p-1}{p}\pi\right) \quad (6)$$

unde

$$k'_{n_1} = k_{pn}\frac{\sin\frac{\alpha_1}{2}\,n\sin n\frac{\theta_1}{2}}{n(n+2)\,\theta_1}\cdot\frac{\left(1+\frac{h_1}{b_1}\right)^{n+2}-1}{\left(\frac{h_1}{b_1}\right)^2+2\frac{h_1}{b_1}}\ \text{pentru}\ r\geqslant b_1 \quad (7)$$

Pentru spira în scurtcircuit, obținem :

$$\underline{A}''_k = \frac{\mu_0 \underline{I}_k}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{k_{n3}}{n} \left(\frac{r}{b}\right)^n \sin n \left(\theta - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right); \; r \leqslant b$$

$$\underline{A}''_k = -\frac{\mu_0 \underline{I}_k}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{k'_n}{n} \left(\frac{b}{r}\right)^n \sin n \left(\theta - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right); \; r \geqslant b \qquad (8)$$

unde :

$$k_{n3} = k_{pn} \frac{\sin n \frac{\alpha_3}{2}}{n-1} \left[\left(\frac{b}{b+h_3}\right)^n \left(1 + \frac{b}{h_3}\right) - \frac{b}{h_3}\right]$$

$$k'_{n_3} = k_{pn} \frac{\sin n \frac{\alpha_3}{2}}{n+1} \left[\left(\frac{b+h_3}{b}\right)^n \left(1 + \frac{b}{h_3}\right) - \frac{b}{h_3}\right] \qquad (9)$$

h_3 și α_3 fiind înălțimea, respectiv deschiderea spirei în scurtcircuit. Pentru înfășurarea rotorică considerată în scurtcircuit cu Z_2 bare, fiecare bară fiind parcursă de curentul I_q, obținem :

$$\underline{A}''_r = \frac{\mu_0}{2\pi} \sum_1^{\infty} \frac{k_{n2}}{n} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{q=0}^{Z_2-1} \underline{I}_q \cos n \left(\theta - \beta' - q\frac{2\pi}{Z_2}\right); \; r \ll a \qquad (10)$$

unde :

$$k_{n2} = \frac{a}{h_2} \frac{1 - \left(1 - \frac{h_2}{a}\right)}{n+1}$$

Prin urmare, se poate scrie potențialul vector rezultant :

$$\underline{A}''_i = \underline{A}''_s + \underline{A}''_k + \underline{A}''_r \qquad (11)$$

Folosind metoda separării variabilelor pentru ecuațiile diferențiale (1) și (3) și avînd în vedere forma potențialului vector A''_i, soluțiile în cele patru domenii sînt :

$$\underline{A}_1 = \sum_1^{\infty} r^n \left[A^s_n \underline{I}_s \sin n \left(\theta - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) + A^k_n \underline{I}_k \sin n \left(\theta - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{2p-1}{p}\pi\right) + A^r_n \sum_0^{Z_2-1} \underline{I}_q \cos n \left(\theta - \beta' - q\frac{2\pi}{Z_2}\right)\Bigg]$$

$$\underline{A}_2 = \underline{A}''_2 + \sum_1^{\infty} \Bigg[\left(r^n A^{2s}_n + r^{-n} B^{2s}_n\right) \underline{I}_s \sin n \left(\theta - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) +$$

$$+ \underline{I}_k \left(r^n A^{2k}_n + r^{-n} B^{2k}_n\right) \sin n \left(\theta - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) + \left(A^{2r}_n r^n + \right.$$

$$\left. + B^{2r}_n r^{-n}\right) \sum_0^{Z_2-1} \underline{I}_q \cos n \left(\theta - \beta' \frac{2\pi}{Z_2} q\right)\Bigg]$$

$$\underline{A}_3 = \sum_1^{\infty} \left[(r^n A_n^{3s} + r^{-n} B_n^{3s}) \underline{I}_s \sin n \left(\theta - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) + \right.$$

$$+ \underline{I}_k (r^n A_n^{3k} + r^{-n} B_n^{3k}) \sin n \left(\theta - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) + (A_n^{3r} r^n +$$

$$\left. + B_n^{3r} r^{-n}) \sum_0^{Z_1-1} \underline{I}_q \cos n \left(\theta - \beta q \frac{2\pi}{Z_2} \right) \right]$$

$$\underline{A}_4 = \underline{A}_3'' + \sum_1^{\infty} \left[B_n^{4s} \underline{I}_s \sin n \left(\theta - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) + B_n^{4k} I_k \sin n \left(\theta - \theta_1 - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) + B_n^{4r} \sum_{q=0}^{Z_1-1} \underline{I}_q \cos n \left(\theta - \beta - q \frac{2q}{Z_2} \right) \right] r^{-n} \qquad (12)$$

Constantele de integrare se determină punînd condițiile de trecere la cele trei frontiere, și anume :

$$\underline{A}_i (x_i, \theta) = \underline{A}_{i+1} (x_i, \theta)$$

$$\frac{1}{\mu_i} \left(\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial r} \right)_{r=x_i} = \frac{1}{\mu_{i+1}} \left(\frac{\partial \underline{A}_{i+1}}{\partial r} \right)_{r=x_i} \qquad (13)$$

unde $i = 1, 2, 3$, respectiv $x_1 = a, b, c$.

Obținem în felul acesta un sistem de șase ecuații cu șase necunoscute pentru fiecare înfășurare ; dacă se consideră dimensiunea c suficient de mare, atunci se ajunge la un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute.

Rezolvîndu-se acest ultim sistem de ecuații, se obține :

$$A_n^s = \frac{8 \mu_0 w_1}{\pi n b_1^a} \frac{\left(\frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right) \left[k_{n1} + k'_{n1} \left(\frac{b_1}{b} \right)^n \right]}{\left[1 + \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{a}{b} \right)^{2n} - 1 \right] - 2 \frac{\mu_0}{\mu} \left[1 + \left(\frac{a}{b} \right)^{2n} \right]}$$

$$A_n^k = - \frac{\mu_0}{\pi n b^n} \cdot \frac{k_{n3} \left(1 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) + k'_{n3} \left(\frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right)}{\left[1 + \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{a}{b} \right)^{2n} - 1 \right] - 2 \frac{\mu_0}{\mu} \left[1 + \left(\frac{a}{b} \right)^{2n} \right]}$$

$$A_n^r = - \frac{\mu_0}{\pi} \frac{k_{n2}}{\pi b^n} \left(\frac{a}{b} \right)^n \frac{\left(\frac{\mu_0}{\mu} - 1 \right) \left[1 - \left(\frac{b}{a} \right)^n \right]}{\left[1 + \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{a}{b} \right)^{2n} - 1 \right] - 2 \frac{\mu_0}{\mu} \left[1 + \left(\frac{a}{b} \right)^{2n} \right]} \qquad (14)$$

S-au calculat numai constantele care intră în expresia potențialului vector A_1, deoarece pentru calculul forțelor care se exercită asupra rotorului este necesară cunoașterea numai a acestui potențial.

În continuare se vor determina curenții I_k și I_q induși în circuitele considerate.

3. *Determinarea curenților din înfășurările mașinii*

Vom determina mai întîi curentul care se stabilește în spira în scurtcircuit. Curentul în spira în scurtcircuit se poate determina relativ ușor aplicînd legea inducției electromagnetice și legea lui Ohm în complex pentru înfășurarea dată.

Obținem :

$$(r_k + j x_k)\underline{I}_k = -j\omega\underline{\Phi} = -j\omega\int_{\theta_1}^{\theta_1+\alpha_3}\frac{1}{b}\left(\frac{\partial A_1}{\partial\theta}\right)_{r=b} b\, l_i\, d\theta =$$

$$= -j\omega l_i\left\{\sum_1^\infty 2\sin n\frac{\alpha_3}{2}\left[A_n^s a^n I_s\cos n\left(\theta_1+\frac{\alpha_3}{2}-\frac{\alpha_1+\theta_1}{2}-\right.\right.\right. \tag{15}$$

$$\left.\left.\left.-\frac{2p-1}{p}\pi\right)+A_n^k\alpha^n I_k\cos n\left(-\frac{2p-1}{p}\pi\right)\right]\right\} = j\omega\psi_1 I_s + j\omega\psi_3 I_k$$

de unde rezultă :

$$I_k = \frac{j\omega\psi_1 I_s}{r_k + j(x_k - \omega\psi_3)} \tag{16}$$

Din calculul de mai sus rezultă că am neglijat reacția curenților rotorici în ceea ce privește calculul curentului I_k, dar această aproximație nu introduce erori importante.

Pentru determinarea curentului dintr-o bară oarecare q a înfășurării rotorice, vom considera o suprafață deschisă mărginită de bara q și axa rotorului, deci o suprafață dreptunghiulară cu dimensiunile $li \times a$.

Deoarece cîmpul electric are numai componentă după axa OZ și este zero în axa rotorului rezultă :

$$(r_2 + j x_2) I_q = -j\omega l_i\left\{\sum_1^\infty\left[a'' A_n^s \underline{I}_s\sin n\left(\beta' + \frac{2\pi}{Z_2}q - \frac{\alpha_1+\theta_1}{2} - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{2p-1}{p}\pi\right)\right] + A_n^k a^n \underline{I}_k \sin n\left(B' + \frac{2\pi}{Z_2}q - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right)\right\} \tag{17}$$

Se vede din această expresie că nu s-a ținut seamă de fluxul total de reacție a curenților rotorici, însă aceasta nu are mare influență asupra exactității calculului, însă duce la simplificări importante.

Pentru determinarea curentului din înfășurarea principală, se procedează ca mai sus, avînd în vedere particularitățile acestei înfășurări.

Se obține :

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_s(r_1 + jx_1) - j\omega l_i w_1 \left\{ \sum_1^{\infty} a^n A_n^s \underline{I}_s \left[\sin n\left(\theta_1 + \alpha_p - \frac{\theta_1 + \alpha_1}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) - \sin n\left(\theta_1 - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) + \sum_1^{\infty} a^n A_n^k \underline{I}_k \left[\sin n\left(\alpha_p - \right.\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\left. - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p}\pi\right) - \sin n\left(\frac{\alpha_3}{2} + \frac{2p-1}{p}\pi\right)\right] + \sum_1^{\infty} a^n A_n^r \sum_0^{Z_2-1} \underline{I}_q \left[\cos n\left(\theta_1 + \right.\right.\right.\right. \tag{18}$$

$$\left.\left.\left.\left. + \alpha_p - \beta' - q\frac{2\pi}{Z_2}\right) - \cos n\left(\theta_1 - \beta' - q\frac{2\pi}{Z_2}\right)\right]\right\}$$

Introducînd (16) și (17) în (18), obținem :

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_s(r_1 + jx_1) - j\omega\psi_s \underline{I}_s + \frac{\omega^2 \psi_1 \psi_k \underline{I}_s}{r_k + j(x_k - \omega\psi_k)} -$$

$$- j\omega l_i w_1 \sum_1^{\infty} A_n^r a^n \left(-2\sin n\frac{\alpha_p}{2}\right) \sum_0^{Z_2-1} I_q \sin n\left(\theta_1 - \beta' - q\frac{2\pi}{Z_2} + \frac{\alpha_p}{2}\right) =$$

$$= I_s(r_1 + jx_1) - j\omega\psi_s \underline{I}_s + \frac{\omega^2 \psi_{rs}}{r_2 + jx_2} \underline{I}_s + \frac{j\omega^3 \psi_1 \psi_{rk} \underline{I}_s}{(r_2 + jx_2)[r_k + j(x_k - \omega\psi_3)]} +$$

$$+ \frac{\omega^2 \psi_1 \psi_k \underline{I}_s}{r_k + i(x_k - \omega\psi_3)} \tag{19}$$

De unde rezultă :

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_1}{r_1 + jx_1 - j\omega\psi_s + \frac{\omega^2\psi_{rs}}{r_2 + jx_2} + \frac{\omega^2\psi_1\psi_k}{r_k + j(x_k - \omega\psi_3)} + \frac{\omega^3\psi_1\psi_{rk}}{(r_2 + jx_2)[r_k + j(x_k - \omega\psi_3)]}} = \frac{\underline{U}_1}{A + Bj} \tag{20}$$

unde :

$$A = r_1 + \frac{\omega^2\psi_{rs} r_2}{r_2 + x_2} + \frac{\omega^2\psi_1\psi_k r_k}{r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2} + \frac{\omega^3\psi_1\psi_{rk}[r_2 r_k - x_2(x_k - \omega\psi_3)]}{(r_2^2 + x_2^2)[r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2]} \tag{21}$$

$$B = x_1 - \omega\psi_3 - \frac{x_2\omega^2\psi_{rs}}{r_2^2 + x_2^2} - \frac{(x_k - \omega\psi_3)\omega^2\psi_1\psi_k}{r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2} -$$

$$- \frac{\omega^3\psi_1\psi_{rk}[r_k x_2 + r_2(x_k - \omega\psi_3)]}{(r_2^2 + x_2^2)[r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2]}$$

4. *Calculul cuplului electromagnetic*

Fiind cunoscut potențialul vector se pot calcula componentele cîmpului magnetic în tot domeniul 1, care include și suprafața rotorului și deci se pot calcula forțele care se exercită asupra rotorului.

Forțele ponderomotoare din cîmpul electromagnetic pot fi reduse la un sistem echivalent de tensiuni ; acest sistem de tensiuni echivalente forțelor reale exercitate este un sistem fictiv, însă aplicat în unele cazuri simplifică calculele.

Momentul rezultant care se exercită asupra corpurilor cuprinse în interiorul unui volum V_2, mărginit de o suprafață închisă Σ de normală exterioară e_v se poate pune în regim cvasistaționar sub forma :

$$\bar{C}_m = \oint_\Sigma (\bar{r} \times \bar{T}_{mv})\, dA \tag{22}$$

unde $\bar{T}_{mv}$ este vectorul asociat normalei exterioare $\bar{e}_v$ la suprafața Σ dat de expresia :

$$\bar{T}_{mv} = \bar{H}(\bar{B}\,\bar{e}_v) - \bar{e}_v \frac{\bar{H}\,\bar{B}}{2} \tag{23}$$

Cuplul de pornire care se exercită asupra rotorului se calculează cu expresiile de mai sus, avînd în vedere că

$$\bar{r} = \bar{a},\ \bar{e}_v = \frac{\bar{a}}{a} \text{ și } dA = l_i\, a\, d\theta \tag{24}$$

deoarece Σ este suprafața rotorului.

Deci cuplul de pornire M_p va fi :

$$\bar{M}_p = \int_\Sigma \bar{a} \times \left[\bar{H}\left(\bar{B}\frac{a}{a}\right) - \frac{a}{a}\left(\frac{H\,B}{2}\right)\right] dA = \bar{k}\, a \int_\Sigma H_\theta\, B_r\, dA \tag{25}$$

Expresia în complex a cuplului de pornire va fi :

$$\bar{M}_p = \bar{k}\, a^2\, l_i \int_0^{2\pi} H_\theta\, B_r^x\, d\theta \tag{26}$$

unde :

$\bar{k}$ este vectorul axei rotorului ;

$H_\theta = \left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_1}{\partial r}\right)_{r=a}$ este componenta tangențială la suprafața rotorului a intensității cîmpului magnetic ;

$B_r = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_1}{\partial \theta}\right)_{r=a}$ este componenta radială la suprafața rotorului a inducției magnetice.

Integrala se efectuează numai pe suprafața cilindrică a rotorului, pentru că contribuția suprafețelor frontale este zero, în cazul cîmpului plan-paralel.

Dacă se efectuează înlocuirile în expresia (26), obținem :

$$\underline{M}_p = -\frac{a\,l_i}{\mu}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial r}\right)_{r=a}\left(\frac{\partial \underline{A}_1}{\partial \theta}\right)_{r=a}^{x} d\theta = -\frac{\pi}{\mu} l_i \sum_1^{\infty} n^2 a^{2n} A_n^s A_n^k (\underline{I}_s^k \underline{I}_k -$$

$$-\underline{I}_s \underline{I}_k) \times \sin n\frac{\alpha_1 - \theta_1 - \alpha_3}{2} = = \frac{\pi}{\mu} l_i \sum_1^{\infty} n^2 a^{2n} A_n^s A_n^k \left[\frac{j\omega I_s^2 \psi_1}{r_k + j(x_k - \omega\psi_3)} + \right.$$

$$\left. + \frac{j\omega\psi_3 I_s^2}{r_k - j(x_k - \omega\psi_3)}\right] \cdot \sin n\frac{\alpha_1 - \theta_1 - \alpha_3}{2} \qquad (27)$$

deoarece s-a ținut seamă de (16).

Cuplul mediu activ va fi :

$$M_p = \frac{\pi}{\mu} l_i \omega I_s^2 \sum_1^{\infty} n^2 a^{2n} A_n^s A_n^k \frac{\psi_1 (x_k - \omega\psi_3) - \psi_3 (x_k - \omega\psi_3)}{r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2} \sin n\frac{\alpha_1 - \theta_1 - \alpha_3}{2} =$$

$$= \pi\omega I_s^2 \frac{(\psi_1 - \psi_3)(x_k - \omega\psi_3)}{r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2}\psi \qquad (28)$$

În urma calculelor efectuate în paragraful 2, cuplul se poate exprima în funcție de tensiune, astfel din (20) rezultă

$$I_s^2 = \frac{U_1^2}{A^2 + B^2} \qquad (29)$$

și deci

$$M_p = \pi\omega \frac{U_1^2}{A^2 + B^2} \cdot \frac{(\psi_1 - \psi_3)(x_k - \omega\psi_3)}{r_k^2 + (x_k - \omega\psi_3)^2}\psi \qquad (30)$$

Concluzii

Expresia finală a cuplului de pornire este relativ complicată, însă scoate în evidență modul cum depinde cuplul de pornire de parametrii înfășurărilor.

Această expresie arată o dată în plus complexitatea fenomenelor electromagnetice în mașina asincronă cu poli ecranați, de fapt și în literatura de specialitate calculele efectuate sînt aproape la fel de greoaie, de aceea de multe ori în proiectare un calcul exact și complet este înlocuit printr-un mare număr de experiențe, pentru a se găsi o soluție corespunzătoare.

Se vede ușor că mărimile ψ_1, ψ_3, ψ_s, ψ_k, ψ_{rs}, ψ_{rk} au semnificația unor inductivități, ale căror metode de calcul sînt diferite ; expresiile acestor mărimi pot fi ușor identificate în cursul acestei lucrări, precum și în anexă. Calculul concret al acestor mărimi este greoi, însă este ușor realizabil cu ajutorul mașinilor de calcul, deoarece în ultimă instanță se calculează serii.

Calculul cuplului de pornire cu ajutorul expresiei (30) prezintă interes deoarece ține seamă de armonicele de ordin superior care sînt atît de importante la acest tip de motor.

Calculul efectuat prezintă o generalitate destul de importantă deoarece expresia cuplului este valabilă și pentru alte dispuneri ale înfășurărilor, singurele elemente care se schimbă în acest caz sînt coeficienții K_n care se pot calcula ușor pe baza exemplului considerat.

Este important faptul că s-a ținut seamă și de componenta tangențială a cîmpului magnetic, ceea ce nu s-a făcut în lucrările publicate în literatura de specialitate.

Catedra de electrotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

ANEXA

În această anexă vom scrie explicit fiecare mărime care intră în expresia cuplului :

$$\psi_1 = -2 l_i \sum_1^{\infty} A_n^s a^n \sin n \frac{\alpha_3}{2} \cos n \left(\frac{\theta_1 + \alpha_3 - \alpha_1}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) =$$

$$= -2 l_i \sum_1^{\infty} A_n^s a^n (-1)^n \frac{2p-1}{p} \sin n \frac{\alpha_3}{2} \cos n \frac{\theta_1 + \alpha_3 - \alpha_1}{2}$$

$$\psi_3 = -2 l_i \sum_1^{\infty} A_n^k a^n \cos n \frac{2p-1}{p} \pi = -2 l_i \sum_1^{\infty} A_n^k a^n (-1)^n \frac{2p-1}{p}$$

$$\psi_s = l_i w_1 \Sigma A_n^s a^n \left[\sin n \left(\theta_1 + \alpha_p - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) - \right.$$

$$\left. - \sin n \left(\theta_1 - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) \right] =$$

$$= 2 l_i w_1 \sum_1^{\infty} A_n^s a^n (-1)^n \frac{2p-1}{p} \cos n \frac{\theta_1 + \alpha_p - \alpha_1}{2} \sin n \frac{\alpha_p}{2}$$

$$\psi_k = l_i w_1 \sum_1^{\infty} A_n^k a^n \left[\sin n \left(\theta_1 + \alpha_p - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) - \right.$$

$$\left. - \sin n \left(\theta_1 - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \frac{2p-1}{p} \pi \right) \right] =$$

$$= 2 l_i w_1 \sum_1^{\infty} A_n^k a^n (-1)^n \frac{2p-1}{p} \sin n \frac{\alpha_p}{2} \cos n \frac{\alpha_p - \alpha_3}{2}$$

$$\psi_{rs} = w_1 l_i^2 \sum_1^{\infty} A_n^r a^n \sin \frac{\alpha}{2} p_n \sum_1^{\infty} A_l^s a^l \sum_{q=0}^{Z_2-1} \sin l \left(\beta' + \frac{2\pi}{Z_2} q - \frac{\alpha_1 + \theta_1}{2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2p-1}{p} \pi \right) \cdot \sin n \left(\theta_1 - \beta' - \frac{2\pi}{Z_2} q + \frac{\alpha_p}{2} \right)$$

$$\psi_{rk} = l_i^2 w_1 \sum_1^{\infty} A_n^r a^n \sin n \frac{\alpha_p}{2} \sum_1^{\infty} A_l^k a^l \sum_{q=0}^{Z_2-1} \sin l \left(\beta' + \frac{2\pi}{Z_2} q - \theta_1 - \frac{\alpha_3}{2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2p-1}{p} \pi \right) \cdot \sin n \left(\theta_1 - \beta' - \frac{2\pi}{Z_2} q + \frac{\alpha_p}{2} \right)$$

$$\psi = \frac{l_i}{\mu} \Sigma n^2 a^{2n} A_n^s A_n^k \sin n \frac{\alpha_1 - \theta_1 - \alpha_3}{2}$$

unde $n = \nu p$, ν fiind ordinul armonicii.

Exemplu de calcul

Vom considera un motor cu spiră în scurtcircuit avînd următoarele date :

$P_2 = 100$ W. $\quad a = 3{,}5$ cm.

$U = 220$ V $\quad x_k = 12.10^{-5}$ ohmi.

$f_1 = 50$ Hz. $\quad r_k = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ ohmi.

$\eta \cos \varphi = 0{,}20$ $\quad \theta_1 \approx \frac{\pi}{2}$

$W_1 = 200$ spire

$p = 1$ $\quad \alpha_1 \approx \pi$

$l_i = 10$ cm. $\quad \alpha_3 \approx \frac{\pi}{4}$

$\delta = 0{,}03$ cm.

$\alpha_p \approx \frac{\pi}{2}$

Dacă ne referim la expresia (28) cuplul de pornire va fi :

$$M_p = \pi \omega I_s^2 \frac{(\psi_1 - \psi_3)(x_k - \omega \psi_3)}{r_k^2 + (x_k - \omega \psi_3^2)} \psi$$

unde I_s este valoarea eficace a curentului de pornire care se poate aproxima din datele de mai sus :

$$I_s \approx 4 I_N = 4 \frac{P_2}{U \eta \cos \varphi} = 4 \frac{100}{220 \cdot 0{,}2} = 9{,}1 \cdot A$$

Dacă se consideră dimensiunile radiale ale înfășurărilor relativ mici și permeabilitatea relativ mare a fierului atunci avînd în vedere numai armonica fundamentală obținem :

$$\psi_1 = -2 l_i \frac{4 \mu_0 W_1 a}{\pi \theta \delta} \sin \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\alpha_3}{2} \cos \frac{\theta_1 + \alpha_3 - \alpha_1}{2} = -6{,}25 \cdot 10^{-4}$$

$$\psi_3 = -l_i \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \frac{\sin \frac{\alpha_3}{2}}{2\delta} \cdot a = -1{,}74 \cdot 10^{-6}$$

$$\psi = \frac{2 \mu_0^2 a^2}{\mu \pi^2 \delta^2 \theta_1} l_i W_1 \sin \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \sin \frac{\alpha_3}{2} \sin \frac{\alpha_1 - \theta_1 - \alpha_3}{2} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}.$$

Cuplul de pornire va fi :

$$M_p = \pi \cdot 2\pi f I_s^2 \frac{(\psi_1 - \psi_3)(x_k - 2\pi f \psi_3)}{r_k^2 + (x_k - 2\pi f \psi_3)^2} \psi =$$

$$= 2^2 \cdot 50 \cdot 9{,}1^2 \frac{(-6{,}25 \cdot 10^{-4} + 1.74 \cdot 10^{-6})(12 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 50 \cdot 1{,}74 \cdot 10^{-6})}{(1{,}5 \cdot 10^{-3})^2 + (12 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 50 \cdot 1{,}74 \cdot 10^{-6},^2} \times$$

$$\times 1{,}8 \cdot 10^{-5} = -0{,}18 \text{ Nm.}$$

Semnul invers a rezultat din alegerea sensurilor în cadrul lucrării.

BIBLIOGRAFIE

1. *Kron, G.:* Equivalent Circuits of the Shaded-pole Motor with Space Harmonics. Trans. AIEE, vol. 69, part. II, 1950, p. 735—741.
2. *Chang, S. S. L.:* Equivalent Circuits and Their Application in Designing Shaded Pole Motors. Trans. A.I.E.E., 1951, vol. 70, p. 690—699.
3. *Sorcker, T. G., Lopuhina, E. M.:* Osnovî teorii odnofaznovo dvigateli s korotcozamknutim e vitkom na poliuse. Electricestvo, 1951, nr. 7.
4. *Trickey, P. H.:* Performance Calculations on Shaded Pole Motors. Trans. AIEE, vol. 66, 1947, p. 1431—1438.
5. *Galan, N.:* Cîmpul electromagnetic al unui fir rectiliniu parcurs de curent alternativ dispus în întrefierul mărginit de un cilindru conductor și o coajă cilindrică. „Studii și Cercetări de energetică și electrotehnică", 16, 1966, nr. 2, p. 273—284.
6. *Galan, N.:* Cîmpul electromagnetic al unei înfășurări de curent alternativ. „Studii și Cercetări de energetică și electrotehnică", 1967, nr. 3.
7. *Vaske, P.:* Beitrag zur Theorie des Spaltpolmotors, A.F.E., 47 (1962), p. 1—28.
8. *Vaske, P.:* Aufbau und Kennlinien moderner Spaltpolmotoren. E.T.Z.-B, 9 (1957), p. 33—37.
9. *Vaske, P.:* Polumschaltbare Spaltpolmotoren. E.T.Z.-B, 10 (1958), p. 131—133.
10. *Richter, R.:* Mașini electrice, vol. IV. Editura Tehnică, București, 1960.
11. *Bojer, M. L.:* Pre-determination of Shaded-pole Induction Motor Performance. Trondheim I Kommisjon. Mas. F. Bruns Bokhandel, 1948.
12. *Poloryadoíí, M. M.:* Contribution à l'étude des moteurs asynchrons-monophasés. R.G.E., Nr. 11, 1959, (68), p. 641—656.
13. *Kucera, J.:* Moteur asynchrone monophasé avec l'enroulement auxiliaire en court-circuit. R.E.G., 58 (1949), p. 185—199.
14. *Langen, A. M.:* K rascetu electrodvigatelei s korotcozamknutin vitkom na poliuse. Vestnic Electropromîșlenosti, 1956, nr. 9.
15. *Nagel, M.;* Beitrag zur Theorie des Spaltpolmotors. Arch. für Elektrotechnik, 43 (1957), p. 32—50.
16. *Schnisky, W.:* Beitrag zur Theorie des Einphasenspaltmotors. E.U.M., 70 (1953), mars, p. 99—104.
17. *Danilov-Nitusov, N. N.:* Asinhronie dvigateli e gasno vîrajenîmi poliusami. Vestnic Electropromîșlenosti, 1959, nr. 8, p. 56—61.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

TERMOTEHNICĂ

C.Z. : 621.1.01 : 536.24 : 621.56 : 621.483 : 621.499

CONSIDERAȚII PRIVIND ANALIZA EXERGETICĂ A PROCESELOR DE SCHIMB DE CĂLDURĂ DIN INSTALAȚIILE TERMICE ȘI FRIGORIFICE *

TR. NICOLESCU, AL. DĂNESCU, VS. RADCENCO

Importanța deosebită a proceselor de schimb de căldură care au loc în diferitele tipuri de instalații industriale și de laborator a făcut ca în ultimii ani să crească interesul pentru elaborarea unei metode generale de determinare a eficienței schimbului de căldură.

Din punctul de vedere al celui de al doilea principiu al termodinamicii, în procesele energetice care asigură funcționarea instalațiilor termice și frigorifice participă două categorii de forme de energie și anume :

— forme ordonate de energie ce pot fi transformate integral în oricare altă formă de energie independent de parametrii mediului ambiant, cum este de exemplu energia cinetică a unui corp în mișcare ;

— forme neordonate de energie care pot fi transformate numai parțial în alte forme de energie, transformarea fiind condiționată atît de potențialul care caracterizează energia considerată, cît și de parametrii mediului ambiant ; din această categorie fac parte energia termică, energia radiantă și energia chimică.

Perfecționarea continuă a instalațiilor termice și frigorifice este indisolubil legată de reducerea pierderilor de energie, provocate de ireversibilitatea proceselor care se desfășoară în aceste instalații. Pentru reducerea acestor pierderi este necesară studierea fiecărui proces în parte și stabilirea ponderii lui energetice în ansamblul instalației. Este de subliniat însă că, studiul termodinamic al oricărui proces energetic trebuie efectuat atît din punct de vedere cantitativ, adică al valorii pierderilor de energie utilizabilă în general, cît mai ales din punct de vedere calitativ, adică a pierderilor de potențial energetic care apar ca urmare a scăderii calității energiei sau cu alte cuvinte a capacității ei de transformare.

---

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, 27—29 mai 1966.

Pentru a stabili măsura de transformare a energiei unui sistem termodinamic, în cazul cel mai general, se folosește ecuația bilanțului energetic :

$$di = \delta q - \delta l_t - de_c - de_p \tag{1}$$

și expresia variației de entropie a sistemului :

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_i \tag{2}$$

în care :

$\delta q, \delta l_t$ reprezintă schimburile elementare de energie sub formă de căldură și de lucru mecanic tehnic cu exteriorul ale unității de cantitate de agent termic sau frigorific care evoluează în sistem ;

di, ds — variațiile infinit mici ale entalpiei și entropiei specifice a agentului ;

T — temperatura absolută la care se face schimbul de căldură pe cale reversibilă ;

ds_i — variația infinit mică a entropiei specifice a agentului ca urmare a ireversibilității interne a procesului elementar considerat ;

de_c, de_p — variațiile infinit mici ale energiei cinetice și potențiale specifice a agentului.

După amplificarea ecuației (2) cu temperatura mediului ambiant T_0 și scăderea celor două ecuații se obține :

$$di - T_0 \cdot ds = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\delta q - \delta l_t - de_c - de_p - T_0 \cdot ds_i \tag{3}$$

Ecuația (3) rezultată prin combinarea ecuațiilor matematice menționate este o ecuație fundamentală [2] care poate fi aplicată în studiul oricăror procese termodinamice. În această ecuație se fac următoarele notații :

$$de = di - T_0 \cdot ds \tag{4}$$

este variația infinit mică a exergiei specifice a agentului aflat în curgere continuă și staționară ;

$$\delta e_q = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)\delta q \tag{5}$$

reprezintă exergia cantității elementare de căldură δq (exergia căldurii);

$$\theta_e = 1 - \frac{T_0}{T} \tag{6}$$

este o mărime care se va denumi în continuare factorul exergetic de temperatură ;

$$d\pi_i = T_0 \cdot ds_i \tag{7}$$

reprezintă pierderile specifice elementare de exergie, ca urmare a ireversibilității interne a procesului.

Ținînd seama de notațiile (4)...(7) ecuația (3) devine:

$$de = \delta e_q - \delta l_t - de_c - de_p - d\pi_i \tag{8}$$

Asupra termenilor care intră în ecuația fundamentală (8) a exergiei sînt de făcut unele precizări și anume:

— exergia $e = i - T_0 s$ reprezintă lucrul mecanic tehnic maxim pe care îl poate produce unitatea de cantitate de agent aflat în curgere continuă și staționară la trecerea reversibilă din starea dată pînă la echilibru cu mediul ambiant sau lucrul mecanic tehnic minim necesar pentru a aduce agentul în starea dată din starea de echilibru cu mediul ambiant; în ambele cazuri schimbul de căldură are loc la temperatura mediului ambiant, neglijîndu-se variația energiei cinetice și potențiale a agentului;

— termenul δe_q întîlnit în literatură sub denumirea de exergia căldurii reprezintă de fapt variația exergiei agentului termic provocată de schimbul de căldură cu exteriorul. Ținînd seama de relația de definiție (5), exergia căldurii poate fi precizată în plus ca reprezentînd cantitatea maximă de lucru mecanic ce poate fi obținut dintr-o cantitate de căldură schimbată de agentul termic la temperatura T, prin efectuarea unui ciclu Carnot între temperatura T și temperatura T_0 a mediului ambiant;

— considerînd expresia (5) se ajunge la concluzia că factorul $1-T_0/T$ are o semnificație mai generală decît cea care i se atribuie ca randament termic al ciclului Carnot. În acest mod s-a ajuns la introducerea unei noțiuni noi și anume cea de factor exergetic de temperatură notat prin θ_e. Se observă că pentru $\theta_e > 0$ trecerea căldurii de pe un corp de temperatură $T > T_0$ către mediul ambiant poate fi însoțită de obținerea unui lucru mecanic. Invers, dacă $\theta_e < 0$ trecerea căldurii de pe corpul cu $T < T_0$ către mediul ambiant este condiționată de consumul unui lucru mecanic care crește rapid o dată cu scăderea temperaturii T, astfel că pentru $T \to 0°K$ acest consum ar deveni infinit de mare. Dacă $\theta_e = 0$, rezultă că exergia e_q a cantității de căldură se anulează, ceea ce conduce la o concluzie bine cunoscută și anume că energia termică a mediului ambiant deși este practic infinită nu poate fi folosită izoterm pentru producerea de lucru mecanic.

Reprezentarea grafică a funcției $\theta_e = f(T)$ pentru $T_0 = 293{,}16°K$ este arătată în figura 1, curba fiind o iperbolă. Se vede că factorul exergetic de temperatură variază de la $-\infty$ pînă la $+1$, intervalul fiind „comprimat" în domeniul temperaturilor mai mari decît T_0 și „dilatat" în cel al temperaturilor sub T_0. În intervalul cuprins între T_0 și $T \to \infty$ factorul exergetic de temperatură variază de la 0 la 1; la trecerea prin T_0, mărimea θ_e își schimbă semnul și o dată cu apropierea de $0°K$ valoarea lui θ_e scade foarte rapid și tinde spre $-\infty$. Această variație reflectă tocmai creșterea rapidă a lucrului mecanic minim necesar pentru evacuarea unității de cantitate de căldură de la un nivel de temperatură din ce în ce mai coborît pînă la temperatura mediului ambiant, iar la limită, pentru $T \to 0°K$, $\delta l = \delta e_q \to -\infty$, adică consumul de lucru mecanic devine infinit.

Ca urmare trebuie subliniat că, mărimea $1—T_0/T$ are o aplicabilitate generală în toate procesele efectuate atît cu ajutorul ciclurilor, cît și în procesele deschise și deci factorul exergetic de temperatură are un cîmp larg de aplicație și în analiza termodinamică a proceselor de schimb de căldură.

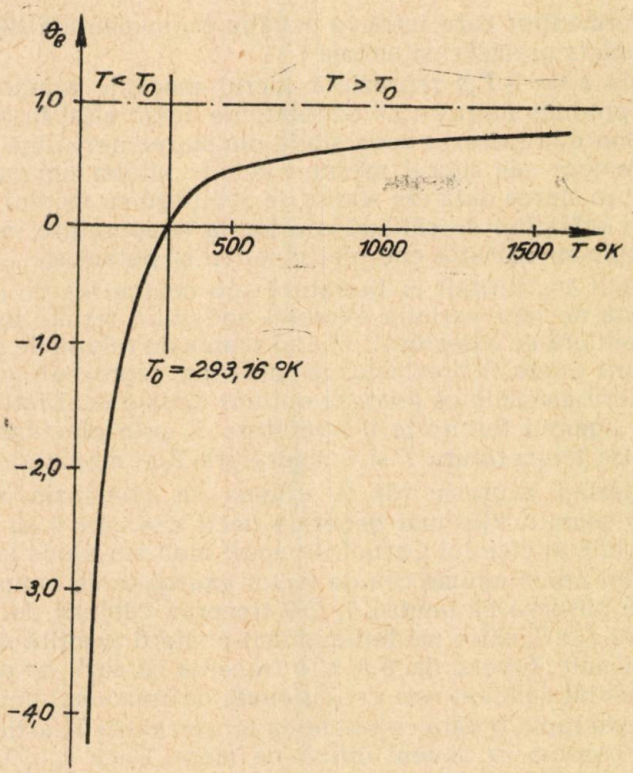


Fig. 1

Pe baza celor arătate mai sus se pot desprinde cîteva concluzii privind utilizarea practică a exergiei și anume :

a) Micșorarea exergiei în procesele ireversibile permite folosirea ei ca măsură a ireversibilității.

b) Deoarece menținerea constantă a exergiei caracterizează procesele reversibile se poate creia un model ideal pentru ori care proces tehnic care să servească drept etalon în analiza procesului considerat.

c) Sensul de variație a exergiei poate servi pentru stabilirea posibilității sau imposibilității de realizare a unui proces : dacă exergia crește procesul este imposibil fără aport de exergie din exterior, iar dacă scade procesul este posibil.

Pe baza proprietăților exergiei se poate da o formulare particulară celui de al doilea principiu al termodinamicii și anume : exergia unui sistem rămîne constantă la efectuarea reversibilă a tuturor proceselor

care au loc în sistem și în interacțiune cu mediul ambiant și se micșorează dacă ori care din aceste procese decurge ireversibil.

Elementele de analiză exergetică prezentate mai sus permit evaluarea perfecțiunii termodinamice a proceselor de schimb de căldură, care se desfășoară în aparatele schimbătoare de căldură. Aceste procese sînt însoțite de pierderi de exergie datorită următoarelor cauze și anume :

— diferența finită de temperatură între fluide ;
— rezistențele hidraulice ;
— schimbul de căldură cu mediul ambiant ;
— transmisia căldurii în lungul aparatului.

În continuare se vor analiza cele mai importante pierderi care apar în procesele reale de schimb de căldură din aparatele schimbătoare de căldură și anume cele legate de diferența finită de temperatură, rezistențele hidraulice și schimbul de căldură cu mediul ambiant.

1. *Pierderile provocate de diferența finită de temperatură între fluide*

Pentru a analiza această categorie de pierderi se consideră schema simplificată a unui schimbător de căldură în contracurent utilizat în tehnica frigului. În această schemă arătată în figura 2, fluidul cald 1 cedează

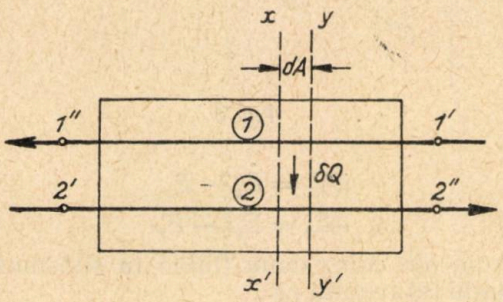


Fig. 2

căldură fluidului rece 2, fiind deci necesar ca în oricare secțiune a aparatului să fie respectată condiția $T_1 > T_2$. Curbele de variație ale factorilor exergetici de temperatură ai celor două fluide sînt reprezentate într-o diagramă $\theta_e - Q$ [3] arătată în figura 3.

Dacă se neglijează celelalte categorii de pierderi și se aplică ecuația (8) unei porțiuni elementare xx'—yy' a schimbătorului de căldură în ipoteza că variațiile energiilor cinetice și potențiale ale celor două fluide sînt nule rezultă că $dE = -d\Pi_{\Delta T}$ sau :

$$E_{in} - E_{ev} = d\Pi_{\Delta T} \tag{9}$$

în care :

E_{in} reprezintă exergia introdusă în sistem ;
E_{ev} — exergia evacuată din sistem ;
$d\Pi_{\Delta T}$ — pierderile de exergie datorită diferenței finite de temperatură.

Se observă că :

$$E_{in} = E_y + E_{x'} \tag{10}$$

$$E_{ev} = E_x + E_{y'} \tag{11}$$

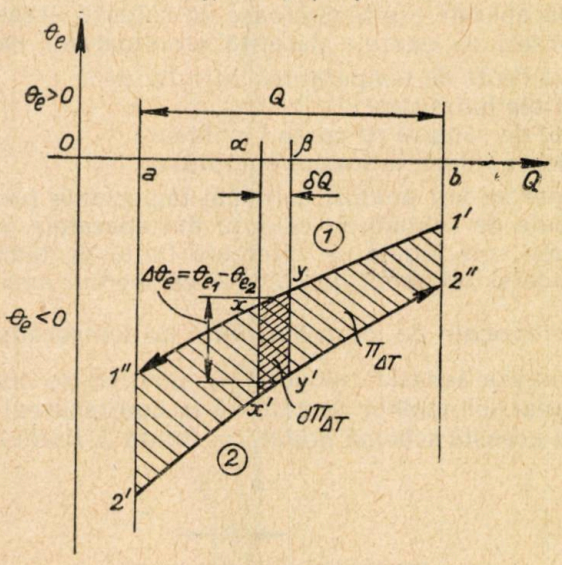


Fig. 3

Notînd cu :

$$dE_1 = E_x - E_y \tag{12}$$

$$dE_2 = E_{y'} - E_{x'} \tag{13}$$

variațiile de exergie ale celor două fluide în sistemul considerat și ținînd seama de relația (9) rezultă că :

$$d\Pi_{\Delta T} = -dE_1 - dE_2 \tag{14}$$

Mărimile dE_1 și dE_2 pot fi exprimate în funcție de factorii exergetici de temperatură θ_{e_1} și θ_{e_2} aplicînd ecuația (8) fiecărui fluid în parte:

$$dE_1 = \delta E_{q_1} = -\delta Q \cdot \theta_{e_1} = \text{aria } \beta y x \alpha \tag{15}$$

$$dE_2 = \delta E_{q_2} = \delta Q \cdot \theta_{e_2} = \text{aria } \alpha x' y' \beta \tag{16}$$

în care :

$$\theta_{e_1} = 1 - \frac{T_0}{T_1} \tag{17}$$

$$\theta_{e_2} = 1 - \frac{T_0}{T_2} \tag{18}$$

Înlocuind variațiile de exergie dE_1 și dE_2 definite de relațiile (15) și (16) în expresia (14) se obține :

$$d\Pi_{\Delta T} = (\theta_{e_1} - \theta_{e_2})\,\delta Q \tag{19}$$

Dacă se notează cu :

$$\Delta\theta_e = \theta_{e_1} - \theta_{e_2} \tag{20}$$

diferența între factorii exergetici de temperatură ai celor două fluide rezultă că pierderile elementare de exergie provocate de diferența finită de temperatură între fluide sînt precizate de expresia :

$$d\Pi_{\Delta T} = \Delta\theta_e \cdot \delta Q = \text{aria } xx'y'yx \tag{21}$$

Pierderea de exergie pentru întreaga suprafață de schimb de căldură este dată de :

$$\Pi_{\Delta T} = \Sigma(\theta_{e_1} - \theta_{e_2})\delta Q = \Sigma\theta_{e_1} \cdot \delta Q - \Sigma\theta_{e_2} \cdot \delta Q = (\theta_{e_{1\text{med}}} - \theta_{e_{2\text{med}}})Q \tag{22}$$

Dacă se notează cu :

$$\Delta\theta_{e\,\text{med}} = \theta_{e_{1\text{med}}} - \theta_{e_{2\text{med}}} \tag{23}$$

diferența valorilor medii ale factorilor exergetici de temperatură ai celor două fluide, rezultă că :

$$\Pi_{\Delta T} = \Delta\theta_{e_{\text{med}}} \cdot Q = \text{aria } 1'1''2'2''1' \tag{24}$$

Rezultatul precizat de expresia (19) este valabil indiferent de nivelul de temperatură care caracterizează funcționarea schimbătorului de căldură. Într-adevăr, în cazul schimbătoarelor de căldură care funcționează în condiții de temperatură $T > T_0$ deoarece factorii exergetici θ_{e_1} și θ_{e_2} sînt pozitivi, exergia fluidului cald scade prin răcire ($dE_1 < 0$) iar cea a fluidului rece crește prin încălzire ($dE_2 > 0$) astfel încît expresia (14) poate fi scrisă sub forma :

$$d\Pi_{\Delta T} = |dE_1| - dE_2 = (\theta_{e_1} - \theta_{e_2})\delta Q.$$

Dacă funcționarea are loc în condiții de temperatură $T < T_0$, în care se încadrează și cazul analizat, factorii exergetici de temperatură au valori negative astfel încît exergia fluidului cald crește prin răcire ($dE_1 > 0$) iar cea a fluidului rece scade prin încălzire ($dE_2 < 0$) ceea ce conduce la :

$$d\Pi_{\Delta T} = |dE_2| - dE_1 = (|\theta_{e_2}| + \theta_{e_1})\delta Q = (\theta_{e_1} - \theta_{e_2})\delta Q.$$

Din cele arătate mai sus se desprinde concluzia că pierderea de exergie datorită diferenței finite de temperatură este proporțională cu diferența medie a factorilor exergetici de temperatură ai celor două fluide care participă în procesul de schimb de căldură. Această proporționalitate permite nu numai determinarea pierderilor de exergie dar și alegerea diferențelor optime de temperatură pentru condițiile date, pornind de la pierderile admisibile în schimbătorul de căldură. Dacă se impune o pierdere $\Pi_{\Delta T}$ în valoare de x % din Q atunci din relația (22) rezultă $\Delta\theta_{e\,\text{med}} = \frac{x}{100}$. În funcție de nivelul de temperatură la care lucrează schimbătorul de căldură, diferența medie de temperatură ΔT_{med} va fi

diferită. Se ajunge la concluzia că pentru anumite pierderi date, diferențele de temperatură admisibile sînt cu atît mai mici cu cît nivelul de temperatură este mai coborît.

Pentru aprecierea perfecțiunii schimbului de căldură se introduce noțiunea de randament exergetic relativ definit fie ca raport între creșterea exergiei fluidului rece și scăderea exergiei fluidului cald în cazul $T > T_0$, fie ca raport între creșterea exergiei fluidului cald și scăderea exergiei fluidului rece în cazul $T < T_0$, adică :

$$\eta_e^t = \frac{\Delta E_2}{|\Delta E_1|} \tag{25}$$

pentru schimbătoarele de căldură care funcționează în domeniul $T > T_0$ și,

$$\eta_e^t = \frac{\Delta E_1}{|\Delta E_2|} \tag{26}$$

în cazul schimbătoarelor de căldură care lucrează în condiții de temperatură $T < T_0$.

Aplicînd ecuația (8) fiecărui fluid în parte se obține :

$$\Delta E_1 = E_{q_1} = E_{1''} - E_{1'} = -\Sigma \delta Q \cdot \theta_{e_1} = -\theta_{e_{1\text{med}}} \cdot Q = \text{aria} b\,1'\,1''\,a \tag{27}$$

$$\Delta E_2 = E_{q_2} = E_{2''} - E_{2'} = \Sigma \delta Q \cdot \theta_{e_2} = \theta_{e_{2\text{med}}} \cdot Q = \text{aria} a\,2'\,2''\,b \tag{28}$$

în care $\theta_{e_{1\text{med}}}$ și $\theta_{e_{2\text{med}}}$ reprezintă valorile medii ale factorilor exergetici de temperatură ai celor două fluide.

Ținînd seama de relațiile (27) și (28) expresiile generale (25) și (26) devin :

$$\eta_{e_{\Delta T}}^t = \frac{\theta_{e_{2\text{med}}}}{\theta_{e_{1\text{med}}}} \tag{29}$$

$$\eta_{e_{\Delta T}}^t = \frac{\theta_{e_{1\text{med}}}}{\theta_{e_{2\text{med}}}} \tag{30}$$

Rezultă deci că, randamentul exergetic, care ține seama de pierderile provocate de diferența finită de temperatură dintre cele două fluide care schimbă căldură este dat de raportul între valoarea medie a factorului exergetic de temperatură al fluidului care primește exergie și respectiv cea a fluidului care cedează exergie în procesul de schimb de căldură.

Dacă ținem seama de expresia (5) a exergiei căldurii rezultă că mărimile E_{q_1} și E_{q_2} pot fi exprimate și în modul următor :

$$E_{q_1} = -(Q - T_0 \cdot \Delta S_1) = -Q\left(1 - \frac{T_0}{T_{1\text{med}}}\right) \tag{31}$$

$$E_{q_2} = Q - T_0 \cdot \Delta S_2 = Q\left(1 - \frac{T_0}{T_{2\text{med}}}\right) \tag{32}$$

în care : ΔS_1 și ΔS_2 reprezintă variațiile de entropie ale celor două fluide ;

$T_{1\,med}$ și $T_{2\,med}$ — temperaturile absolute medii ale celor două fluide definite de :

$$T_{1\,med} = \frac{Q}{\Delta S_1} \tag{33}$$

$$T_{2\,med} = \frac{Q}{\Delta S_2} \tag{34}$$

Comparînd expresiile (27), (28) cu expresiile (31), (32) rezultă că valorile medii ale factorilor exergetici de temperatură sînt precizate cu ajutorul relațiilor :

$$\theta_{e_{1\,med}} = 1 - \frac{T_0}{T_{1\,med}} \tag{35}$$

$$\theta_{e_{2\,med}} = 1 - \frac{T_0}{T_{2\,med}} \tag{36}$$

Pentru determinarea pierderilor de exergie provocate de diferența finită de temperatură se poate recurge și la o metodă grafică care se bazează pe expresia (22) a acestor pierderi scrisă sub forma :

$$\Pi_{\Delta T} = \Sigma \theta_{e_1} \cdot \delta Q - \Sigma \theta_{e_2} \cdot \delta Q = -\Delta E_1 - \Delta E_2 \tag{37}$$

Sumele $\Sigma \delta Q \cdot \theta_e$ care apar în expresia lui $\Pi_{\Delta T}$ se pot determina cu ajutorul diagramei θ_e—Q pe baza construcției grafice arătate în figura 4.

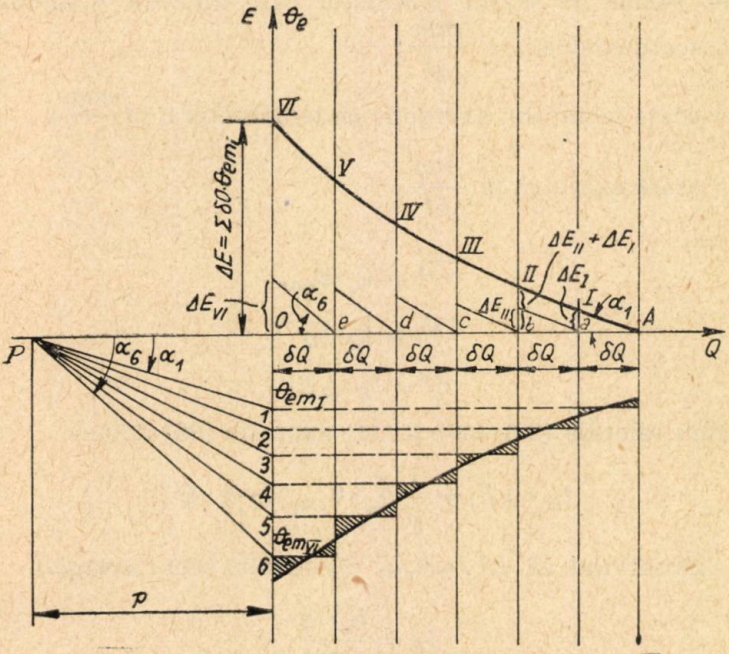


Fig. 4

Pentru realizarea acestei construcții grafice se trasează curba de variație a factorului exergetic de temperatură θ_e a fluidului considerat în funcție de fluxul de căldură Q schimbat, după care se procedează la împărțirea abscisei într-un număr (spre exemplu șase) de intervale δQ egale. În continuare se stabilește ordonata medie θ_{e_m} a fiecărui interval; pentru precizarea acestor ordonate se respectă condiția ca ariile porțiunilor haşurate deasupra și dedesubtul curbei $\theta_e = f(Q)$ pentru fiecare interval să fie egale.

Se alege un pol P aflat la distanța p de originea axelor de coordonate prin care se trasează raze polare pînă în punctele 1, 2,...,6 care formează cu axa absciselor unghiurile α_1 α_2,...,α_6.

Considerînd ca punct de plecare punctul A se trasează o paralelă la raza polară Pl pînă la intersecția cu ordonata corespunzătoare primului interval, obținîndu-se punctul I. Prin acest punct se duce paralela la raza $P2$ și se obține punctul II. Continuînd în același mod se obțin punctele III,...,VI. Se poate demonstra că segmentele aI, bII etc., reprezintă la o anumită scară tocmai exergia fluidului care în cazul considerat se răcește avînd în permanență temperatura sub cea a mediului ambiant.

Se observă că :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\overline{O1}}{p} = \frac{\overline{aI}}{\overline{Aa}} \tag{38}$$

Ținînd seama de scările mărimilor care intervin și anume :

l_Q — scara căldurii, în $\frac{mm}{kJ}$;

l_e — scara factorului exergetic de temperatură, în $\frac{mm}{—}$;

l_E — scara exergiei, în $\frac{mm}{kJ}$,

rezultă :

$$\overline{O1} = l_{\theta_e} \cdot \theta_{em_I} \tag{39}$$

$$\overline{Aa} = l_Q \cdot \delta_Q \tag{40}$$

$$\overline{aI} = l_E \cdot \Delta E_I \tag{41}$$

Utilizînd relațiile (39), (40) și (41) expresia (38) devine :

$$l_E \cdot \Delta E_I = \frac{1}{p} l_{\theta_e} \cdot \theta_{em_I} \cdot l_Q \cdot \delta Q \tag{42}$$

Observînd că $\Delta E_I = \theta_{em_I} \cdot \delta Q$ rezultă scara exergiei :

$$l_E = \frac{l_{\theta_e} \cdot l_Q}{p} \tag{43}$$

În consecință, segmentul aI reprezintă la scara l_E tocmai variația elementară a exergiei fluidului considerat ca urmare a schimbului elementar de căldură δQ.

Variațiile elementare de exergie corespunzătoare celorlalte porțiuni se pot determina ducînd paralele prin punctele a, b,... la razele polare $P2$, $P3$,... Este evident că variația totală de exergie a fluidului va fi dată de :

$$\Delta E = \sum_{i=1}^{n} \Delta E_i = \sum_{i=1}^{n} \theta_{emi} \cdot \delta Q \tag{44}$$

În consecință A-I-II—...—VI reprezintă variația de exergie a fluidului datorită schimbului de căldură. Deoarece fluidul considerat se răcește și are permanent o temperatură mai mică decît cea a mediului ambiant, exergia lui crește. Origina de măsurare a exergiei se poate alege arbitrar deoarece în final interesează numai variația de exergie a fluidului.

Pentru determinarea pierderii de exergie provocate de diferența finită de temperatură este necesară construirea curbelor de variație a exergiei celor două fluide care schimbă căldură așa cum se arată în figura 5. Considerînd că fluidul cald este abur iar cel rece apa rezultă curbele $\theta_{e_1} = \text{const}$ și $\theta_{e_2} = f\,(Q)$. În această situație particulară curba de variație a exergiei aburului $\Delta E_1 = f\,(Q)$ este o dreaptă.

Reducerea dimensiunilor desenului se poate realiza prin măsurarea distanței polare p din punctul A.

Ca rezultat al construcției grafice se obțin variațiile de exergie ΔE_1 și ΔE_2 ale celor două fluide reprezentate la scara l_E prin segmentele $\overline{OD}$ și $\overline{BC}$. Pierderea de exergie va fi dată tocmai de diferența între cele două segmente adică de segmentul $\overline{AB}$. Deci :

$$\Pi_{\Delta T} = \frac{\overline{AB}}{l_E} \tag{45}$$

Ținînd seama de expresia (25) a randamentului exergetic al schimbătorului de căldură care funcționează în condiții de temperatură superioare temperaturii mediului ambiant rezultă :

$$\eta^t_{e_{\Delta T}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{OD}} = 1 - \frac{\overline{AB}}{\overline{OD}} \tag{46}$$

Construcția grafică arătată permite determinarea pierderilor de exergie în oricare secțiune a schimbătorului de căldură.

Spre deosebire de metoda grafică propusă de Rant [1] care permite determinarea pierderilor de exergie în procesul de schimb de căldură într-un mod indirect, utilizînd în acest scop diagrama T—Q, metoda gra-

fică expusă prezintă avantajul stabilirii directe a acestor pierderi precum și a randamentului exergetic relativ al schimbătorului de căldură cu ajutorul diagramei θ_e—Q.

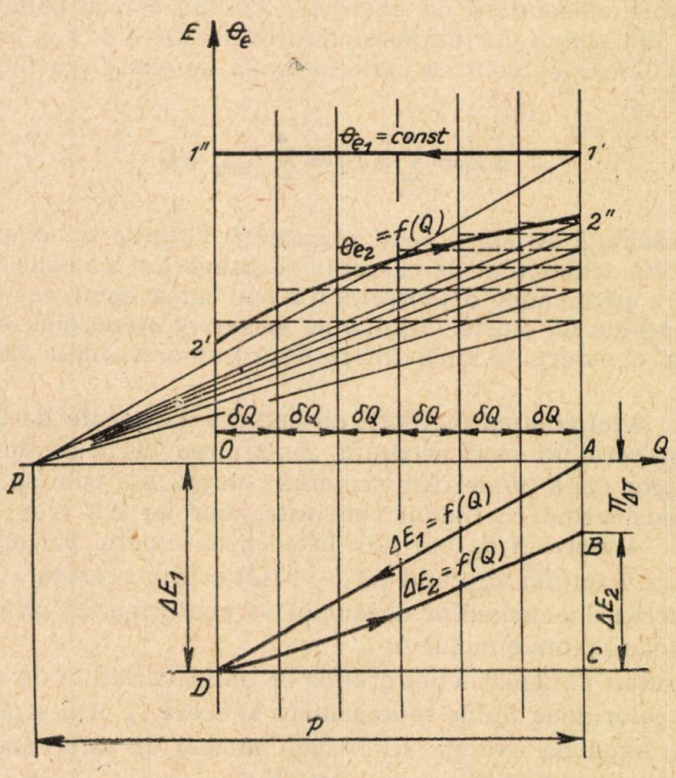


Fig. 5

2. *Pierderile provocate de rezistențele hidraulice*

Pentru determinarea acestor pierderi se utilizează diagrama exergie-entalpie (e-i) [3] arătată în figura 6. În această diagramă au fost trasate izobarele p_1', p_1'' și p_2', p_2'' care caracterizează cele două fluide la intrarea și respectiv ieșirea dintr-un schimbător de căldură care lucrează în condiții de temperatură $T<T_0$ (fig. 6, a) și respectiv $T>T_0$ (fig. 6, b).

Deoarece pierderile hidraulice determină scăderea presiunii fluidului cald cu $\Delta p_1 = p_1' - p_1''$ și a celui rece cu $\Delta p_2 = p_2' - p_2''$ curbele reale de răcire și încălzire a fluidelor 1'—1'' și 2'—2'' vor diferi de cele teoretice 1'—$1_t''$ și 2'—$2_t''$ caracterizate prin menținerea constantă a presiunii. Ca urmare, exergia specifică reală a fluidului cald la ieșirea din schimbătorul de căldură va fi cu $\Delta e_{\Delta p_1}$ mai mică decît cea teoretică iar cea a fluidului rece cu $\Delta e_{\Delta p_2}$. Trebuie subliniat de asemenea că variațiile de entalpie în procesele teoretice și reale de răcire și respectiv de încăl-

zire a fiecărui fluid au aceeași valoare. Acest lucru este o consecință a faptului că procesele reale de răcire 1'—1'' și de încălzire 2'—2'', pot fi considerate ca rezultante ale proceselor teoretice 1'—$1''_t$, 2'—$2''_t$ și proceselor de laminare adiabatică $1''_t$ — 1'', $2''_t$ — 2'' care conduc la scăderea presiunii celor două fluide cu Δp_1 și respectiv Δp_2.

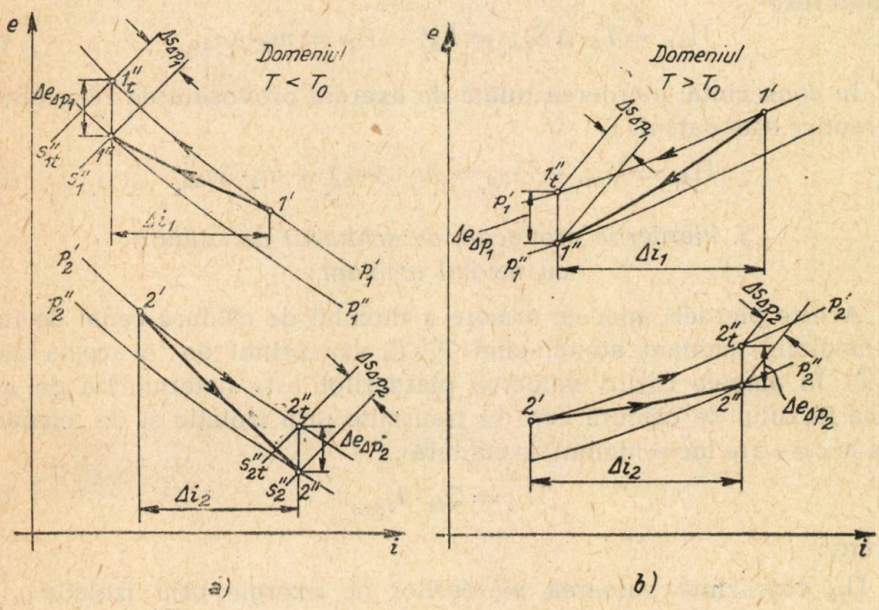


Fig. 6

Valoarea pierderilor provocate de rezistențele hidraulice se obține prin aplicarea succesivă a ecuației (8) proceselor teoretice și respectiv reale de răcire și încălzire a celor două fluide :

$$\Delta E_{1_t} = E_{q_1} = E''_{1_t} - E_{1'} \tag{47}$$

$$\Delta E_1 = E_{q_1} - T_0 \cdot \Delta s_{\Delta p_1} = E_{1''} - E_{1'} \tag{48}$$

în care : $E_{q_1} = -Q \cdot \theta_{e_{med_1}}$ reprezintă exergia cantității de căldură cedate de fluidul cald ;

$\Delta S_{\Delta p_1}$ — creșterea entropiei fluidului cald ca urmare a laminării echivalente pierderilor hidraulice.

Efectuînd diferența expresiilor (47) și (48) se obține tocmai valoarea pierderilor de exergie provocate de rezistențele hidraulice ale fluidului cald :

$$\Pi_{\Delta p_1} = T_0 \cdot \Delta S_{\Delta p_1} = E''_{1_t} - E_{1''} = m_1 \cdot \Delta e_{\Delta p_1} \tag{49}$$

în care :

m_1 este debitul de fluid cald ;

$\Delta e_{\Delta p_1}$ — scăderea exergiei specifice a fluidului ca urmare a pierderilor hidraulice.

În același mod se stabilește valoarea pierderilor de exergie pentru fluidul rece :

$$\Pi_{\Delta p_2} = T_0 \cdot \Delta S_{\Delta p_2} = E_{2_t}'' - E_{2''} = m_2 \cdot \Delta e_{\Delta p_2} \tag{50}$$

În consecință, pierderea totală de exergie provocată de rezistențele hidraulice este dată de :

$$\Pi_{\Delta p} = \Pi_{\Delta p_1} + \Pi_{\Delta p_2} = m_1 \cdot \Delta e_{\Delta p_1} + m_2 \cdot \Delta e_{\Delta p_2} \tag{51}$$

3. *Pierderile provocate de schimbul de căldură cu mediul ambiant*

Aceste pierderi apar ca urmare a fluxului de căldură cedat de fluide mediului ambiant atunci cînd $T > T_0$ sau primit de la acesta dacă $T < T_0$. În ambele cazuri valoarea pierderilor este determinată de mărimea fluxului de căldură care se transmite prin izolație și de temperatura la care are loc schimbul de căldură :

$$\Pi_{iz} = Q_{iz} \cdot \theta_{e_{med}} \tag{52}$$

în care :

Π_{iz} reprezintă valoarea pierderilor de exergie prin izolație ;

$\theta_{e_{med}}$ — valoarea medie a factorului exergetic de temperatură al fundului considerat ;

Q_{iz} — fluxul de căldură schimbat cu mediul ambiant.

Schimbul de căldură cu mediul ambiant determină reducerea exergiilor specifice ale celor două fluide cu Δe_{iz_1} și Δe_{iz_2}, astfel încît pierderea de exergie va fi dată de :

$$\Pi_{iz} = m_1 \cdot \Delta e_{iz_1} + m_2 \cdot \Delta e_{iz_2} \tag{53}$$

* * *

Ireversibilitatea proceselor reale care se desfășoară într-un schimbător de căldură se manifestă în final prin reducerea exergiilor celor două fluide la ieșirea din schimbătorul de căldură. În consecință valoarea totală a pierderilor se determină pe baza ecuației de bilanț exergetic:

$$m_1 e_{1'} + m_2 e_{2'} = m_1 e_{1''} + m_2 e_{2''} + \Pi \tag{54}$$

de unde rezultă :

$$\Pi = -m_1 (e_{1''} - e_{1'}) - m_2 (e_{2''} - e_{2'}) = \Pi_{\Delta T} + \Pi_{\Delta p} + \Pi_{iz} \tag{55}$$

Randamentul exergetic relativ al schimbătorului de căldură cu considerarea pierderilor provocate de diferența finită de temperatură, rezistențele hidraulice și schimbul de căldură cu mediul ambiant va fi dat de :

$$\eta_e^t = \frac{\Delta E_2}{|\Delta E_1|} = \frac{m_2(e_{2''} - e_{2'})}{m_1(e_{1'} - e_{1''})} = 1 - \frac{\Pi}{m_1(e_{1'} - e_{1''})} \tag{56}$$

în cazul schimbătorului de căldură care lucrează la temperaturi $T > T_0$ și,

$$\eta_e^f = \frac{\Delta E_1}{|\Delta E_2|} = \frac{m_1(e_{1''} - e_{1'})}{m_2(e_{2'} - e_{2''})} = 1 - \frac{\Pi}{m_2(e_{2'} - e_{2''})} \tag{57}$$

dacă $T < T_0$.

Spre deosebire de randamentele utilizate în literatura de specialitate randamentul exergetic relativ prezintă avantajul că ia în considerare nivelul de temperatură la care are loc schimbul de căldură, adică ține seama și de aspectul calitativ al acestui proces, problemă care prezintă o importanță deosebită mai ales în tehnica frigului.

Catedra de termotehnică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Rant Z.* — Allg. Wärmetechnik 8, 1957, pag. 141—142.
2. *Elsner N., Gruhn G.* — Wissenschaftliche Zeitschrift, Dresden 11, nr. 5, 1962, pag. 1061—1072.
3. *Brodianskii V. M.* : Termodinamiceskii analiz nizkotemperaturnîh protessov, Moskva, 1966

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

TEHNOLOGIA METALELOR

C.Z.: 621.791.7 : 621.18

DIE PHYSIKALISCHEN VORGÄNGE BEI DER ELEKTRO-SCHLACKEN-SCHWEISSUNG UND IHR EINFLUSS AUF DIE KRISTALLISATION *

ION SONEA

1. Die kennzeichnenden Eigenschaften der im Schlackenbad geschweissten Verbindungen.

Die Elektro-Schlacken-Schweissung hat eine breite Anwendung in der Industrie, insbesondere bei der Schweissung der Materialien mit grosser Dicke, schwerer Maschinenteile und derjenigen mit grossem Querschnitt.

Im Vergleich mit der Hand — Bogenschweissung oder mit der automatischen Flusschweissung weist die Schlacken — Schweissung einige Besonderheiten auf, welche einen besonderen Einfluss auf die Nahtstruktur haben. Der Vorgang der Schlacken — Schweissung findet praktisch ohne Spritzen statt und mit, im Vergleich zu der Bogenschweissung, kleinen elektrischen Energieverbrauch. In Falle der Elektro-Schlacken-Schweissung, bildet sich die Naht gleichzeitig auf dem ganzen Schnitt, anabhängig von der Dicke des Grundmaterials und des Fortschreiten der Naht ist vertikal.

Die lineare Schweissgeschwindigkeit ist kleiner als bei der Bogenschweissung in mehreren Schichten und also die Erwärmungs- und Kühlgeschwindigkeit kleiner so dass eine Verminderung der Rissneigung der Stähle als Folge erzielt wird. Wegen des grossen Volumen von sich abkühlenden flüssigen Material, ist die Bildungstendenz von makroskopischen Schlacke- und Gaseinschlüssen kleiner als bei der Bogenschweissung.

În Analogie mit anderen Schweissmethoden bilden sich bei des Elektro-Schlacken-Schweissung bestimmte Formänderungen aus und zwar wegen der Kontraktion des Nahtmetalls bei der Abkühlung und insbesondere wegen dem im Grundmetall hervorgerufenen thermischen Stoss.

Da die Naht im Schlackenbad und die Verschiebung der Elektroden während der Arbeit symmetrisch ist, hat die Formveränderung einen linearen Charakter. Ein wichtiger Faktor der die mechanisch-physika-

* Manuscris predat la redacție la 5 octombrie 1967.

lischen Eigenschaften der Schweissverbindung beeinflusst ist die primäre Struktur des Nahtmetalls und die Struktur der thermisch beeinflussten Zone.

Der Kristallisationsvorgang des bei Verbindung durch die Schlake-Schweissung teilnehmenden Metalls, ist beträchtlich von der langen Erhaltung im flüssigen Zustand ungefähr 6—5 Minuten, beeinflusst, Tatsache welche zur Bildung einer basaltischen, groben Struktur beiträgt.

Die grobkörnige primäre Struktur (das Makrogefüge) ist oft von spröden Widmastätten-Strukturen begleitet, welche die plastischen Eigenschaften verschlechtern in dem sie die Resilienz beeinflussen.

Diese Struktur wird durch eine stark ausgeprägte chemische Nichthomogenität und durch niedrigere mechanische Eigenschaften kennzeichnet.

Die Verbesserung dieser Struktur kann durch verschiedene Methoden erzielt werden :

— das Anwenden einer thermischen Normalisierungs- und Entspannungs-Behandlung.

— die Einführung einiger Legierungselemente FeTI, FeVa, FeWo usw. durch einen zusätzlichen Elektrod.

— die Parameter der Schweissung.

— durch die Einführung der Energie der Ultraschallschwingungen als aktive Energie usw.

Andere Faktoren, welche die Struktur beeinflussen können, sind : die chemische Zusammensetzung des Elektrodenrohstoffes, da die Kohlenstoff- und die Aluminiumzusätze die Abmessungen des abgelegten Metalltropfens vergrössern, hingegen Silizium, Mangan und die Eisenoxyde sie verkleinern.

Am Ende der Elektroden hängt die Oberflächenspannung von der Temperatur und der Dichte der elektrischen Ladung ab. De Grösse der Tropfen ist direkt proportional mit dem Durchmesser der Elektroden.

Bei der Elektro-Schlacken-Schweissung wird der thermische Zyklus durch viel kleinere Erwärmungsgeschwindigkeiten, grosse Überhitzungen und langsame Kühlung in der Zone der perlitischen und insbesonders der martensitischen Umwandlungen gekennzeichnet.

Die Plastizitäts- und die Resilienzzahlen der Stähle mit einem kleinen Gehalt von Kohlenstoff verbessern sich, wenn der prozentuelle Gehalt des Grundmetalls in der Schweissnaht begrenzt wird.

Der Übergang des Metalls vom Elektrod wird erheblich durch das Badvolum, die Schlackenbadhöhe und die Art des elektrischen Stroms beeinflusst.

Bei einem grossen Badvolum ist die Temperatur kleiner, die Oberflächenspannung grösser und die Quantität des geschmolzenen Metalls wächst.

Die Oberflächenspannung der geschmolzenen Schlacken beträgt 800—850 erg./cm.^{2}.

Es ist die Tatsache bekannt, dass die Stromdichte in allen Querschnitten des Schlackenbades nicht gleich ist. Daher die Schlussfolgerung, dassdie Verteilung der Temperatur in Bad ungleichmässig und

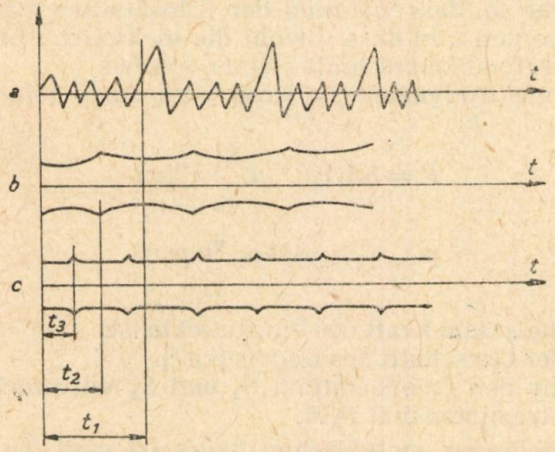


Abb. 1. Das Oszillogramm des Tropfenübergangs bei der Elektro-Schlacken-Schwe ssung.
a) Wechselstrom ; *b)* Gleichstrom ; Elektrod (—) Gleichstrom-Elektrod (+).

die Baddichte nicht konstant ist, Tatsache welche zu einem starken Umlauf des Schlackenbades führt. (Abb. 2).

Die elektrische Energie wird in thermische Energie bei der Elektro-Schlacken-Schweissung insbesonders in dem unter dem Elektrod liegenden Teil umgewandelt, wo auch die höchste Temperatur auftritt.

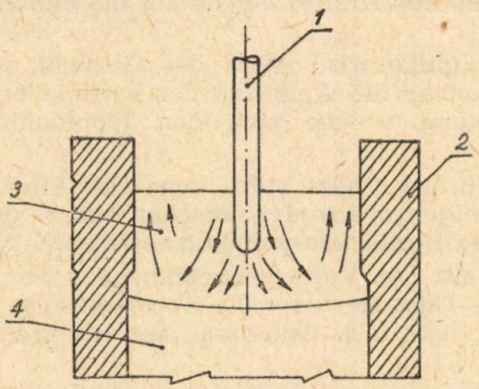


Abb. 2. Der Stromverkehr im Schlackenbad.
1 — Elektrod ; *2* — Schweismetall ; *3* — Schlache ; *4* — abgelegtes Metall

Durch Messungen wurde die Badtemperatur festgestellt : an der Badoberfläche T-1500°C. (im Inneren T max — 2000°C (1) (2).

Der aktive Raum das Bades bewirkt einen Pinckeffekt in dem durch die radiale Spannung mit einer axialen Komponente eine axiale Kraft

auf das Schlackenbad ausgeübt wird, welche dem metallischen Bad übertragen wird.

In der Arbeit (3) erklären Dudko und Rublenwscij diese Erscheinungen und zwar so, dass während der Schweissung Gase am Elektrod abgeschieden werden und dass sowohl die elektrische Leitungsfähigkeit als auch der Elektrodenquerschnitt kleiner werden.

Die axiale elektrodynamische Kraft wird durch folgende Beziehung ausgedrückt :

$$P = 5{,}1.10^{-6} \ln \frac{S_1}{S_2} I^2 (g)$$

$$P = 1{,}01.10^{-5} \ln \frac{\nu_1}{\nu_2} I^2$$

wo P — die axiale Kraft des Pinckeffekts ist.
S_1, S_2 — der Qerschnitt des Kegels (cm^2).
ν_1, ν_2 — die den Querschnitten S_1 und S_2 entsprechenden Radien.
I — Stromintensität in A.

Die Oberfläche des metallischen Bades ist stark beansprucht, Tatsache, welche zu einer Ungleichmässigkeit der frontalen Oberfläche des abgelegten Metalls führt.

Der Übergang des Metalls von der Elektrodenspitze ins Bad des geschmolzenen Metalls findet in Form von Tropfen mit einer Frequenz von 1—30 geschmolzene Metalltropfen/Sekunde statt.

Der Bildungs- und Ablösungsprozess des geschmolzenen Metalltropfens führte zu einer Reihe von Übergangserscheinungen. Die Lösung des Tropfens findet in dem Augenblick statt, in dem der Strom und also die elektrodynamischen Kräfte, welche auf ihn einwirken, ihren Höchstwert erreichen.

Die Tropfenbildung wird durch das Gewicht, Kräfte elektrodynamischer Natur, welche die Ablösung der Partikel begünstigen, und die Oberflächenspannung, welche sich der Tropfenlösung entgegensetzt beeinflusst.

Die Tropfenlösung findet statt, venn der Effekt der Anziehungskräfte und derjenigen elektrodynamischer Natur grösser ist als der Effekt der von der Oberflächenspannung bestimmten Kräfte.

Gleichzeitig mit der Volumenzunahme des Tropfens wächst seine Schwerkraft ; die Tatsache, dass die Tropfenlösung bei dem Maximalstrom stattfindet, hebt die Bedeutung der elektrodynamischen Kräfte hervor.

Durch den Stromzuwachs ändert sich auch die Kristallisation richstung, indem eine Orientierungsneigung des kristallinen Netzes senkrecht auf die Richtung der Durchgangszone auftritt.

Indem Stromquellen mit strengeren Kennzeichen verwendet werden, wächst die Möglichkeit der Zunahme der Anzahl von kleinen Tropfen, da die Stromspitzen im Augenblick der Tropfenlösung einen grösseren Wert aufweisen.

Die Übergangserscheinungen treten als Folge der äusseren Störungen im Umschmelzungsvorgang auf.

Die Zuwachsgeschwindigkeit des Stromes hängt von den Störungskennzeichen ab. In Abb. 3 wird die Stromveränderung in $\%I\Delta$ in Abhängigkeit von der Grösse der Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = V_2 - V_1$ und von dem Verhältnis der Geschwindigkeiten $K = \frac{V_2}{V_1}$ dargestellt.

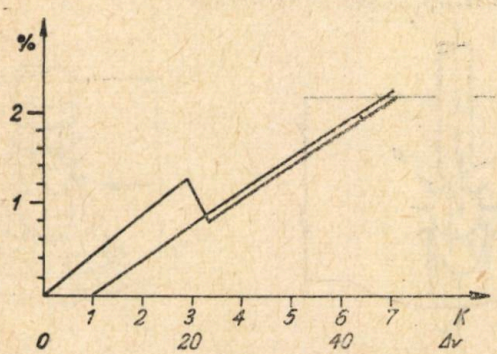


Abb. 3. Die Abhängigkeit der Zuwachsgeschwindigkeit des Stromes I von Δv und K.

Man bemerkt, dass die Zuwachsgeschwindigkeit des Stromes besser mit K als mit Δv in Wechselbeziehung steht, da die Veränderung linear mit dem Verhältnis der Fortschreitgeschwindigkeiten des Elektrods ist.

Die anfänglichen Zuwachsgeschwindigkeiten des Stromes sind verhältnismässig klein, so dass bei einer Erhöhung der Elektrodengeschwindigkeit von Δv und noch mehr, die anfängliche Zuwachsgeschwindigkeit des Stromes nur cca 0,5% beträgt.

Durch die Anulierung der Fortschreitgeschwindigkeit des Elektrods fällt der lineare Strom in Abhängigkeit mit der Zeit in der Periode von 50 Sekunden, ab.

De Tropffrequenz wird auch durch andere Parameter, wie zum Beispiel die Schlackenbadtemperatur, der transversale Zusammenziehungseffekt des Elektrods, beeinflusst.

Wenn die Stromdichte eine bestimmte Grenze überschreitet, tritt eine Abschnürung des Elektrods in bestimmten Punkten auf und zwar unter dem Einfluss des von der Restriktionserscheinung hervorgerufenen Druckes auf.

Die Restriktionserscheinung ruft auch einen Wirbeleffekt des flüssigen Bades hervor und verwirklich gleichzeitig auch dessen Homogenität. Andere Faktoren, welche den Tropfenübergang und die Bildung des Wirbelstromes im Schlackenbad beeinflussen, sind: die Ausdehnung der am Elektrodenende gebildeten Gase, insbesondere CO, die intermolekularen Kohäsionskräfte zwischen den Tropfen, die Reibungskräfte zwischen der Elektrodenoberfläche und den geschmolzenen

Schlacken, die Volumenvergrösserung der geschmolzenen Schlacken im „aktiven Volumen" (Abb. 4).

Hier entstehen mehrere Kräfte : die Kraft *P*, die von der Potentialdifferenz zwischen Metall und Schlacke hervorgerufen wird, die intermolekulare Kohäsionskraft *R*, die Kraft *Q* in umgekehrter Richtung als Folge der Gasabscheidung aus dem aktiven Kegel, Kräfte die wegen, der Temperatur und der verschiedenen Dichten im Schlackenbad erscheinen und die Resultante *H*.

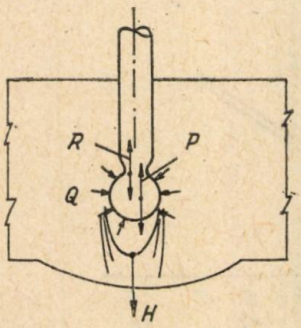
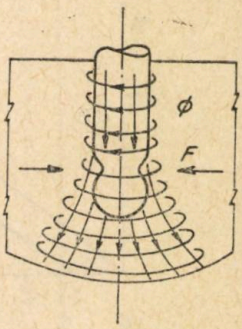


Abb. 4. Tropfenübergang bei der Elektro-Schlacken-Schweissung.



Pinch Effekt

Die grössten Kräfte welche auf dem Vorgang wirken sind dem Pinckeffekt und der Reibungskraft zwischen dem Elektrod und dem Schlackenbad zu verdanken.

2. Der Einfluss der physikalischen Vorgänge auf die Kristallisation.

Durch die Kenntnis der Erscheinungen, welche bei der Elektro-Schlacken-Schweissung auftreten, können die Besonderheiten der Kristallisation und, miteinbegriffen, die mechanisch-physischen Eigenschaften der geschweissten Verbindung beeinflusst werden.

Die eingehende Untersuchung der Kristallisationserscheinungen hat eine grosse Bedeutung, da vom Kristallisationscharakter der Grad der chemischen Nichthomogenität, die primäre und die sekundäre Struktur des Metalls, also auch die mechanisch-physischen Eigenschaften der geschweissten Verbindungen abhängen.

Die Kristallisationsgeschwindigkeit des Schweissbades und der Kristallisationscharakter hängt in grossem Masse von der Abkühlungsgeschwindigkeit des flüssigen Metalls und von der chemischen Zusammensetzung ab.

Das Schweissbadvolumen wird von den isothermen Oberflächen bestimmt welche vom thermischen Regim des Ablegevorganges des Metalls vom Elektrod, von dessen Vorschubgeschwindigkeit, von den Abmessungen der zu schweissenden Teille, von der schemischen Zusammensetzung und von anderen Faktoren, bestimmt werden.

An der Trennungsfläche festen und flüssigen Metalls, wird die Überhitzungswärme und die Kristallisationswärme des fest werdenden Metalls ausgeschieden.

Die Kristallisation beginnt bei einer Temperatur, welche unter der Gleichgewichtstemperatur liegt. Je grösser die Abkühlungsgeschwindigkeit ist um so grösser ist der Unterkühlungsgrad, bei der die Kristallisation beginnt.

Aber die Diffusionsvorgänge, welche an der Grenze festes-flüssiges Metall stattfinden, können die Konzentrationsveränderung einiger Elemente hervorrufen, wie z.B. : des Kohlenstoffs, des Schwefels im flüssigen Metall an der Grenze mit dem festen Metall.

So kann die sogenannte Konzentrationsunterkühlung verursacht werden, kelche dadurch charakterisiert wird, dass die Kristallisationserscheinung bei einer tieferen Temperatur beginnen kann als die Schmelztemperatur des Grundmetalls. Eine Charakteristik der Kristallisation des Schweissbadmetalls besteht darin, dass dieser Vorgang, im allgemeinen auf den oberflächlich geschmolzenen Körnen des Grundmetalls beginnt.

Die Wachsrichtung der kolumnaren Kristallachsen stimmt mit den kristallographischen Achsen der oberflächlich geschmolzenen Körner überein unde es kann also angenommen werden, dass die Orientierung dieser Achsen nicht zufällig ist. Im Fall, dass die Achsen eine günstige Orientierung besitzen, haben die Kristalle eine grosse Wachsgeschwindigkei und ihre Entwicklungsrichtung ist umgekehrt mit der Richtung der Wärmeabscheidung ; in dieser Art wird das Wachsen einige weniger günstig ausgerichteten Achsen verhindert.

Die Abkühlungsgeschwindigkeit und die Grösse der geschmolzenen Körner des Grundmetalls, bestimmen die Abmessungen der kolumnaren Kristalle.

Durch die Abnahme der linearen Energie wird auch die Dauer der Höchsttemperatur des Metalls aus der Naht anliegenden Zone verkleinert, so dass als Ergebnis das unbedeutende Wachsen der Körner in der thermisch beeinflussten Zone, in der Übergangszone erhalten wird. Die Kristallisation beginnt auf geschmolzenen Körner von kleinen Abmessungen.

Das flüssige Schweissbad und das Grundmetall stellen zu einem bestimmten Zeitpunkt ihrer Existenz, ein Zweiphasensystem dar.

Est ist die Tatsache bekannt, dass in einem biphasischen System, welches sich im Gleichgewicht befindet, die Zusammensetzungen der in Kontakt kommenden Phasen sich in Übereinstimmung mit den Gleichgewichtsbedingungen ihrer chemischen Potentiale festsetzen, können also klar unterschieden werden.

In einer sehr kurzen Zeit der Koexistenz der fest-flüssigen Phasen im Ungleichgewicht, werden die Diffusionsvorgänge so beeinflusst, dass sie in der Richtung des Phasengleichgewichts stattfinden.

Da die Koexistenzperiode der Phasen sehr klein ist findet die Änderung der chemischen Zusammensetzung nur in der Nähe der Trennungsgrenze statt.

Einen bedeutenden Einfluss auf die Zusammensetzung der flüssigen Schicht an der Grenze zwischen den Phasen wird die Zusammensetzung des Schweissbadrestes durch Diffusion haben.

Es wurde festgestellt dass die chemische Nichthomogenität an der Schmelzgrenze insbesondre von der chemischen Zusammensetzung des Grundmetalls und des Nahtmetalls, wie auch von dem Schweissregim bestimmt wird (4) (6).

Zum Beispiel werden die Struktur und die Eigenschaften des gegossenen nichtlegierten geschweissten Stahles durch den Kohlenstoffgehalt, den Affinationsvorgang, die Desoxydierung, die thermische Behandlung und das Schweissregim bestimmt.

Ein wichtiger Faktor ist die Wachstendenz der Metallkörner bei Überhitzung.

Die Wachsrichtung der Kristalle ist nicht kontinuirlich und ihre Wachsgeschwindigkeit ist nicht konstant.

Diese Erscheinung kann durch Anwendung der Gleichung de thermischen Feldes (7), (8) für den Grenzzustand der Wärmeausbreitung von einer starken punktförmigen Erwärmungsquelle der Intensität **Q**, wenn der Körper als unendlich angenommen wird, bewiesen werden. Das thermische Feld welches entsteht ist der Form :

$$\delta(x\,y\,z) = \frac{Q}{c\,\gamma\,\delta\,(4\,at)}\,e^{-\frac{x^2+y^2}{4\,at}-bt}$$

wo r — der Lagevektor ist, dessen Ursprung sich im Punkt der thermischen Quelle befindet.

Im Fall zweier augenblicklicher Quellen entwickelt sich die Gleichung zu :

$$\partial(r_1\,t) = \frac{Q}{c\,\gamma\,(4\,\pi\,at)^{3/2}}\,e^{-\frac{x^2+y^2}{4\,at}}\left[e^{-\frac{z-z^1}{4\,at}} + e^{-\frac{(z+z^1)^2}{4\,at}}\right]$$

In der Gleichung (2) werden $dQ \quad 2Pdt$, $\lambda = ac\gamma$, $\delta = Vs\ dt$ eingesetzt unter der Voraussetzung, dass an der Grenzfläche kein Wärmeausstausch stattfindet, wenn y (xoy) berechnet wird und wenn y im Verhaltnis mit t differentiert wird :

$$y = 2\sqrt{2\,at\,ln\frac{q}{2\,\pi\,\lambda t\,V_{st}T_c}}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{a\,ln\left(\frac{q}{2\,\pi\lambda\,t\,V_s\,T_c}\right)}{\sqrt{at\,ln\frac{q}{2\,\pi\lambda\,V_s\,T_c}}}$$

Diese Gleichung gestatten die Bestimmung der tatsächlichen Kristallisationsgeschwindigkeit in jedem Punkt der Kristallisationsisotherme.

Die Diffusionsvorgänge werden durch eine Differentialgleichung gegeben deren analytische Lösung oft schwierig ist und deshalb ging

man zu Zahlenmethoden und mathematischen Modelierungsmethoden (9) über.

Der Kohlenstoffgehalt bestimmt die Perlitmenge in der ferit-perlitischen Matrix des unlegiert gegossenen Stahles.

Abhängend von der Abkühlungsgeschwindigkeit und vom Kohlenstoffgehalt weist dieser Stahl eine mehr oder weniger ausgesprochene Widmanstätten (Abb. 7) Struktur auf :

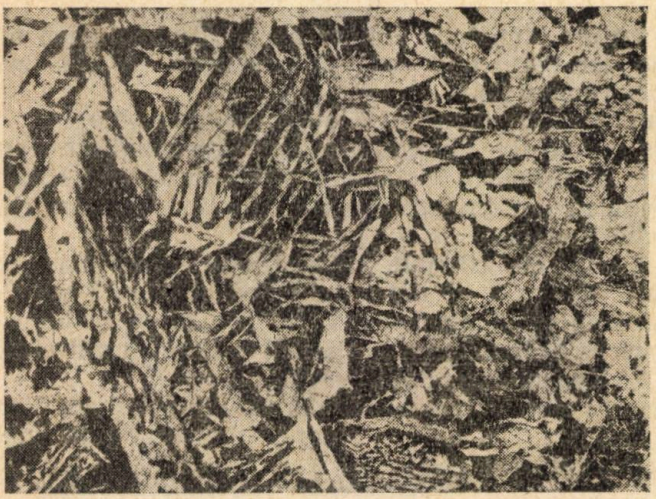


Abb. 6. Die metallographische Struktur eines im Schlackenbad geschweissten Stahls OT 40.

Abb. 7. Die metallographische Struktur eines im Schlackenbad geschweissten vibrierten Stahles OT 40—21 KHz.

Es ist Tatsache bekannt, dass die Widmanstätten Struktur sich durch eine stark augeprägte Sprödheit und kleinere mechanisch-physische Eigenschaften kennzeichnet.

Die Verbesserung dieser Kennzeichen kann durch eine thermische Normalisierung durch Austenisierung bei etwa 950°C erfolgen, welche von einer langsamen Abkühlung im Ofen bei 750—700°C und einer Abkühlung in der Luft gefolgt wird. In diesem Falle erscheint die Gefahr einiger Formänderungen, also einiger bedeutenden Abmessungsveränderungen.

Deshalb ist die Annahme einiger neuen Technologien nützlich, die die Erhaltung der Form und der Abmessungen in den zugelassenen Grenzen sichern sollen (9).

Aus den vorhergehenden Untersuchungen konnte festgestellt werden, dass durch die Einführung der Ultraschallschwingungen als aktive Energie im flüssigen Metallbad, direkt durch den Elektrod bedeutende Änderungen der kristallinen Struktur in der Verdichtungsphase erhalten werden können.

In Abb. 6 wird die normale Mikrostruktur eines im Schlackenbad geschweissten Stahls OT 40 dargestellt und in Abb. 7 wird die Mikrostruktur desselben im Schlackenbad geschweissten Stahls wiedergegeben, wo Ultraschallschwingungen als aktive Energie mit einer Frequenz von 24 KHz, 1,5 Kw. angewendet wurden.

Man bemerkt eine Verbesserung der Struktur und das Verschwinden der spröden Struktur, welche von einer Verbesserung der mechanischen Kennzeichen gefolgt wird.

Katheder der Tehnologie der Metalle
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATUR

1. *Erdman-Jesnizer F., Kämler, G.* — Beitrag zur Metallurgie der Elektro-Schalcken-Schweissung. In : Schweisstechnik 8 (1958) nr. 8.
2. *Frodl, H.* — Physikalische Erscheinung in Schlackenbad beim Elektro-Schlacken-Schweissen Zwadranie 9 (1961).
3. *Dudko, D. A., Rublevski* — Awt. Swarka (1958 H 3—9.
4. *Melbard, S. M.* — Temperaturnoe pole pri elektroslakovoi svarke. In : Svarocinoe proizvodstvo. U.R.S.S. 9/1960.
5. *Albert de Sy şi Vidts Julien* — Teoretische en Toegepaste Metallkunde editée par NICI Gand 1962.
6. *Alov, A. A.* — Osnovii teorii protessov Svarki i paiki — Moskva 1964.
7. *Paton, B. N.* — Die gegenwärtige Schweisstechnik. Kiev — Maşghiz 1957.
8. *Sălăgean Traian* — Physische und metallurgische Erscheinungen bei der Stahlbogenschweissung. Ed. Academiei R.P.R. 1963.
9. *Sonea Ion* — Einfluss des Ultraschalls auf den Kristallisationsvorgang der Automatischen UP — Schweissverbindungen. In : Die Arbeiten der V-ten Konferenz für Schweisstechnik und Metallprüfung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.385 : 621.314.7 : 621.375.4 : 621.314.2 : 621.3.018 : 621.3.015

CARACTERISTICILE DE FRECVENȚĂ ALE UNUI AMPLIFICATOR CU TRANZISTOARE CU DOUĂ ETAJE, UTILIZAT ÎN INVERTOARELE DE SEMN DE IMPEDANȚĂ *

MIRCEA PETRESCU

Impedanța de intrare a unui invertor al semnului impedanței de tip paralel (Fig. 1) este dată de expresia [1]:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_i} + \frac{1}{\frac{Z_n}{1-\bar{A}} + \frac{Z_e}{1-\bar{A}}}}, \tag{1}$$

unde Z_n este impedanța al cărei semn trebuie schimbat, Z_i și Z_e — impedanțele de intrare și de ieșire ale amplificatorului din Fig. 1, $\bar{A}$ — coefi-

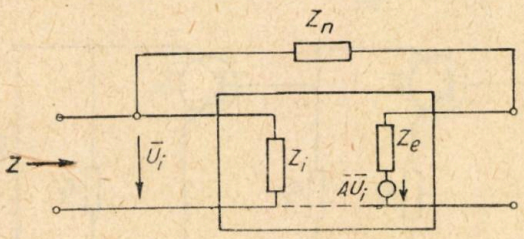


Fig. 1

cientul de amplificare a tensiunii în gol al acestui amplificator. Dacă mărimea $(1 - \bar{A})\, Z_i$ este suficient de mare față de Z_n, iar Z_e — suficient de mică în raport cu Z_n, relația (1) devine:

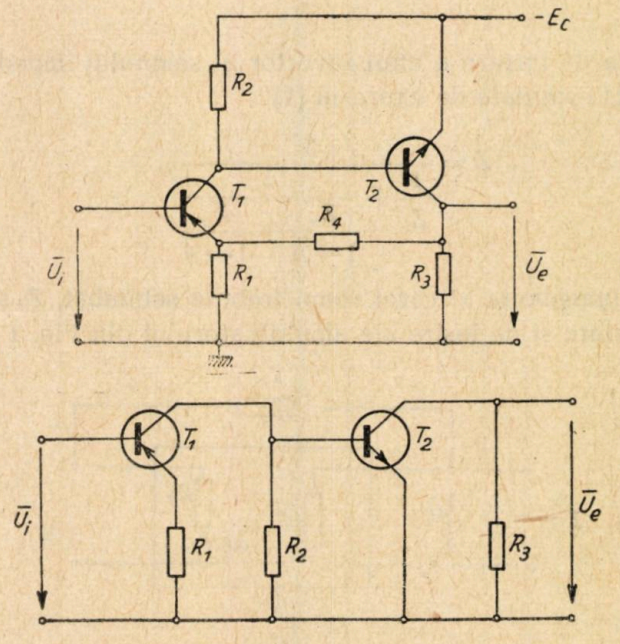
$$Z = \frac{Z_n}{1-\bar{A}}. \tag{2}$$

* Manuscris predat la redacție la 7 ianuarie 1967.

În cazul în care amplificatorul utilizat are un număr par de etaje, iar $|\bar{A}| > 1$, impedanța de intrare Z va fi negativă ; în particular, cînd $\bar{A} = 2$, $Z = -Z_n$.

Din egalitatea (2) rezultă că, pentru a realiza o inversie corectă a semnului impedanței Z_n într-o gamă determinată de frecvențe, este necesar ca în intervalul considerat mărimea $\bar{A}$ să fie constantă, modulul său rămînînd supraunitar și independent de frecvență, iar faza sa egală cu $2k\pi$. De aici decurge însemnătatea pe care o are caracteristica de frecvență a amplificatorului utilizat asupra funcționării raționale a invertorului (2). Influența formei caracteristicilor de frecvență asupra schimbării semnului impedanței, în cazul folosirii unui amplificator cu tuburi electronice, a fost analizată în [3].

Scopul lucrării de față este de a prezenta rezultatele obținute în analiza dependenței de frecvență a modulului și fazei coeficientului de



b

Fig. 2

amplificare a tensiunii pentru circuitele de amplificare tranzistorizate, cu două etaje, curent utilizate în tehnica obținerii impedanțelor negative.

Să examinăm, pentru început, amplificatorul din Fig. 2 a., a cărui schemă echivalentă pentru semnale alternative se dă în Fig. 2 b. Trebuie din capul locului să observăm că, o dată cu creșterea frecvenței, coeficientul de amplificare a curentului al tranzistoarelor T_1 și T_2 (conectate cu emitorul comun) devine o mărime complexă. În afară de aceasta, funcțio-

narea la frecvențe mai ridicate atrage după sine necesitatea de a ține seamă de influența capacităților de barieră ale joncțiunilor de colector, al căror efect de shuntare devine tot mai pronunțat, pe măsura măririi frecvenței. Ținînd seamă de aceste considerații, pentru amplificatorul analizat se poate desena schema echivalentă din Fig. 3 a., în care $\bar{g}_{CE}$ este conductanța joncțiunii colectorului în schema cu emitorul comun, $\bar{C}_{CE}$ — capacitatea de barieră a colectorului în aceiași conexiune, h_{11} — rezistența de intrare a tranzistoarelor, $\bar{\beta}$ — coeficientul de amplificare a curentului ; în obținerea acestei scheme echivalente s-a presupus că tranzistoarele T_1 și T_2 au o comportare identică la semnale mici, iar $h_{12} \approx 0$. Remarcăm că la frecvențe ridicate, mărimile $\bar{g}_{CE}$ și $\bar{C}_{CE}$ sînt complexe.

În Fig. 3 a :

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + j\omega\tau_\beta}, \quad \bar{g}_{CE} = (1 + \bar{\beta}) \cdot g_c, \quad \bar{C}_{CE} = (1 + \bar{\beta})\, C_c, \tag{3}$$

unde g_c este conductanța joncțiunii colectorului în conexiunea cu baza comună, iar C_c — capacitatea de barieră a joncțiunii colectorului în aceiași conexiune.

Mărimea τ_β poate fi exprimată prin relația (1) :

$$\tau_\beta = \frac{1 + \beta_0}{5{,}1 \cdot f_\alpha}, \tag{4}$$

f_α fiind frecvența limită a coeficientului de amplificare a curentului în conexiunea cu baza comună.

Analiza circuitului echivalent din Fig. 3 a. este relativ greoaie, de aceea este rațional cà acesta să fie simplificat. În marea majoritate a cazurilor, conductanța $\bar{g}_{CE}$ este mult mai mică decît conductanța de sarcină a fiecăruia dintre tranzistoare, de aceea ea poate fi neglijată. Pentru frecvențe relativ înalte acest lucru este ușor de arătat, examinînd expresia admitanței echivalente a grupului $\bar{g}_{CE} - \bar{C}_{CE}$, pe care o notăm cu $\bar{h}_{22}$:

$$\bar{h}_{22} = \bar{g}_{CE} + j\omega\bar{C}_{CE}; \tag{5}$$

sau, dacă luăm în seamă relațiile (3) :

$$\bar{h}_{22} = (g_C + j\omega C_C)\frac{1 + \beta_0 + j\omega\tau_\beta}{1 + j\omega\tau_\beta} \tag{6}$$

Prezența admitanței $\bar{g}_{CE}$ în schema din Fig. 3 a. poate fi neglijată la frecvențele, la care se îndeplinește inegalitatea :

$$f \gg \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{g_C}{C_C} \tag{7}$$

Dacă în practică admitem ca suficientă condiția $f \geqslant \frac{10}{2\pi} \cdot \frac{g_C}{C_C}$ atunci pentru tranzistoarele Π 101 și Π 106, utilizate în această lucrare, luînd,

într-o primă aproximație, ca valori tipice medii, $g_C \approx 10^{-6}$ Siemens, $C_C \approx 75\,pF$ rezultă că efectul admitanței $\bar{g}_{CE}$ poate să nu fie luat în considerare la frecvențe mai mari de 15 kHz. La frecvențe mai ridicate, schema echivalentă a amplificatorului analizat va avea așa dar aspectul din Fig. 3 b. Această schemă va descrie în același timp și comportarea am-

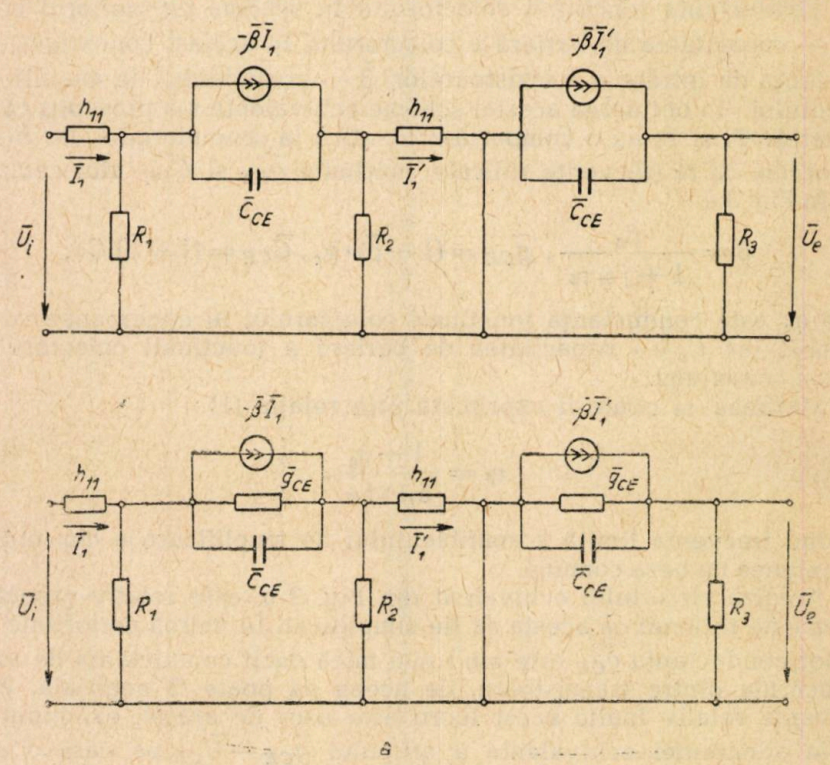


Fig. 3

plificatorului în domeniul frecvențelor joase, dacă admitem că la aceste frecvențe, mărimea $\bar{g}_{CE}$ este, așa cum am presupus mai sus, suficient de mică în raport cu conductanțele de sarcină ale trazistoarelor T_1 și T_2.

Coeficientul de amplificare a tensiunii, determinat cu ajutorul ultimului circuit echivalent, are expresia (1) :

$$K_u = \frac{\bar{U}_e}{\bar{U}_i}\left[\frac{-\beta_0 - \omega^2\tau_\beta R_1 C_C \frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta} + j\omega R_1 C_C \frac{1+\beta_0 j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}\cdot\frac{-\beta_0 R_2 R_3}{1+j\omega\tau_\beta}}{\left\{h_{11}+(1+\beta_0)R_1-\omega^2\tau_\beta[h_{11}(R_1+R_2)+R_1R_2]c_c\frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}+\right.}\right.$$

$$\left.\left.+j\omega\left[h_{11}\tau_\beta+R_1\tau_\beta[h_{11}(R_1+R_2)+R_1R_2]C_C\frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}\right]\right\}\right].$$

$$\cdot\left[1+j\omega R_3 C_C \frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}\right] h_{11}+\left\{h_{11}+(1+\beta_0) R_1-\right.$$

$$-\omega^2\tau_\beta h_{11} R_1 C_C \frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}-j\omega\left[(h_{11}+R_1)\tau_\beta+\right.$$

$$\left.\left.+h_{11} R_1 C_C \frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}\right]\right\}\cdot\left[1+j\omega R_3 C_C \frac{1+\beta_0+j\omega\tau_\beta}{1+j\omega\tau_\beta}\right] R_2$$

Expresia coeficientului de amplificare a tensiunii este greu de utilizat în forma (8). Pentru simplificarea ei introducem notațiile :

$$\begin{aligned}
a &= h_{11}+(1+\beta_0) R_1,\\
b &= h_{11}(R_1+R_2)+R_1 R_2,\\
c &= (h_{11}+R_{11})\tau_\beta,\\
u &= \beta_0^2 R_2, R_3,\\
v &= (2+\beta_0)\beta_0\tau_\beta R_1 R_2 R_3 C_c,\\
x &= \beta_0 R_2 R_3[\beta_0\tau_\beta-(1+\beta_0) R_1 C_c],\\
y &= \beta_0\tau_\beta^2 R_1 R_2 R_3 C_C,\\
m &= a(h_{11}+R_2),\\
n &= \tau_\beta[(2+\beta_0)(b+R_1 R_2) h_{11} C_c+(h_{11}+R_2)\cdot C_C],\\
p &= (\tau_\beta a+c)(h_{11}+R_2)+(1+\beta_0)(b+R_1 R_2) h_{11} C_C,\\
r &= \tau_\beta^2(b+R_1 R_2) h_{11} C_C.\\
s &= \tau_\beta R_3 C_C,\\
t &= \tau_\beta(1+\beta_0) R_3 C_c.
\end{aligned} \tag{9}$$

După introducerea relațiilor (9) în (8), obținem :

$$\bar{K}_U = \frac{u+v\cdot\omega^2+j(x\cdot\omega+y\cdot\omega^3)}{[m-n\cdot\omega^2+j(p\cdot\omega-r\cdot\omega^3)](1-s\cdot\omega^2+j\cdot t\cdot\omega)} \tag{10}$$

Cu ajutorul ultimei formule pot fi construite dependențele de frecvență ale modulului și fazei coeficientului de amplificare.

În scopul folosirii practice a formulei (10), este comod ca modulul și faza mărimii $\bar{K}_U$ să fie reprezentate în forma :

$$|\bar{K}_U| = \frac{|M|}{|N|\cdot|P|},\quad \varphi_{\bar{K}_U} = \varphi_M-\varphi_N-\varphi_P, \tag{11}$$

unde $|M|, |N|, |P|, \varphi_M, \varphi_N, \varphi_P$ sînt modulele și argumentele următoarelor mărimi complexe :

$$M = u + v \cdot \omega^2 + j(x \cdot \omega + y \cdot \omega^3),$$
$$N = m - n\omega^2 + j(p\omega - r \cdot \omega^3), \qquad (12)$$
$$P = 1 - s \cdot \omega^2 + j \cdot t \cdot \omega.$$

Dependențele de frecvență ale modulului și fazei coeficientului de amplificare a tensiunii pentru amplificatorul din Fig. 2, obținute utilizînd ultimele relații, sînt date în Fig. 4. Pentru construirea acestor de-

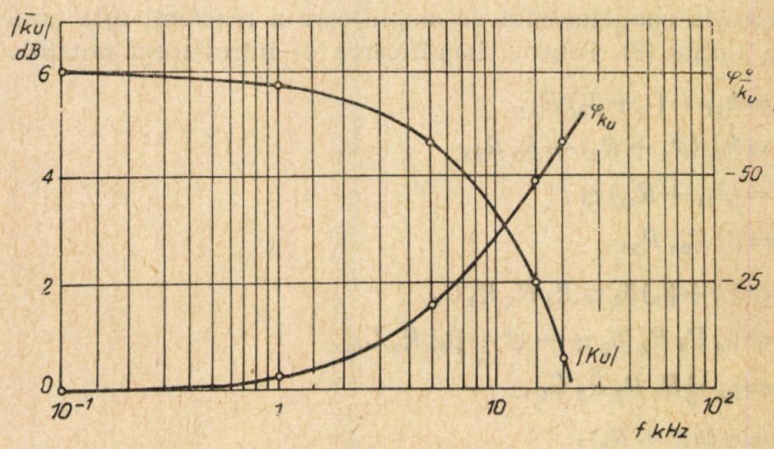


Fig. 4

pendențe s-a admis că $h_{11} = 1{,}5 \cdot 10^3 \Omega$, $\beta_0 \approx 30$ iar rezistențele R_1, R_2 și R_3 au astfel de valori, încît în domeniul frecvențelor joase modulul coeficientului de amplificare are valoarea $|\bar{K}_U| = K_{U_0} = 2$. O astfel de valoare a mărimii K_{U_0} este determinată de necesitatea ca, în cazul folosirii amplificatorului într-un invertor de semn al impedanței, impedanță de intrare a acestuia să fie $Z = -Zn$.

Caracteristicile de frecvență din Fig. 4 arată că, începînd încă de la frecvențe relativ scăzute, scăderea modulului și fazei coeficientului de amplificare are valori destul de importante. Acest fapt împiedică, fără îndoială, utilizarea schemei de amplificator studiate pentru inversia semnului impedanței într-o gamă largă de frecvențe.

Calitățile amplificatorului cu tranzistoare cu două etaje, se ameliorează radical dacă în schemă se introduce o reacție negativă globală de tip paralel — serie (de tensiune) (fig. 5).

Vom analiza la început proprietățile amplificatorului din Fig. 5 în cazul întreruperii circuitului de reacție negativă globală. Experimental a fost construit un circuit de amplificare care la frecvențe joase prezintă un coeficient de amplificare a tensiunii $K_{U\,dB} = 25dB$ (în acest scop rezistența R_3 trebuie să aibă valoarea $R_3 \approx 3{,}54 K\Omega$). Valoarea de mai sus

a coeficientului de amplificare este ridicată, deoarece după stabilirea circuitului de reacție globală schema trebuie să realizeze, la frecvențe joase, o amplificare a tensiunii, egală cu 2 (sau 6 dB).

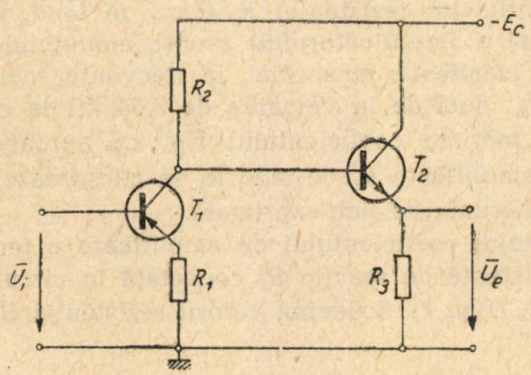


Fig. 5

În Fig. 6 sînt reprezentate variațiile teoretice cu frecvența ale modulului și fazei coeficientului de amplificare în cazul întreruperii circuitului de reacție, calculate cu ajutorul formulelor (11) și (12) pentru două valori ale rezistenței R_3. După cum se vede, faza coeficientului de

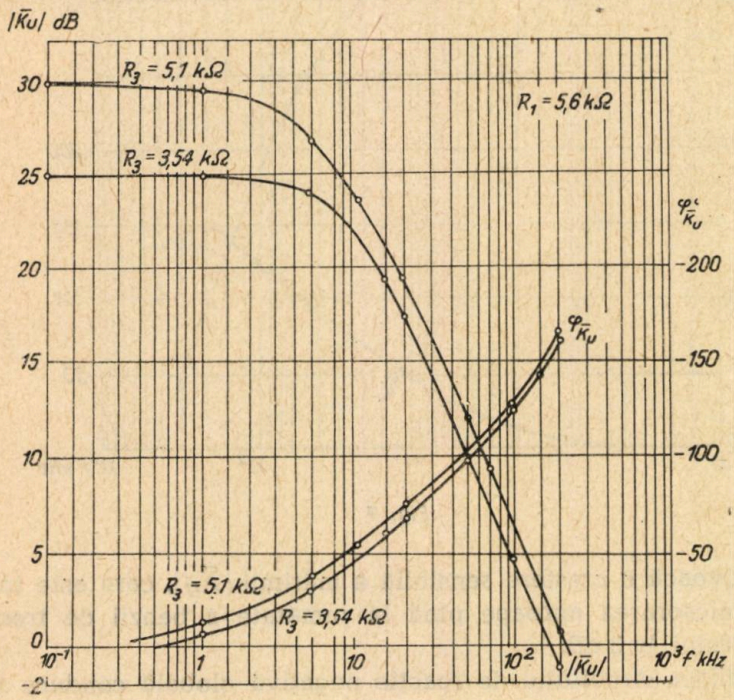


Fig. 6

amplificare are o valoare importantă încă de la frecvențe de ordinul a 10 kHz (la această frecvență, pentru $R_3=3{,}54\ k\Omega$, modulul coeficientului de amplificare scade cu 3 dB față de valoarea sa în domeniul frecvențelor joase). Influența rezistenței R_3 (care, în fond, joacă rolul rezistenței de sarcină a amplificatorului) asupra modulului coeficientului de amplificare se manifestă, în special, la frecvențe scăzute (creșterea mărimii R_3 cu 44%, deci de la valoarea de 3,54 kΩ la cea de 5,1 kΩ, atrage după sine mărirea coeficientului $|\bar{K}_U|$, cu aproape 5 dB). Faza coeficientului de amplificare scade cînd R_3 se micșorează, însă interdependența acestor mărimi este slab exprimată.

Asupra modulului coeficientului de amplificare a tensiunii are un efect puternic rezistența de reacție R_1 conectată în circuitul de emitor al tranzistorului T_1 (Fig. 7). Scăderea valorii rezistenței R_1 de la 5,6 kΩ

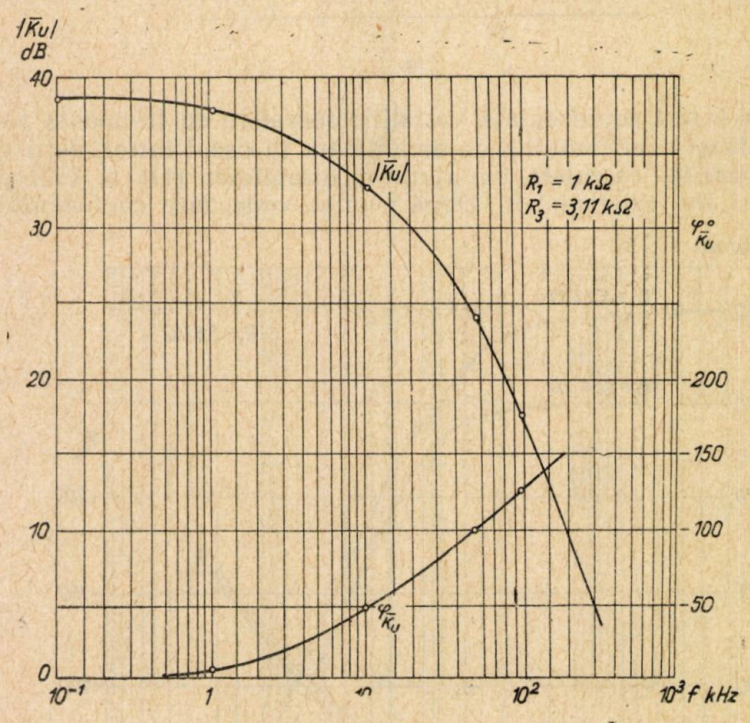


Fig. 7

la 1 kΩ provoacă o creștere sensibilă a mărimii $|\bar{K}_U|$, care este însă însoțită de micșorarea aproape pînă la jumătate a benzii de trecere a amplificatorului, la 3 *dB*.

Restabilirea circuitului de reacție negativă globală conduce la îmbunătățirea substanțială a caracteristicilor de amplitudine și de fază ale

amplificatorului. Dacă notăm cu $\bar{A}$ coeficientul de amplificare a tensiunii în cazul prezenței reacției globale, atunci :

$$\bar{A} = \frac{\bar{K}_U}{1 + \beta_r \bar{K}_U}, \tag{13}$$

unde β_r este coeficientul de reacție negativă paralel-serie.

Modulul și faza mărimii $\bar{A}$ sînt determinate atît de β_r, cît și de modulul și faza coeficientului $\bar{K}_U$, prin intermediul relațiilor :

$$|\bar{A}| = \frac{|\bar{K}_U|}{\sqrt{1 + 2\beta_r |\bar{K}_U| \cos \varphi_{\bar{K}_U} + \beta_r^2 |\bar{K}_U|^2}}, \tag{14}$$

$$\varphi_{\bar{A}} = \varphi_{\bar{K}_U} = \operatorname{ar\,ctg} \frac{\beta_r |\bar{K}_U| \sin \varphi_{\bar{K}_U}}{1 + \beta_r |\bar{K}_U| \cos \varphi_{\bar{K}_U}}$$

Pentru $|K_U|_{dB} = \bar{K}_{U_0 dB} = 25\,dB$, din (14) rezultă că, la frecvențe joase, $\bar{A}|dB = A_0\,dB = 6\,dB$ sau $A_0 = 2$, dacă $\beta_r \simeq 0{,}45$. La acest caz se referă caracteristicile de frecvență ale amplificatorului cu reacție negativă globală de tensiune, reprezentate în fig. 8. Superioritatea obținută față

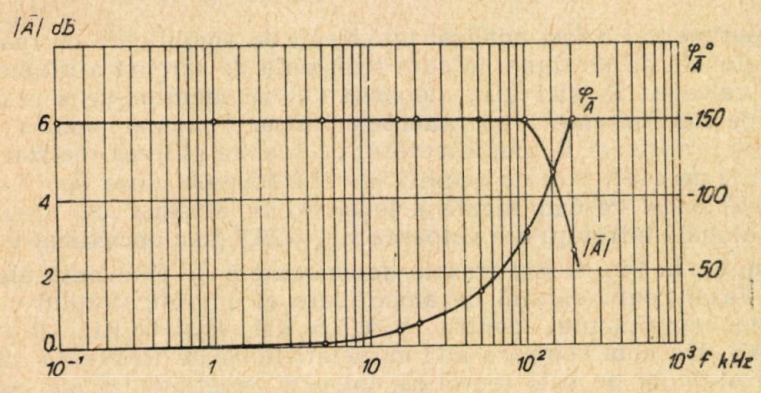


Fig. 8

de schema cu circuitul de reacție întrerupt, este evidentă. Modulul coeficientului de amplificare a tensiunii este teoretic constant pînă la circa 100 kHz, iar la frecvența de 10 kHz faza amplificării este de aproximativ $-7°$, adică de cinci ori mai mică decît faza corespunzătoare aceleiași frecvențe în Fig. 4. Observăm totuși, că faza coeficientului de amplificare a tensiunii crește repede cu frecvența chiar în cazul aplicării unei reacții negative globale de tensiune destul de profunde (din Fig. 8 se vede că $\varphi_{\bar{A}} \approx -37°$ la frecvența de 50 kHz). Prin urmare, se impune concluzia că factorul principal care limitează extinderea gamei frecvențelor de lucru ale schemei examinate în cazul folosirii ei la inversia sem-

nului impedanței, este valoarea importantă a fazei coeficientului de amplificare a tensiunii. Bineînțeles, caracteristica de fază a amplificatorului poate fi îmbunătățită după dorință, prin introducerea unor circuite de corecție rațional alese ; această soluție mărește însă numărul de elemente din schemă, de aceea ea este recomandabilă numai în cazul în care caracteristica de fază a amplificatorului introduce, la frecvențe înalte, o eroare inacceptabilă în inversia semnului impedanței.

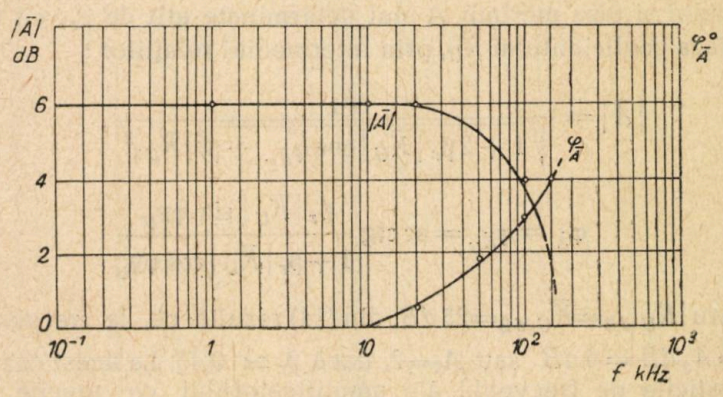


Fig. 9

Experimental a fost analizat un circuit de amplificare cu reacție negativă globală de tensiune, în care rezistența de sarcină a ultimului etaj a avut valoarea $R_3 = 5{,}1$ kΩ ; alegerea valorii menționate a fost determinată de considerente experimentale, întrucît numai pentru această mărime a rezistenței R_3 amplificatorul cu reacție globală realizat a putut fi reglat la un coeficient de amplificare la frecvențe joase $A_0 = 2$. În acest caz, coeficientul de amplificare a tensiunii în schema cu circuitul de reacție globală întrerupt are valoarea $K_{U_0} = 29{,}7$ (sau aproximativ 29,5 *dB*, vezi Fig. 6). În Fig. 9 sînt trasate dependențele de frecvență ale modulului și fazei coeficientului de amplificare al amplificatorului construit, măsurate experimental pentru $R_1 \approx 5{,}6$ KΩ, $R_2 \approx 68$ KΩ, $R_4 \approx 6{,}8$ K ($\beta_r \approx 0{,}45$). Nu vom compara aici caracteristicile de frecvență din Fig. 9 cu cele obținute pe cale teoretică, întrucît experimental nu s-au putut găsi două tranzistoare Π 101 (T_2) și Π 106 (T_1) cu valori suficient de apropiate ale parametrilor.

Catedra de tuburi electronice și tranzistoare
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Petrescu M.* — Upravliaemîe immitansî na poluprovodnikovîh priborah, Dizertațiia, Moscova, MEI, 1963.
2. *Petrescu M.* — Dependența de frecvență a impedanței de intrare a invertoarelor semnului impedanței realizate cu tranzistoare, Buletinul I.P.B., sub tipar.
3. *Ginzton E. L.* — Stabilized Negative Impedances, Electronics, Nr. 7, 8, 9 — 1945.

INTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREȘTI — c. 7309

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială si finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text si se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1968 DEC 7 R

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXX NUMĂRUL 2 ANUL 1968
MARTIE — APRILIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA
DOKUMENTÁCIÓS OSZTÁLY
1983

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXX – NUMĂRUL 2

MARTIE — APRILIE
1968

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici* ; Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli* ; Prof. Dr. *S. Călin* ; Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu* ; Prof. *S. Gâdea* ; Conf. Dr. *I. Grădișteanu*, Prof. *C. Ionescu-Bujor* ; Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu* ; Prof. *St. Mantea*; Prof. Dr. *N. Marinescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *R. Rădulet* ; Prof. *Al. Rău* ; Prof. *Al. Spătaru* ; Prof. *L. Stoicescu* ; Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu*.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁRES DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Sumar

MATEMATICA

Mariana Craiu
Proprietăţi ale seriei Fourier asociată unei funcţii neintegrabile de singularităţi duble date 21

C. I. Staicu
Analiza dimensională generală 31

CHIMIE ANORGANICĂ

A. Ianu, Agneta T. Cerbu, Aurelia Dinescu
Dozarea calciului şi magneziului în soluţiile concentrate de azotat sau sulfat de mangan 45

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

F. M. Albert, D. Camboli, Margareta Cupfer, Eva Butuceanu
Infrared Spectra of Complex Combinations of Zn^{2+}, Cd^{2+} and Hg^{2+} 53

I. Blum, Fr. Barca, Anca Bidulescu
Einfluss des Taubengesteingehaltes von Kohlen auf deren IR Absorbtionsspektren 59

FIZICA

C. Cristescu, Diana Moisil
Ellipsometric Effects of Double Thin Layers 65

REZISTENŢA MATERIALELOR

V. Bogdan
Eforturi unitare şi deformaţii într-un disc în mişcare de rotaţie . 75

ELECTROTEHNICĂ

M. Sand, A. Crăciunescu, Gh. Niţu
Cu privire la utilizarea amplificatoarelor magnetice ca generatoare de impulsii unipolare de curent 79

I. Babuţia
Asupra dependenţei pierderilor suplimentare de intrefierul maşinii asincrone 91

METALURGIE

A. Aloman
Structura şi proprietăţile soluţiilor solide în intervalul La_2Te_3 — La_2CeTe_4 101

ELECTRONICĂ

C. D. Bulucea
The Influence of Carrier Injection Through Emitter Sidewall on Current Gain Properties of Small Area Double Diffused Planar Transistors 107

TRANSPORTURI

Al. Popa, A. Carabulea
Mathematical Models and Logical Scheme, for Railway Electrifying and Diesel Drive Optimalization 127

Резюме

М. Краю Д. К. 517.5

Свойства ряда фурье ассоциированного неинтегрируемой функции двойных данных единственностей

Рассматривается функция $f(x)$ определенная на $(-\pi, \pi)$ кроме множества нулевой меры, неинтегрируемой на $(-\pi, \pi)$, таким образом функция

$$\varphi(x) = \sin^2 n \times f(x), x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

чтобы была интегрируемой на $(-\pi, \pi)$.

Соотношения (6) и (6′) дают интегральное выражение коэффициентов ряда фурье, ассоциированного неинтегрируемой функции $f(x)$.

В продолжении показывается, что ряд фурье ассоцированный функции $f(x)$ имеет вид

$$S(x) + \lambda_0 S_0(x) + \ldots + \lambda_2 n - 1 S_2 n - 1(x) M\sigma(x) + \ldots + M_2 n \sigma_2 n(x) \to O$$

где $S_0(x)$ $\sigma_2 n(x)$ являются суммируемыми рядами (C, 2) и независящими от $f(x)$.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 53.081 : 531.7 : 517 : 624.072.2 : 54 : 539

К. Стайку

Общий размерный анализ

Использование размерных анализов в установлении математических отношений в физике и технике ограниченное в настоящем в явлениях изображенных с 4-5 размеров, описанные большими размерами ведут, при помощи употребления принципа однородности, к системам с неопределенными уравнениями.

Для обобщения метода показывается, что отношения явлений которые, описываются с большим числом размеров, устанавливаются методом однородностью основных размеров, основанная на фундаментальной теореме общего размерного анализа, закон минимальных ценностей, целые, положительные и закон прогрессивной однородности.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 546.41 : 546.46 : 541.8 : 541.132 : 546.711 : 543/545

А. Яну, Т. Чербу, А. Динеску

Дозировка кальция и магния в концентрированных растворах азотата или сульфата марганца

Дается метод для дозировки следов кальция и магния в насыщенных растворах азотата или сульфата марганца выделением катионов ионообменниками с последующим комплексонометрическим определением кальция и магния,

Для кроматографического выделения катионов был применен румынский ионообменник „Вионит V. C.-2 сходный с катионом Амберлит У. Р.-120; марганец в виде комплексоната марганца не задерживается ионообменником кальций и магний задержаны; задержанные на колонке кальций и магний элюированы соляной кислотой и дозируются комплексонометрически.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Summary

M. Craiu D.C. 517.5

Properties of the Fourier Series Associated to a Non Integrated Function of Given Double Singularities

The author consideres the function f(x) defined upon $(-\pi, \pi)$ outside a multitude of null measure, non integrating upon $(-\pi, \pi)$, thus the function.

$$\varphi(x) = \sin^2 n \times f(x),\ x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

should be integrating upon $(-\pi, \pi)$.

The relations (6) and (6') give the integral expression of the coefficients of the Fourier series associated to the non-integrating function f (x).

The author further shows that the Fourier series associated to the function f (x) has the form :

$$S(x) + \lambda_o S_o(x) + \ldots + \lambda_2 n - 1\, S_2 n - 1\,(x)\, M\sigma(x) + \ldots + \\ + M_2 n\, \sigma_2 n\,(x) \to 0$$

where $S_0(x)$ σ_2 n (x) are series summable (C,2) and independent of f (x).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C. Staicu D.C. 53.081:531.7:517:624.072.2:54:539

General Dimensional Analysis

The utilization of dimensional analysis in the determination of mathematical relations in physics and technics is at the present time limited to the phenomena described with 4—5 magnitudes; those which are described with several magnitudes lead to systems of undetermined equations by means of the application of the homogeneity principale.

In order to generalize the method, the author shows that the relations of the phenomena which are described with a higher number of magnitudes are established white the method of homogenizing the ground magnitures, based on the fundamental theoreme of the general dimensional analysis, the law of minimum, whole, positive values and the law of gradual homogenizations.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 546.41:546.46:541.8:541.132:546.711:543/545

A. Ianu, A. T. Cerbu, A. Dinescu

The Dosage of Calcium and Magnesium in Concentrate Solutions of Manganese Nitrate or Sulphate.

The authors supply a method of titrating traces of calcium and magnesium in saturated solutions of manganese nitrate of manganese sulphate, by separating cations on ion exchanger followed by the complexiometrical determination of calcium and magnesium.

In order to separate chromatographically the cations, the Romanian ion exchanger Vionit CS-2, similar to the Amberlite IR-120 cationite, has been used; manganese in the form of manganese complex is not retained; calcium and magnesium are retained; calcium and magnesium trapped on the column are eluated with chlorhydric acid and with EDTA titraded.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 541.1 : 545.2 : 541.132 : 535.33

Ф. М. Алберт, Д. Камболи, Маргарета Купфер и Ева Бутичану

Исследование инфракрасных спектров некоторых комплексных аминов цинка, кадмия и ртути

Было исследовано 14 комплексных соединений цинка, кадмия и ртути с ионами SO_4^{2-}, NO_3^- и SCN^- и следующими аминами: анилином, бензидином, β — нафтиламином, орто—толуидином и мета—толуидином.

С целью выяснения связей координированных групп с центральным атомом металла были выполнены инфракрасные спектры для всех полученных соединений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 543/545 : 662.6 : 535.342 : 533 : 622.33

И. Блум, Фр. Барка, А. Бидулєску

Влияние содержания пустой породы в углях на их спектры инфракрасного поглощения

В работе показано влияние содержания пустой породы в углях на спектры инфракрасного поглощения. Выявляется ряд частот, появляющихся в зоне 400—700 $см^{-1}$, частот, характеризующих глинистую пустую породу, содержащую каолинит в углях Петрилы и Лупень (молодые каменные угли бассейна Долины Жиу).

Ознакомление с характерными частотами пустой породы, содержащейся в углях необходимо в изучении строения этих материалов с помощью спектров инфракрасного поглощения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 535.3 : 535.8 : 535.5 : 522.2

Кристеску К. Д. Моисил

Эллипсометрические эффекты в двойных тонких пленках

Даны уравнения с помощью которых можно определить оптические постоянные и толщину поверхностных тонких пленок на металических слоях, напыленных на прозрачный материал, используя одновременно результаты эллипсометрических измерений для отраженного и проходящего света. При таких условиях знание оптических постоянных металлического слоя без напыленной на него пленки не является необходимым.

Экспериментально были измерены эллипсометрические значения в отраженном и проходящем свете и проведено сравнение этих величин.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 541.1:545.2:541.132:535.33

F. M. Albert, D. Camboli, M. Cupfer,
E. Butuceanu

Infrared Spectra of Complex Combinations of Zn^{2+}, Cd^{2+} and Hg^{2+}.

The authors study 14 complex-combinations of Zn^{2+}, Cd^{3+} and Hg^{2+} with the ions SO_4^{2-}, Cd^{2+} SCN and the following amines: aniline, benzidine, β-naptyl-amine, o-toluidine and m-toluidine.

In order to explain the bonding of the coordinate groups to the central metallic atom, the infrared spectra have been st died.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 543/545:662.6:535.342:533:6_2.33

I. Blum, Fr. Barca, A. Bidulescu

Influence of the Barren Gangue Content of Coal on Infrared Absorption Spectra.

The influence of the barren gangue of coal its infrared absorption spectra is showna. A series of frequencies appearing in the 400 to 700 cm^{-1} zone, characterizing the clayey barren gangue with kaolinite content in the Petrila and Lupeni coals (young bituminous coals in the Jiu Valley area) is emphasized.

For studying the structure of these materials by means of the infrared absorption spectra it is essential to know the characteristic frequencies of the barren gangue content of coal.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 535.3:535.8:535.5:522.2

C. Cristescu, D. Moisil

Ellipsometric Effects of Double Thin Layers.

The equations for determining the optical constants and the thickness of a thin film grown on the surface of a thin metal layer on a transparent material, using simultaneously the results obtained from ellipsometric measurements made for reflection and transmission are given. In these conditions it is no more necesary to know the optical constants of the substratum without film.

Experimentaly the ellipsometric quantities for the reflection and transmission have been measured and their behavior compared.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 539.3/4 : 621-233 : 621.923.92 : 621.922

В. Богдан

Напряжения и деформации в диске, находящемся во вращательном движении

Исходя из системы уравнений (1) в которой ∅ является потенциалом перемещений, удовлетворяющим соотношения (2) устанавливаются выражения перемещений, деформаций, и напряжений в круглом диске, в предположении плоского состояния деформирования.

Из обычных соотношений (13) наблюдается что, напряжения выведенные в предположении плоского состояния деформирования сравнимы с напряжениями выведенными на основе предположения плоского состояния напряжений.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 621.375.3 : 621.373.004.1

М. Санд, А. Крэчунеску, Г. Ницу

Об использовании магнитных усилителей для генераций импульсов тока

Излагается аналитическая теория импульсного генератора тока основанного на схеме дроселей насыщения, которая позволяет интерпретацию паразитных и колебательных процессов наблюдаемых в работе этих аппаратов. На основе полученных уравнений, устанавливаются выражения предельных значений параметров катушек и конденсаторов включенных в схеме генератора.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 621.313.333 : 621.3.025.3 : 621-25 : 621.3.017

И. Бабуця

К зависимости дополнительных потерь от зазора асинхронной машины

В работе показана зависимость дополнительных потерь, развивающихся в асинхронных трифазных машинах, от квадрата зависимости зазора. Этот факт послужил теоретической основой метода предложенного автором для уменьшения дополнительных потерь в виду улучшения электрических характеристик асинхронных двигателей.

Полученные практические результаты доказывают правильность отношений выведенных теоретическим путем.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 539.3/.4:621-233:621.923.92:621.922

V. Bogdan

Unit Stresses and Distortions in a Disk in Rotation Movement.

Starting from the equation system (1) in which Ø is a displacement potential satisfying the relations (2), the author determines the expressions for the displacement, distortions and unit strasses in a circular disk in the distortion plane state hypothesis.

From the obtained relations (13), it is observed that the unit stresses deduced in the plane distortion state hypothesis are comparable with those deduced on ground of the unit stresses plane state hypothesis.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 621.375.3 :621.373.004.2

M. Sand, A. Crăciunescu, Gh. Nițu

On the Use of Magnetic Amplifiers as Current Unipolar Pulse Generators.

An analytic theory for the current unipolar pulse generator based on the magnetic amplifier series diagram is exposed, which permits the interpretation of the parasitic and oscillating processes observed in certain cases. From the obtained current equations, the expressions of limit values are stated for the current element parameters of the generator diagram.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 621.313.333:621.3.025.3:621-25:621.3.017

I. Babuția

On the Dependence of the Stray Load Losses on the Interiron of Asynchronous Machines.

In this paper the dependence of the stray load losses that are produced in the three-phase asyncronous machines on the square of the interiron's value is being brought into evidence. This fact has constituted the theoretical basis of the method proposed by the author to diminish the stray load losses in order to improve the electrical characteristics of asynchrono s machines. The practical results obtained prove that the relations theoretically deduced are correct.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 669.017 : 621.36 : 536.2 541.8 : 546.654 : 669.854

А. Аломан

Структура и свойства твердых растворов в интервале La_2Te_3 — La_2CeTe_4

В настоящей работе представляются результаты изучения впервые твердых растворов в интервале La_2Te_3 — La_2CeTe_4, определены метод синтеза, гомогенизации и приготовления образцов для измерения термоэлектрических свойств.

Для полученных материалов определены период решетки, плотность, удельное электросопротивление, термоэдс, темплопроводность и постоянная Холл. Расчитаны коэффициент мощности, термоэлектрическая добротность, подвижность и концентрация носителей заряда.

Материалы в изученном интервале показывают постепенный переход свойств от полупроводниковых до полуметаллических, а химическая связь меняется от ионно-ковалентной до ионно-ковалентно-металлической.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Д. К. 621.385.2 : 621.314.7 : 621.3.014 : 621.3.018 : 621.3.06

К. Д Булуча

Влияние инжекции носителей через периферию эмиттера на коэффициент усиления по току микромощных дифуззионных планарных транзисторов

Изучается влияние паразитной диоде эмиттербаза на коэффициент усиления по току микромощных диффузионных планарных транзисторов.

Теоретические расчеты сделаны на упрощенный модель структуры прибора.

Доказано, что паразитный диод эмиттербаза не влияет на усиление по току в области малых токов эмиттера, она может подтверждать коеффициент усиления в области средних и больших токов, через соединенное действие с эффектом „оттеснения" тока эмиттера от центральных областей к периферии.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1[illegible]

Д. К. 621.33 : 625.282-833.6 : 656.2 : 517

А. Попа, А. Карабуля

К исследованию оптимизации электрификации и внедрения дизельной тяги на железных дорогах при помощи электронных вычислительных машин

Представленные математические модели относятся к структуре общих расходов расчета отличительных для систем дизельной и электрической тяги.

Формируется алгоритм и логическая схема для определения оптимального решения при помощи электронных вычислителыных машин.

Разработка оптимизации электрификации и применения дизельной тяги на железных дорогах добивается определения рентабельности систем тяги в сложных условиях путем минимализации значения критерия расходов расчетов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

A. Aloman D.C. 669.017:621.36:536.2:541.8:546.654:669.854

Structure and Properties of Solid Solutions in the Interval La_2Te_3 — La_2CeTe_4.

In the present work, the author present the results of the first investigation of solid solutions in the interval La_2Te_3 — La_2CeTe_4, elaborating the method of synthesis, homogenizing and preparation of the samples in view of measuring the thermoelectrical properties.

For the materials obtained, the author have determined the lattice parameters, density, resistivity, thermoelectrical power, thermal conductivity and Hall constant. They have calculated the thermoelectric power coefficient, the figure of merit, the mobility and the concentration of the carriers.

The materials in the investigated interval present a gradual passing from semiconductive properties to semimetallic properties, and the chemical bond ranges from iono-covalent to metallic-iono-covalent.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 621.385.2:621.314.7:621.3.014:621.3.018:621.3.06

C. D. Bulucea

The Influence of Carrier Injection Through Emitter Sidewall on Current Gain Properties of Small Area Double Diffused Planar Transistors

The paper is concerned with the evaluation of the influence of emitter-base lateral diode on current gain properties of small area double diffused planar transistors.

The theoretical calculations are made on a simplified medel of device structure.

It is pointed out that the emitter-base lateral diode does not affect the current gain of the transistor at low emitter currents; it may, however, degradate the dc common emitter current gain β_0 in the range of moderate and high emitter currents by a combined action with the effect of the flow of dc base current parallel to the emitter junction (the „emitter crowding" effect).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.C. 621.33:625.282-833-6:656.2:517

Al. Popa, A. Carabulea

Mathematical Models and Logical Scheme for Railways Electrifying and Diesel Dotation of Railroads Optimalisation.

The mathematical models presented refer to the structure of the total computing costs, in particular for the study of electrical and Diesel traction systems.

The algorhythm is formulated and the logical scheme is built up in wiev of determining the optimum solution by means of digital computers. The study regarding the optimum advantages for the electrifying and Diesel dotation of the railroads has the aim to determine the profitableness of electrical and Diesel traction systems under complex conditions by reducing to a minimum the value of the criterium of computation costs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Résumé

M. Craiu C.D. 517.5

Propriétés de la série Fournier associée à une fonctions non intégrable de singularités doubles données.

L'auteur considère la fonction f(x) définie sur $(-\pi, \pi)$ en dehors d'une multitude de mesure nulle, non intégrable sur $(-\pi, \pi)$, en sorte que la fonction.

$$\varphi(x) = \sin^2 n \times f(x), x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

soit intégrable sur $(-\pi, \pi)$.

Les relations (6) et (6') donnent l'expression intégrale des coefficients de la série Fournier associée à la fonction non intégrable (f(x).

L'auteur démontre par la suite que la série Fournier associée à la fonction f(x) a la forme :

$$S(x) + \lambda_0 S_0(x) + \cdots + \lambda_2 n - 1\, S_2 n - 1\,(x) + M\sigma(x) + \cdots + + M_2 n\, \sigma_2 n\,(x) \to 0$$

ou $S_0(x)$ $\sigma_2 n\,(x)$ sont des séries sommables (C,2) et indépendantes de f(x).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C. Staicu C.D. 53.081:531.7:517:624.072.2:54:539

Analyse dimensionnelle générale

L'utilisation de l'analyse dimensionnelle pour la détermination des relations mathématiques en physique et technique se limite actullement aux phénomènes decrits par 4—5 granduers ; ceux qui sont décrits par plusieurs granduers conduisent par l'application du principe de l'homogénéite à des système d'équations indéterminées.

Pour la généralisation de la méthode, l'auteur démontre que les relations des phénomenes qui sont décrits par un plus grand nombre de grandeurs s'établissent par la méthode de l'homegénéisation des grandeurs fondamentales, basée sur la théoréme fondamental de l'analyse dimensionnalle générale, la loi des valeurs minima entières, positives et la loi d'homogenésations progressive.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 546.41:546.46:541.8:541.132: 546.711:543/545

A. Ianu, A. T. Cerbu, A. Dinescu

Dosage du calcium et du magnesium dans les solutions concentrées d'azotate ou de sulfate de manganèse.

Les auteurs fournissent une méthode pour le dosage des traces de calcium et de magnésium dans les solutions saturées d'azotate de manganèse ou de sulfate de manganèse par la séparation des cations par échangeurs d'ions suivie par la determination complexonometrique du calcium et du magnèsium.

Pour la séparation chromatographique des cations on a utilisé l'échangeur d'ions roumain Vionit CS-2, similaire à l'Amberlite IR-120 ; le manganèse sous forme de complexonate de manganèse n'est pas retenu ; le calcium et le magnésium sont retenus ; le calcium et le magnesium retenus sur la colonne sont elués avec de l'acide chlorhydrique et titrès avec EDTA.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

Zusammenfassung

M. Craiu D.K. 517.5

Eigenschaften der Fourierreihe, verbunden mit einer nichtintegrierbaren Funktion von gebenen doppelten Singularitäten.

Man betrachtet die Funktion f(x), bestimmt auf $(-\pi, \pi)$ ausser einer Null-Messmenge, nichtintegrierbar auf $(-\pi, \pi)$, so dass die Funktion

$$\varphi(x) = \sin^{2n} \times f(x), x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

auf $(-\pi, \pi)$. integrierbar sein soll.

Die Gleichungen (6) und (6') geben den Integralausdruck der Faktoren der Fourierreihe die mit der nichtintegrierbaren Funktion f(x) verbunden ist.

Fortlaufend wird gezeigt, dass die mit der Funktion f(x) verbundene Fourierreihe folgende Form hat:

$$S(x) + \lambda_0 S_0(x) + \ldots + \lambda_{2n} - {}_1 S_2 n - 1(x) M\sigma(x) + \ldots + \\ + M_{2n}\sigma_{2n}(x) \to 0$$

wo $S_0(x)\sigma_2\ n(x)$ summierbare (C,2) und unabhängige Reihen von f(x) sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C. Staicu D.K. 53.081:531.7.517:624.072.2:54:539

Die algemeinen Dimensionsanalyse.

Die Benützung der Dimensionsanalyse zur Bestimmung der mathematischen Relationen in der Physik und Technik ist gegenwärtig in den beschriebenen Erscheinungen auf 4—5 Grössen begrentz; die mit mehreren Grössen beschriebenen Erscheinungen führen, durch die Anwendung des Homogenitäts-Prinzips, zu Systemen von unbestimmten Gleichungen.

Zur Verallgemeinerung der Methode wird angeführt, dass die Gleichungen der Erscheinungen die mit einer grösseren Anzahl von Grössen beschrieben werden, gemeinsam mit der Methode zur homogenisierung der wesentlichen Grössen, die sich auf den Fundamentalsatz der allgemeinen Dimensionsanalyse, das Gesetz der positiven, ganzen und minimalen Werte, sowie das Gesetz der fortschreitenden Homogenisierung stützt, bestimmt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 546.41:546.46:541.8:541.132:546.711:543/545

A. Ianu, A. T. Cerbu, A. Dinescu

Kalzium- und Magnesiumdosierung in den konzentrierten Nitrat- oder Mangansulfatlösungen.

Es wird eine Methode zur Dosierung der Kalzium- und Magnesiumrückstände in den gesättigten Mangannitrat- oder Mangansulfatlösungen gegeben, und zwar durch Trennung, entsprechend den Ionenaustaucher der Kationen, gefolgt von der komplexometrischen Kalzium- und Magnesium bestimmung.

Für die chromatographische Trennung der Kationen wurde der rumänische Ionenaustauscher Vionit CS-2 benützt, der gleich dem Kationenaustanschern Amberlite IR-120 ist; das Mangan unter der Form von Mangankomplexonat wird nicht zurückgehalten; Kalzium und Magnesium werden zurückgehalten; das auf der Kolonne zurückgehaltene Kalzium und Magnesium werden mit Salzsäure eluirt und mit EDTA dosiert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 541.1:545.2:541.132: 535.33

F. M. Albert, D. Camboli, M. Cupfer,
E. Butuceanu

Étude des spectres de certaines amines de $Zn^{2}+$, $Cd^{2}+$, et $Hg^{2}+$ dans l'infrarouge.

Les auteurs étudient 14 combinaisons de $Zn^{2}+$, $Cd^{2}+$ et $Hg^{2}+$ avec les ions SO_4^{2-}, NO_3^{-}, CN^{-} et les suivantes amines :

aniline, benzidine, β-napthyl-amine, o-toluidine et m-toluidine.

En vue d'expliquer la manière dont les groupes coordonnés sont reliés à l'atome métallique central, on a effectue les spectres dans l'infrarouge de toutes les combinaisons.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 543/545:662.6:535.342:533:622.33

I. Blum, Fr. Barca, A. Bidulescu

Influence de la teneur en gangue des charbons sur leurs spectres d'absorbtion en infrarouge.

On présente l'influence de la gangue des charbons sur leurs spectres d'absorbtion en infrarouge. On met en évidence une série de fréquences qui apparaissent dans la zone de 400 à 700 cm^{-1} fréquences qui caractérisent la gangue argileuse à teneur en kaolinite des charbons de Petrila et Lupeni (houilles jeunes du bassin de la Vallé du Jiu).

Pour l'étude de la structure de ces matériaux à l'aide des spectres d'absorbtion en infrarouge, il est nécéssaire de connaître les fréquences caractéristiques la gangue contenue dans le charbon.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 535.3:535.8:535.5:522.2

C. Cristescu, D. Moisil

Effets ellipsométriques sur les couches minces doubles.

Les auteurs établissent les équations à l'aide desquelles on peut déterminer les constantes optiques et l'épaisseur d'une pellicule superficielle formée sur la surface d'une couche métallique mince déposée sur un support transparent, en utilisant simultanément les résultats des mesures ellipsométriques pour la réflexion et la transmission. Dans ces conditions il n'est plus nécessaire de connaître les constantes optiques de la couche sans pellicule.

On a mesuré expérimentalement les grandeurs ellipsométriques en luminère réfléchie et en lumière transmise et on a comparé les valeurs de ces grandeurs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 541.1:545.2:541.132:535.33

F. M. Albert, D. Camboli, M. Cupfer,
E. Butuceanu

Das Studium der infraroten Spektren einiger Verbindungen des Zn^{2+} Cd^{2+} und Hg^{2+}.

In der vorliegenden Arbeit werden 14 Komplexe Verbindungen des Cd^{2+} Zn^{2+} und Hg^{2+} mit SO_4^{2-}, NO_3^- und SCN^- und mit folgenden, Aminen ; Anilin, Benzidin, β-Naphtylamin, o-und m-Toluidin.

Zur Erlklärung der Art in der sich die Koordinatengruppe an das zentrale Metallatom binden, wurde für diese Verbindungen die infrarote Spektralanalyse ausgeführt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 543/545:662.6:535.342:533:622.33

I. Blum, Fr. Barca, A. Bidulescu

Einfluss des tauben Gesteingehaltes von Kohlen auf deren IR-Absorbtionsspektren.

Es wird der Einfluss des tauben Gesteingehaltes au deren IR-Absorbtionsspektren gezeigt. Es wird eine Reihe von Frequenzen die in Bereich 400—700 cm^{-1} bemerkbar sind, festgestellt und die das tonhartige taube Gestein mit Kaolinitgehalt aus den Petrila- und Lupeni-Kohlen (junge Steinkohlen aus dem Becken des Jiu-tals) kennzeichnen.

Die Erkenntnis der Frequenzen, die dem in der Kohle enthaltenen tauben Gesteins eigen sind, ist für das Studium der Struktur dieser Materialien mittels IR-Absorbtionsspektren, unerlässlich.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C. Cristescu, D. Moisil D.K. 535.3:535.8:535.5:522.2

Ellipsometrische Erscheinungen bei doppelten dünnen Schichten.

Es werden die Gleichungen angegeben, mit deren Hilfe die optischen Konstanten und die Dicke einer Oberflächenfilms bestimmt werden, der sich auf der Oberfläche einer dünnen Metallschicht gebildet hat, die auf einen durchsichtigen Material lagert und zwar durch gleichzeitige Benützung der ellipsometrischen Messergebnisse für Reflexion und Transmission. Unter diesen Bedingungen ist die Erkenntnis der optischen Konstanten der filmlosen Schicht nicht mehr notwendig.

Versuchsweise wurden die ellipsometrischen Grössen in reflektierten und übertragenem Lich gemessen und mit dem Verhalten dieser Grössen verglichen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 539.3/.4:621-233:621.923.92:621.922

V. Bogdan

Efforts unitaires et deformations dans un disque en mouvement de rotation.

A partir du système d'équations (1) dans lequel Ø est un potentiel des deplacements qui satisfait les relations (2), l'auteur établit les expressions des déplacements, des déformations et des efforts unitaires dans un disque circulaire, dans l'hypothèse de l'état plan de déformation.

Des relations obtenues (13) on constate que les efforts unitaires déduits de l'hypothése de l'état de déformation plane sont comparables à ceux qui sont déduits à base de l'hypothèse de l'etat plan d'efforts unitaires.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 621.375.3:621.373.004.1

M. Sand, A. Crăciunescu, Gh. Nițu

Sur l'utilisation des amplificateurs magnétiques comme générateurs d'impulsions unipolaires de courant.

On expose une théorie analytique des générateurs d'impulsions unipolaires de courant, basée sur le schéma des amplificateurs magnétiques en série, qui permettent une interprétation des processus parasites et oscillants qu'on observe en certains cas. A partir des équations obtenues pour les courants on établit les expressions des valeurs limites pour les paramètres des éléments de circuit du schéma du générateur.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 621.313.333:621.3.025.3:621-25:621.3.017

I. Babuția

Sur la dépendance des pertes supplémentaires de l'entrefer de la machine asynchrone.

Dans l'ouvrage est mise en evidence la dépendance des pertes supplémentaires qui sont produites dans les machines asynchrones triphasés, avec la valeur quarée de l'entrefer.

Ce fait a été la base théoretique de la methode proposé par l'auteur pour la diminuation des pertes supplémentaires, pour l'amelioration des caracthéristiques électriques des moteurs asynchrones. Les resultats practiques obtenus prouvent la valabilité des relations deduites par voie théoretique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

V. Bogdan D.K.539.3/.4:621-233:621.923.92:621.922

Einheitliche Spannung und Verformung in einer sich in Drehung befindenden Scheibe.

Ausgehend von dem Gleichungen-System (1) in dem Ø ein Potential der Verscheibungen ist, das den Gleichungen (2) genügt, werden, unter der Voraussetzung des flachen Verformungzustands, die Ausdrücke der Verschiebungen, Verformungen und einheitlichen Spannungen, aus einer kreisförmigen Scheibe bestimmt.

Aus den erlangten Gleichungen (13) wird festgestellt, dass die einheitlichen Spannungen, die unter der Voraussetzung des flachen Verformungszustands gefolgert wurden, mit dem auf Grund des flachen Zustands von einheitlichen Spannungen gefolgerten vergleichbar sind.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 621.375.3:621.373.004.1

M. Sand, A. Crăciunescu, Gh. Niţu

Über die Benützung der magnetischen Verstärker als monopolare Stromimpulsgeneratoren.

Es wird eine analytische Theorie der monopolaren Stromimpulsgeneratoren dargelegt, die sich auf das Schema der magnetischen Serienverstärker stützt, die eine Auslegung der Störungs- und Schwingungsprozesse erlaubt, die in bestimmten Fällen beobachtet werden.

Aus den für den Strom erhaltenen Gleichungen, werden Ausdrücke der Grenzwerte für die Parameter der Stromkreiselemente des Generatorenschemas bestimmt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 621.313.333:621.3.025.3:621-25:621.3.017

I. Babuţia

Über die Abhängigkeit der zusätzlichen Verluste vom Luftspalt der Drehstrom — Induktionsmaschinen.

In der vorliegenden Arbeit wird besonders auf die Abhängigkeit der zusätzlichen Verluste vom Quadrat des Luftspaltes der Drehstrom — Induktionsmaschinen hingewiessen. Diese theoretische Tatsache begründet die vom Autor vorgeschlagene Metode zur Herabsetzung der zusätzlichen Verluste um dadurch bessere elektrische Kennwerte der Drehstrom — Induktionsmotoren zu erzwingen.

Die praktischen Ergebnisse beweisen die Richtigkeit der abgeleiteten Formeln.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

A. Aloman C.D. 669.017:621.36:536.2:541.8:546.654:669.851

La structure et les propriétes des solutions solides dans l'intervalle La_2Te_3 — La_2CeTe_4.

Dans cet ouvrage l'auteur presente les résultats de la première etude effectuée sur les solutions solides dans l'intervalle La_2Te_3— La_2CeTe_4, en élaborant la méthode de synthèse, d'homogénéisation et la préparation des epreuves en vue de mesurer les propriétés thermo-électriques.

Pour les matériaux obtenus, l'auteur détermine le paramétre du réseau, la densité, la resistivite, la force thermo-électromotrice, la conductibilite thermique et la constante Hall. L'auteur ont calculé le coefficient de puissance thermoélectrique, la figure de mérite, la mobilité et la concentration des porteurs de charge.

Les matériaux dans l'intervalle etudie présentent un passage graduel des propriétés semiconductrices aux propriétés semimétalliques et le liaison chimique varie de la iono-covalente à la iono-covalente-métallique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 621.385.2:621.314.7:621.3.014:621.3.018:621.3.06

C. D. Bulucea

Influence de l'injection de porteurs à travers la paroi latérale de l'émetteur sur les propriétés d'amplification dans le courant des transistors plamaires doubles diffusés de petite surface.

L'auteur traite dans l'ouvrage l'évaluation de l'influence de la diode latérale emetteur — base sur les propriétés d'amplification dans la courant des transistors planaires doubles diffusés de petite surface.

L'auteur effectue les calculs théoriques sur un modéle simplifié de la structure du dispositif.

L'auteur démontre que la diode latérale émetteur-base n'influence pas l'amplification de courant du transistor pour des petits courants d'émetteur ; elle peut cependant détériorer le facteur d'amplification dans le domaine des courants d'émetteur modérés et grands, par une action combinée avec l'effet du courant de base coulant paralélllement à la jonction de l'émetteur (effet d'agglomération de l'émetteur).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

C.D. 621.33:625.282-833.6:656.2:517

Al. Popa, A. Carabulea

Contributions à l'étude des meilleures conditions d'électrification et de la dotation en systémes de traction Diesel des chemins de fer à l'aide des calculateurs électroniques.

Les modéles mathématiques présentés se rapportent à la structure des dépenses totales de calcul, particuliérement pour les systèmes de traction Diesel et électriques.

Les auteurs formulent l'algorythme et la schéma logique pour la détermination de la solution optimum à l'aide des calculateurs électroniques.

L'étude concernant l'optimisation de l'électrification et la dotation en systèmes de traction Diesel des chemins de fer poursuit l'établissement de la rentabilité des systèmes de traction en conditions complexes par la réduction au minimum des valeurs du critére des dépenses de calcul.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

A. Aloman D.K. 669.017:621.36:536.2:541.8:546.654:669.854

Struktur und Eigenschaften der festen Lösungen im Zwischenraum La_2TE_3 — La_2CeTe_4.

In vorliegender Arbeit werden die Ergebnisse des, zum ersten mal, durchgeführten Studiums der festen Lösungen im Zwischenraum La_2Te_3 — La_2CeTe_4 vorgestellt und die Methode zur Synthese, Homogenisierung und Vorbereitung der Proben zur Messung der thermoelektrischen Eigenschaften ausgearbeitet.

Für die erzielten Materialien wurde der Netzparameter, Dichte, spezifischer Widerstand, thermoelektromotorische Kraft, Wärmeleitfähigkeit und Hall-Konstante bestimmt. Es wurde der Faktor der thermoelektrischen Kraft, Parallelgüte, Beweglichkeit und Konzentration der Belastungsträger berechnet.

Die Materiale aus dem studierten Zwischenraum weisen einen allmählichen Übergang von den Halbleiter- zu den Halbmetalleigenschaften vor, und die chemische Verbindung variiert von der Ionen-Kovalenz zur metallischen Ionen-Kovalenz.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 621.385.2:621.314.7:621.3.014:621.3.018:621.3.06

C. D. Bulucea

Einfluss der Trägereinspritzung durch die Seitenwand des Senders auf die Verstärkunseigenschaften im Strom bei den doppelt gesendeten Planar-Transistoren mit kleiner Fläche.

Die Arbeit behandelt die Bewertung des Einflusses der Grundsender-Seitendiode auf die Verstärkungseigenschaften im Strom bei den doppelt gesendeten Planar-Transistoren mit kleiner Fläche.

Die theoretischen Berechnungen werden auf einem vereinfachten Modell der Vorrichtungsgestaltung durchgeführt.

Es wird gezeigt, dass die Grundsender-Seitendiode die Stromverstärkung des Transistors bei kleinen Senderstrom nicht beeinflusst; sie kann jedoch den Verstärkerfaktor in dem Bereich des mittleren und starken Senderstroms beschädigen. Dieses geschieht durch eine kombinierte Wirkung des Hauptstroms, parallel mit dem Anschluss des Senders (der „Senderanhäufungs-Effekt").

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

D.K. 621.33:625.282-833.6:656.2:517

Al. Popa, A. Carabulea

Beiträge zum Studium der Optimalisierung der Elektrifizierung und Dieselisierung der Eisenbahn mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschinen.

Die vorgeführten mathematischen Methoden beziehen sich auf die Gestaltung der für die Diesel- und elektrischen Zugsysteme eigenen Gesamt-Berechnungskosten.

Es wird der Algorithmus und das logische Schema zur Bestimmung der optimalen Lösung mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschinen formuliert.

Das Studium betreffend die Optimalisierung und Dieselisierung der Eisenbahn verfolgt die Bestimmung der Rentabilität der Zugsysteme unter komplexen Bedingungen, durch die minimalisierung des Berechnungskosten-Kriteriums.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX Nr. 2/1968

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

MATEMATICĂ

C.Z. : 517.5

PROPRIETĂȚI ALE SERIEI FOURIER ASOCIATĂ UNEI FUNCȚII NEINTEGRABILE DE SINGULARITĂȚI DUBLE DATE *

MARIANA CRAIU

1. Proprietățile seriei Fourier atașate unei funcții $f(x)$, definită pe $[-\pi, \pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M}$, de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi, \pi]$, astfel încît funcția

$$\psi(x) = \left[\prod_{k=1}^{p} (x - \xi_k)^{\alpha_k}\right] f(x), \quad x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

să fie integrabilă pe $[-\pi, \pi]$, depind atît de numărul p cît și de numerele $\alpha_k \geqslant 1$ după cum rezultă din [1] și [3].

În lucrarea [2] am prezentat cazul cînd numerele $\alpha_k = 1$ iar polii ξ_k sînt distribuiți simetric pe intervalul $[-\pi, \pi]$. În lucrarea de față ne ocupăm de cazul în care $\alpha_k = 2$, iar polii au aceeași distribuție simetrică pe $[-\pi, \pi]$.

Considerăm funcția $f(x)$ definită pe $[-\pi, \pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M} \subset [-\pi, \pi]$ de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi, \pi]$. Fie $\mathfrak{M}_p \subset \mathfrak{M}$ o mulțime finită $\mathfrak{M}_p = (\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_p)$ care îndeplinește condițiile :

a) $\xi_1 = -\pi$, $\xi_p = \pi$

b) $\xi_{k+1} - \xi_k = \dfrac{2\pi}{p-1}$, $k = 1, 2, \ldots, p-1$

c) funcția $\psi^*(x) = f(x) \prod_{k=1}^{p} (x - \xi_k)^2$. $x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$ este integrabilă pe $[-\pi, \pi]$.

Dacă luăm $p = 2n + 1$, atunci funcția

$$\theta(x) = \sin^2 n x, \quad x \in R$$

are pe $[-\pi, \pi]$ aceleași zerouri și de același ordin de multiplicitate ca și funcția $\theta^* = \prod_{k=1}^{2n+1} (x - \xi_k)^2$.

* Manuscris predat la redacție la 25 octombrie 1967.

Prin urmare vom considera în cele ce urmează funcţia

$$\varphi(x) = \sin^2 nx\, f(x),\ x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$$

care conform celor spuse mai sus este integrabilă pe $[-\pi, \pi]$.

2. Dacă

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx), \tag{1}$$

este seria Fourier asociat funcţiei neintegrabile $f(x)$, vom pune [1].

$$\sin^2 n x \left(\frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \ldots a_k \cos kx + b_k \sin kx + \ldots\right) \equiv$$

$$\equiv \frac{\alpha_0}{2} + \alpha_1 \cos x + \beta_1 \sin x + \ldots + \alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx + \ldots \tag{2}$$

a_k, b_k fiind nedeterminaţi iar α_k, β_k daţi de

$$\alpha_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin^2 nt \cos kt\, dt$$

$$\beta_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin^2 nt \sin kt\, dt,\ k = 0, 1, 2, \ldots \tag{3}$$

Prin identificare din (2), obţinem sistemul infinit de ecuaţii liniare

$$a_0 - a_{2n} = 2\alpha_0,\ 2a_1 - a_{2n-1} - a_{2n+1} = 4\alpha_1, \ldots$$

$$\ldots,\ 2a_k - a_{2n-k} - a_{2n+k} = 4\alpha_k, \ldots \tag{4}$$

şi

$$2b_1 - b_{2n+1} + b_{2n-1} = 4\beta_1,\ 2b_2 - b_{2n+2} + b_{2n-2} = 4\beta_2, \ldots$$

$$\ldots, 2b_k - b_{2n+k} + b_{2n-k} = 4\beta_k, \ldots \tag{4'}$$

în aceste ecuaţii se va înlocui a_{-p} cu a_p şi b_{-p}, cu $-b_p$. Sistemul admite soluţia

$$a_{2pn} = a_0 - 4\left((\alpha_{2pn-2n} + 2\alpha_{2pn-4n} + \ldots + p\,\frac{\alpha_0}{2}\right) a_{2pn+k} =$$

$$= (p+1)\,a_k - p a_{2n-k} - 4\,(\alpha_{2pn-2n+k} + 2\alpha_{2pn-4n+k} + \ldots + p\alpha_k) \tag{5}$$

şi

$$b_{2pn+k} = (p+1)\,b_k + p b_{2n-k} - 4\,(\beta_{2pn-2n+k} + 2\beta_{2pn-4n+k} + \ldots + p\beta_k)$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, 2n,\ p = 0, 1, 2, \ldots \tag{5'}$$

unde α_k, β_k sînt daţi de (3), iar coeficienţii $a_0, a_1, \ldots, a_{2n-1}, b_1, b_2, \ldots, b_{2n}$ rămîn arbitrari.

Înlocuind (3) în (5) și (5') și însumînd, obținem următoarea formă integrală pentru coeficienții a_k, b_k.

$$a_{2pn} = a_0 + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\cos 2pnt + p\cos 2nt - (p+1)]$$

$$dt\, a_{2pn+k} = (p+1)\,a_k - pa_{2n-k} + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\cos(2pn+k)\,t - \tag{6}$$

$$-(p+1)\cos kt + p\cos(2n-k)\,t]\,dt,\ k = 1,2,\ldots,2n-1,\ p = 0,1,2,\ldots$$

$$b_{2pn+k} = (p+1)\,b_k + pb_{2n-k} + \int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\sin(2pn+k)\,t - \tag{6'}$$

$$-(p+1)\sin kt + p\sin(2n-k)\,t]\,dt,\ k = 1,2,\ldots,2n,\ n = 0,1,2,\ldots$$

Putem să enunțăm

Teorema 2.1. Fie $f(x)$ o funcție definită pe $[-\pi, \pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M}$ de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi, \pi]$. Fie $\mathfrak{M}_{2n+1}$ o mulțime care îndeplinește condițiile a, b, f îndeplinind în raport cu $\mathfrak{M}_{2n+1}$ și condiția c).

Seria Fourier asociată funcției $f(x)$ este dată de

$$f(x) \sim S(x) + \lambda_0 S_0(x) + \lambda_1 S_1(x) + \ldots + \lambda_{2n-1} S_{2n-1}(x) + \tag{7}$$

$$+ \mu_1 \sigma_1(x) + \mu_2 \sigma_2(x) + \ldots + \mu_{2n}\sigma_{2n}(x)$$

unde $S(x)$ este seria trigonometrică

$$\frac{a_0}{2} + a_1\cos x + b_1\sin x + \ldots + a_k\cos kx + b_k\sin kx + \ldots$$

cu coeficienții a_k, b_k definiți de

$$a_{2pn+k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\cos(2pn+k)\,t - (p+1)\cos kt + p\cos(2n-k)\,t\,dt$$

$$b_{2pn+k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\sin(2pn+k)\,t - (p+1)\sin kt + p\sin(2n-k)\,t]\,dt$$

iar $S_0(x),\ S_1(x),\ldots,S_{2n-1}(x),\ \sigma_1(x),\ldots,\sigma_{2n}(x)$

sînt serii trigonometrice independente de $f(x)$ care au următoarele expresii :

$$S_0(x) = \frac{1}{2} + \cos 2nx + \cos 4nx + \cos 6nx + \ldots$$

$$S_k(x) = \cos kx + 2\cos(2n+k)\,x - \cos(4n-k)\,x + 3\cos(4n+k)\,x + \ldots$$

$$\sigma_h(x) = \sin hx + 2\sin(2+h)\,x + \sin(4n-h)\,x + 3\sin(4n+h)\,x + \ldots$$

$k = 1,2,\ldots,2n-1$, $h = 1,2,\ldots,2n$, λ_i, μ_j fiind $4n$ parametri.

3. În legătură cu sumabilitatea seriilor $S_k(x)$ și $\sigma_h(x)$ ce intervin în teorema 2.1 avem următoarele rezultate

Teorema 3.1. Fie $f(x)$ o funcție definită pe $[-\pi, \pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M}$ de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi, \pi]$ și care îndeplinește în raport cu $\mathfrak{M}_{2n+1}$ condițiile *a*, *b*, *c*.

Seriile $S_k(x)$, $k = 0, \ldots, 2n-1$, care intră în expresia (7) a seriei Fourier asociată funcției $f(x)$ sînt sumabile $(c, 2)$ către 0 în orice punct $x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}_{2n+1}$.

Demonstrație.

Considerăm seria trigonometrică

$$S_k(x) = \cos kx + 2\cos(2n+k)x - \cos(4n-k)x + 3\cos(4n+k)x - \ldots \tag{8}$$

pentru care calculăm sumele

$$\frac{p(p+1)}{2}\sigma_p(x) = ps_0 + (p-1)s_1 + \ldots + s_{p-1} = \tau_0 + \tau_1 + \ldots + \tau_{2p-1} \tag{9}$$

cu $\tau_k = s_0 + s_1 + \ldots + s_k$.

Avem

$$s_{2p+1} = \cos kx + [2\cos(2n+k)x - \cos(4n-k)x] + \ldots$$
$$+ [(p+1)\cos(2pn+k)x - p\cos(2pn+2n-k)x]$$

Dacă însumăm :

$$s_{2p+1} = \frac{(p+1)\sin(2pn+n+k)x - p\sin(2pn+3n-k)x}{2\sin nx} +$$
$$+ \frac{\sin(n-k)x \sin(2pn+n)x}{2\sin^2 nx}$$

și

$$s_{2p} = \frac{(p+1)\sin(2pn+n+k)x + p\sin(2pn+n-k)x}{2\sin nx} +$$
$$+ \frac{\sin(n-k)x \sin(2pn+n)x}{2\sin^2 nx}$$

Dacă luăm $p = 2n$, atunci funcția

$$2p(2p+1)\sigma_{2p} = \frac{p\sin(n-k)x}{\sin^3 nx} - \frac{\sin(n-k)x \sin pnx \cos(pn+n)x}{\sin^4 nx} +$$
$$+ \frac{p\cos kx}{\sin^2 nx} - \frac{\sin pnx \cos(pn+n+k)x}{\sin^3 nx} -$$

$$-\frac{\sin(n-k)x\sin^2 pnx}{2\sin^3 nx}+\frac{(p-1)\cos(2n-k)x}{2\sin^2 nx}+\frac{p\cos(2pn+n+k)x}{4\sin^2 nx}=$$

$$\frac{-\sin(pn-n)x\cos(pn+2n-k)x}{2\sin^3 nx}-\frac{\sin pnx-\cos(pn-n+k)x}{4\sin^3 nx}-$$

$$-\frac{\cos(pn+2n-k)x}{4\sin^3 nx}+\frac{p-1}{4\sin^2 nx}\cos(2pn+2n-k)x$$

Pentru $p\to\infty$, $\sigma_{2p}\to 0$, oricare ar fi k, în afara punctelor în care $\sin^2 nx=0$, adică punctele mulțimii $\mathfrak{M}_{2n+1}$.

O teoremă analogă avem în legătură cu sumabilitatea seriilor σ_h $h=1,2,\ldots,2n$.

Teorema 3.2.

Dacă $f(x)$ este o funcție definită pe $[-\pi,\pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M}$ de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi,\pi]$ și care îndeplinește în raport cu $\mathfrak{M}_{2n+1}$ condițiile a, b, c, seriile $\sigma_h(x)$, $h=1,\ldots,2n$, care apar în (7) sînt sumabile $(C,2)$ către 0 în orice punct $x\in[-\pi,\pi]-\mathfrak{M}_{2n+1}$.

4. Vom considera funcția $f(x)$ definită în 1.

Fie mulțimea $\mathfrak{M}_p^*\subset\mathfrak{M}$ de elemente $\xi_1^*,\xi_2^*,\ldots,\xi_p^*$ care îndeplinește următoarele condiții

$$a^*)\ \xi_1^*=-\pi+\frac{\pi}{2n},\ \xi_p^*=\pi-\frac{\pi}{2n}$$

$$b^*)\ \xi_{k+1}^*-\xi_k^*=\frac{2\pi}{p},\ k=1,2,..,,p-1$$

$$c^*)\ \text{funcția } X^*(x)=f(x)\prod_1^p(x-\xi_k^*)^2,\ x\in[-\pi,\pi]-\mathfrak{M}$$

este integrabilă pe $[-\pi,\pi]$.

Dacă lupăm $p=2n$, atunci funcția

$$X(x)=\cos^2 nx\,f(x)$$

este integrabilă pe $[-\pi,+\pi]-\mathfrak{M}$

La fel ca la punctul 2 vom considera seria trigonometrică.

$$\frac{a_0}{2}+\sum_1^\infty(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$$

asociată funcției neintegrabile $f(x)$.

Punem:

$$\cos^2 nx\left[\frac{a_0}{2}+\sum_1^\infty (a_k\cos kx+b_k\sin kx)\right]\equiv\frac{c_0}{2}+\sum_1^\infty (c_k\cos kx+d_k\sin kx) \quad (10)$$

a_k, b_k fiind nedeterminați iar c_k, d_k dați de

$$c_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos^2 nt\cos kt\,dt$$

$$d_k=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos^2 nt\sin kt\,dt \quad (11)$$

Identificînd în (10) obținem sistemul:

$$a_0+a_{2n}=2c_0,\ 2a_1+a_{2n-1}+a_{2n+1}=4c_1,\ \ldots$$

$$\ldots,\ a_k+a_{2n-k}-a_{2n+k}=4c_k,\ \ldots \quad (12)$$

și

$$2b_1+b_{2n+1}-b_{2n-1}=4,\ \ldots,\ 2b_k+b_{2n+k}+b_{k-2n}=4$$

În aceste relații $a_p=a_{-p}$ și $b_{-p}=-b_p$.

Sistemul (12) și (12') are soluția:

$$a_{2p}=4\left(C_{2pn-2n}-2\,C_{2pn-4n}+3\,C_{2pn-6n}+\ldots+(-1)^{p-1}p\frac{C_0}{2}\right)+$$

$$+(-1)^p a^0$$

$$a_{2pn+k}=4\,(C_{2pn-2n+k}-2\,C_{2pn-4n+k}+\ldots+ \quad (13)$$

$$+(-1)^{p-1}p\,C_k)+(-1)^p(p+1)a_k+(-1)^p p\,a_{2n-k}$$

$$(k=1,2,\ldots n, n++1m,\ldots, 2n-1)$$

și

$$b_{2pn+k}=4\,(d_{2pn-2n+k}-2\,d_{2pn-4n+k}+\ldots+(=1)^{p-1}pd_k)+$$

$$+(-1)^p(p+1)\,b_k+(-1)^{p-1}pb_{2n-k} \quad (13')$$

$$(k=1,2,3,\ldots,2n;\ p=0,1,2),\ldots$$

Înlocuim (11) în (13) și (13') și obținem

$$a_{2pn+k}=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\cos(2pn+k)t+(-1)^{p-1}\cos kt+$$

$$+p\,(-1)^{p-1}(\cos(2n-k)t+x+\cos kt)]\,dt+ \quad (14)$$

$$+(-1)^p\,(p+1)\,a_k+(-1)^p p\,a_{2n-k}$$

$$a_{2pn}=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\,[\cos 2pnt+(-1)^{p-1}+p\,(-1)^{p-1}(\cos 2nt+1)]\,dt+(-1)^p a_0$$

$$k = 1, 2, \ldots, 2n-1\,;\quad p = 0, 1, 2, \ldots$$

$$b_{2pn+k} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)[\sin(2pn+k)t + (-1)^{p-1}\sin kt + \tag{14'}$$

$$+(-1)^p p(\sin(2n-k)t - \sin kt)]\,dt + (-1)^p(p+1)b_k + (-1)^{p-1} p b_{2n-k}$$

$$k = 1, 2, \ldots, 2n\,;\quad p = 0, 1, 2, \ldots$$

Asemănător ca în 2 putem să enunțăm.

Teorema 4,1. Fie $f(x)$ o funcție definită pe $[-\pi,\pi]$ în afara unei mulțimi $\mathfrak{M}$ de măsură nulă, neintegrabilă pe $[-\pi, \pi]$. Fie $\mathfrak{M}^*_{2n}$ o mulțime finită care îndeplinește condițiile a^*, b^*, c^*.

Seria Fourier atașată funcției $f(x)$ are forma

$$f(x) \sim T(x) + \gamma_0 T_0(x) + \gamma_1 T_1(x) + \ldots + \gamma_{2n-1} T_{2n-1}(x) + \tag{15}$$

$$+ \eta_1 \widetilde{T}_1(x) + \eta_2 \widetilde{T}_2(x) + \ldots + \eta_{2n} \widetilde{T}_{2n}(x)$$

unde $T(x)$ este seria trigonometrică

$$\frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \ldots + a_k \cos kx + b_k \sin kx + \ldots$$

cu coeficienții a_k și b_k dați de (14) și (14') în care coeficienții arbitrari $a_0, a_1, \ldots, a_{2n-1}$ și $b_1, b_2, \ldots, b_{2n}$ sînt toți nuli

Seriile $T_0(x)$, $T_1(x), \ldots, T_{2n-1}(x)$, $\widetilde{T}_1(x), \ldots, \widetilde{T}_{2n}(x)$ sînt serii trigonometrice independente de $f(x)$ care au expresiile

$$T_0(x) = \frac{1}{2} - \cos 2nx + \cos 4nx - \cos 6nx + T_k(x)\cos kx - \tag{16}$$

$$-2\cos(2n+k)x - \cos(4n-k)x + 3\cos(4n+k)x + \ldots$$

$$k = 1, 2, \ldots, 2n-1\,;$$

$$\widetilde{T}_k(x) = \sin kx - 2\sin(2n+k)x + \sin(4n-k)x + 3\sin(4n+kx -$$

$$-2\sin(6n-k)x - 4\sin(6n+k)x + \ldots$$

$$k = 1, 2, \ldots, 2n$$

În legătură cu sumabilitatea seriilor arbitrare T_k și $\widetilde{T}_k$ putem enunța

Teorema 4.2. Fie $f(x)$ o funcție definită pe $[-\pi, \pi]$ în afară de o mulțime $\mathfrak{M}$ de măsură nulă, neintegrabile pe $[-\pi, \pi]$ și care îndeplinește în raport cu $\mathfrak{M}_{2n} \subset \mathfrak{M}$ condițiile $a^*)$, $b^*)$, $c^*)$.

Seriile $T_k(x)$, $k = 0, 1, 2, \ldots, 2n-1$, care intră în expresia seriei Fourier asociată funcției $f(x)$ sînt sumabile $(C, 2)$ către 0 în orice punct $x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$

Demonstrație :

Considerăm seria trigonometrică :

$$T_k(x) = \cos kx - 2\cos(2n+k)x - \cos(4n-k)x + \\ + 3\cos(4n+k)x + 2\cos(6n-k)x - 4\cos(6n+k)x - \ldots \tag{17}$$

pentru care calculăm sumele :

$$p(2p+1)\sigma_{2p+1}(x) = 2ps_0 + (2p-1)s_1 + \ldots + s_{2p-1} = \\ = \tau_0 + \tau_1 + \ldots + \tau_{2p}$$

unde $\tau_{2p} = s_0 + s_1 + \ldots + s_{2p}$.

Avem

$$s_{2p} = -\frac{p\sin kx\sin(2pn+n)x}{\cos nx} + \frac{L(\cos a(p,n)x, \sin a(p,n)x)}{\sin^2 2nx} \tag{18}$$

unde L [cos $a(p, n)x$, sin $a(p, n)x$] este o funcție liniară de sinus și cosinus în care coeficienții nu depind de p. Seriile conținute în L sînt sumabile $(C, 1)$ către zero, deci conform unui rezultat cunoscut [1]* sînt sumabile și (C, α) către 0 pentru $\alpha > 1$.

Însumînd obținem

$$\tau_{2p} = \frac{\sin kx\sin nx}{2\sin^2 2nx\cos nx} + \frac{p\sin kx\cos(2pn+3n)x}{2\cos nx\sin 2nx} + \\ + \frac{L^*[\cos a(p,n)x;\ \sin a(p,n)x]}{\sin^3 2nx} \tag{19}$$

unde L^* îndeplinește aceleași condiții ca și funcția L.

Dacă calculăm suma σ_{2p+1} obținem

$$p(2p+1)\sigma_{2p+1}(x) = \frac{2p\sin kx\sin nx\cos(pn+2n)x}{\sin^2 2nx\cos nx} + \\ + \frac{p\cos kx}{4\sin^2 2nx} - \frac{p\sin nx\sin(2pn+3n+k)x}{2\sin^2 2nx} \tag{19'}$$

Dacă $p \to \infty$, $\sigma_{2p+1} \to 0$, oricare ar fi k, în afara punctelor în care $\cos^2 nx = 0$, adică a punctelor mulțimii $\mathfrak{M}_{2n}$.

Un rezultat analog se obține relativ la sumabilitatea seriilor

$$\widetilde{T}_k(x),\ k = 1, 2, \ldots, 2n.$$

Teorema 4.3. Dacă $f(x)$ este o funcție care îndeplinește condițiile cerute de teorema (4.2) seriile $\widetilde{T}_k(x)$ definite de (16') sînt sumabile $(C, 2)$ către 0 în orice punct $x \in [-\pi, \pi] - \mathfrak{M}$.

Catedra de matematici III
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1 *A. Zygmund* „Trigonometric series" — Cambridge 1959.

2 *Marcel N. Roşculeţ.* Sur les série de Fourier attachée à une fonction non integrable. Rev. Roum. Math. pures et appl. 2 (1966).

3 *Mariana Craiu.* Proprietăți ale seriei Fourier asociaté unei funcții neintegrabile de singularități date. Studii și Cercetări matematice 3 (1967).

4 *Marcel N. Roşculeţ.* Cercetări asupra seriilor trigonometrice. Studii și cercetări mat. 4 (1965).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

C.Z. : 53.081 : 531.7 : 517 : 624.072.2 : 54 : 539

ANALIZA DIMENSIONALĂ GENERALĂ

C. I. STAICU
ICENERG

Introducere

Realitatea exprimată de relațiile raționale utilizate în fizică și tehnică se referă la legătura dintre valorile numerice ale mărimilor care se utilizează la descrierea fenomenelor fizice precum și la identitatea unităților de măsură (mărimilor fundamentale) ale termenilor care alcătuiesc relațiile.

Preocupările actuale privind aspectul dimensional al relațiilor sînt multiple și anume : verificarea omogenității relațiilor care au fost stabilite cu alte metode, determinarea semnificației fizice a elementelor din relații, stabilirea valorilor mărimilor la schimbarea unităților de măsură, stabilirea invarianților în teoria similitudinii. În acest studiu ne ocupăm de posibilitatea de a se stabili relații fizice pe baza considerentelor dimensionale ; această preocupare constituie conținutul analizei dimensionale.

Cu analiza dimensională se pot stabili relații fizice numai dacă se dispune de mărimile care descriu fenomenul și de ecuațiile dimensionale ale mărimilor respective.

Cu analiza dimensională (restrînsă), utilizată în prezent, posibilitățile de a se stabili relații fizice, sînt limitate la un număr relativ mic de relații fizice, cele descrise cu 4—5 mărimi, pentru care sînt determinate sistemele de ecuații, furnizate de principiul omogenității, în care necunoscutele reprezintă exponenți de mărime.

În analiza dimensională generală, se depășește acest cadru limitat și se extinde posibilitatea de stabilire a relațiilor raționale la toate fenomenele fizice, descrise cu oricîte mărimi.

1. Teorema fundamentală a analizei dimensionale restrînse

1.1. *Exprimarea teoremei prin relație*

Fenomenele fizice se descriu cu mărimile fizice definite pînă în prezent ; lungimea, timpul, viteza, accelerația etc. Pentru descrierea unui fenomen oarecare sînt necesare m^* mărimi $A,B,C...$ $M,N,P...$ dintre mă-

rimile domeniului respectiv ; cinematică, mecanică, electromagnetism, optică etc. Funcţia mărimilor utilizate la descriere este unică pentru fiecare fenomen.

Transformările sistemelor fizice sînt descrise de relaţiile dintre mărimi pentru care se demonstrează că pot fi puse sub forma produsului de puteri

$$P = k\, A^a\, B^b\, C^c \ldots M^m \ldots, \tag{1}$$

în care exponenţii de mărime $a,b,c,\ldots$ şi factorul numeric adimensional k sînt numere pure şi pot lua orice valoare întreagă sau raţională, pozitivă sau negativă. Pentru un fenomen fizic dat, exponenţii de mărime şi factorul numeric admit valori unice ; exponenţii de mărime, de exemplu a, sînt daţi de relaţii de forma

$$\frac{A}{f(A)} \cdot \frac{\partial f(A)}{\partial A} = a,$$

iar factorul numeric rezultă prin integrarea acesteia, adică

$$\ln f(A) = a \cdot \ln A + \ln k$$

de unde se obţine relaţia (1) care reprezintă TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ANALIZEI DIMENSIONALE RESTRÎNSE.

1.2. *Ecuaţiile analizei dimensionale restrînse*

În anumită condiţie, valorile exponenţilor de mărime pot fi stabilite cu ajutorul analizei dimensionale. Această metodă se bazează pe principiul omogenităţii enunţat de Fourier, conform căruia în relaţia (1), mărimile fundamentale din cei doi membri sînt respectiv la aceiaşi putere.

Într-un sistem oarecare de unităţi, format cu d^* mărimi fundamentale, dimensiunile celor m^* mărimi utilizate la descrierea fenomenului sînt următoarele

$$\begin{aligned} [A] &= L^{l_a} M^{m_a} T^{t_a} \cdots \\ [B] &= L^{l_b} M^{m_b} T^{t_b} \cdots \\ &\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{2}$$

Prin introducerea ecuaţiilor (2) în (1) şi prin aplicarea principiului omogenităţii, se obţine un sistem neomogen de $e^* \leq d^*$ ecuaţii liniare cu $n^* = m^* - 1$ necunoscute

$$\begin{aligned} &l_a \cdot a + l_b \cdot b + l_c \cdot c + \cdots + l_m \cdot m \cdots = l_p \\ &m_a \cdot a + m_b \cdot b + m_c \cdot c + \cdots + m_m \cdot m \cdots = m_p \\ &t_a \cdot a + t_b \cdot b + t_c \cdot c + \cdots + t_m \cdot m \cdots = t_p \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \tag{3}$$

Ecuaţiile analizei dimensionale restrînse (3) sînt de forma

$$\Sigma\, \pi\, v_1\, v_2 = \text{const.}, \tag{4.1}$$

în care v_1 și v_2 reprezintă valorile numerice ale exponenților de dimensiune și de mărime iar constanta este un produs dintre unitate (valoarea exponentului mărimei explicite) și un exponent de dimensiune. Aceste ecuații se scriu pentru fiecare mărime fundamentală a sistemului dimensional utilizat, numărul lor $e^* \leqslant d^*$. Necunoscutele reprezintă exponenții mărimilor utilizate la descrierea fenomenului, numărul lor $n^* = m^* - 1$. Termenii acestor ecuații reprezintă produse dintre o valoare numerică și o necunoscută, numărul termenilor t^* dintr-o ecuație oarecare este dat de numărul mărimilor utilizate la descriere ale căror dimensiuni conțin mărimea fundamentală corespunzătoare ecuației.

1.3. *Condiția analizei dimensionale restrînse*

Cu sistemele de ecuații (3) care se obțin în analiza dimensională restrînsă se pot stabili relațiile corespunzătoare numai pentru fenomenele și sistemele dimensionale care respectă următoarea CONDIȚIE: Numărul mărimilor utilizate la descrierea unui fenomen fizic este mai mare cel mult cu o unitate decît numărul ecuațiilor distincte care se obțin, cu sistemul dimensional utilizat, prin aplicarea principiului omogenității.

Dacă această condiție nu este îndeplinită, sistemele (3) sînt nedeterminate; acest fapt limitează posibilitățile de stabilire a relațiilor, cu ajutorul analizei dimensionale, la un număr mic de fenomene.

În cazul fenomenelor descrise cu un număr mai mare de mărimi, care conduc la sisteme de ecuații, între exponenți, nedeterminate, este necesar să se elimine soluțiile necorespunzătoare; acest lucru poate fi realizat în analiza dimensională generală.

2. Teorema fundamentală a analizei dimensionale generale

2.1. *Eliminarea soluțiilor negative*

Soluțiile negative care se pot obține din (3) pentru unele necunoscute, arată că mărimile la care se referă trebuie să treacă în primul membru al relației (1). Rezultă deci că la descrierea unui fenomen fizic, este indicat să se facă repartizarea mărimilor, între cei doi membrii ai relației, înainte de aplicarea principiului omogenității. În acest caz, sistemele de ecuații între exponenții de mărime, care se obțin prin aplicarea acestui principiu, admit numai soluții pozitive. Distribuția mărimilor între cei doi membrii depinde de natura fizică a fenomenului și trebuie făcută teoretic sau în baza unui studiu experimental.

2.2. *Eliminarea soluțiilor raționale*

Forma cea mai generală a exponenților de mărime dintr-o relație fizică stabilită în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale restrînse este numărul rațional (fracția de numere întregi). Relația (1) se scrie sub forma

$$P = k A^{\frac{a_0}{a_1}} B^{\frac{b_0}{b_1}} C^{\frac{c_0}{c_1}} \ldots M^{\frac{m_0}{m_1}} \ldots \qquad (5)$$

Exponenţii de mărime din (5) alcătuiesc un şir de numere raţionale. Pentru aceste numere, este cunoscută din aritmetică proprietatea conform căreia dintr-un număr raţional, prin amplificare cu un întreg convenabil, se poate obţine un număr întreg.

Amplificarea poate fi făcută cu orice multiplu al numitorului de la numărul raţional considerat.

Exponentul mărimii A, de exemplu, prin amplificarea cu mult. a_1 capătă valoarea întreagă

$$\frac{a_0}{a_1}\,\text{mult. } a_1 = \text{mult. } a_0 = a.$$

Această proprietate poate fi extinsă la mai multe numere raţionale în care caz întregul convenabil este un multiplu comun al tuturor numitorilor de la numerele raţionale considerate.

Pe aceste baze se introduce notaţia

$$p = \text{mult } (a_1,\ b_1,\ c_1 \ldots m_1 \ldots);$$

numerele raţionale din (5) devin

$$\begin{aligned} &\frac{a_0}{a_1}\,\text{mult. } (a_1,\ b_1,\ c_1 \ldots) = p\,\frac{a_0}{a_1} = a \\ &\frac{b_0}{b_1}\,\text{mult. } (a_1,\ b_1,\ c_1 \ldots) = p\,\frac{b_0}{b_1} = b \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{6}$$

în care $a, b, c, \ldots$ sînt noi simboluri pentru exponenţii de mărime.

În analiza dimensională, şirul de valori raţionale este format de exponenţii de mărime din (5).

Cu valorile din (6), relaţia (5) devine

$$P = k\,A^{\frac{a}{p}}\,B^{\frac{b}{p}}\,C^{\frac{c}{p}} \cdots M^{\frac{m}{p}} \cdots \tag{7}$$

2.3. *Exprimarea teoremei prin relaţie*

Distribuţia mărimilor între cei doi membri ai unei relaţii şi afectarea de exponenţi necunoscuţi la toate mărimile utilizată la descriere, ca măsuri prealabile, care se iau înainte de aplicarea principiului omogenităţii, au condus la relaţia

$$M^m\,N^n\,P^p \ldots = k\,A^a\,B^b\,C^c \ldots \tag{8}$$

Relaţia (8) reprezintă TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ANALIZEI DIMENSIONALE GENERALE.

În baza acestei teoreme, exponenţii de mărime au totdeauna numai valori numerice întregi şi pozitive.

2.4. *Ecuațiile analizei dimensionale generale*

Prin introducerea ecuațiilor (3) în (8) și prin aplicarea principiului omogenității se obține un sistem omogen format din e^* ecuații liniare cu n^* necunoscute

$$\begin{aligned} &l_a \cdot a + l_b \cdot b + l_c \cdot c + \ldots = l_m \cdot m + l_n \cdot n + l_p \cdot p \ldots \\ &m_a \cdot a + m_b \cdot b + m_c \cdot c + \ldots = m_m \cdot m + m_n \cdot n + m_p \cdot p \ldots \\ &t_a \cdot a + t_b \cdot b + t_c \cdot c + \ldots = t_m \cdot m + t_n \cdot n + t_p \cdot p \ldots \end{aligned} \tag{9}$$

. . . . . .

Ecuațiile analizei dimensionale generale sînt de forma

$$\Sigma \pi v_1 v_2 = 0 \tag{4.2}$$

. . . . . .

în care v_1 și v_2 au semnificația cunoscută.

În analiza dimensională generală, între numărul mărimilor utilizate la descrierea fenomenului și numărul necunoscutelor din ecuațiile (9) există relația $n^* = m^*$, ceea ce înseamnă că numărul necunoscutelor este mai mare ca în cea restrînsă.

2.5. *Corolarul analizei dimensionale generale*

Sistemele de ecuații (9) se rezolvă numai pentru soluții întregi. Aceste ecuații fac parte din categoria sistemelor de ecuații diofantice. Ele pot fi obținute uneori și în analiza dimensională restrînsă.

Caracterul diofantic al ecuațiilor (9) este consecința directă a teoremei fundamentale a analizei dimensionale generale. Acest fapt constituie un COROLAR al teoremei cu următorul enunț: Prin afectarea de exponenți necunoscuți la toate mărimile care descriu un fenomen fizic oarecare și gruparea mărimilor între cei doi membrii ai relației, ecuațiile analizei dimensionale sînt de tip diofantic și admit numai soluții întregi, pozitive.

3. Legea valorilor minime, întregi, pozitive

3.1. *Eliminarea soluțiilor mari*

Valorile arbitrare din cîmpul numerelor întregi, pozitive, care mai pot fi luate în considerare la rezolvarea unui sistem de ecuații (9), conduc totuși la o infinitate de soluții care determină același număr de relații dimensional valabile.

Pentru stabilirea unui criteriu în baza căruia să se poată selecta soluția cu valorile unice, care determină relația fizic valabilă, se consideră cazul fenomenelor și al sistemelor dimensionale pentru care diferența caracteristică n^*—e^* are o valoare mai mare ca unitatea, situația cazului cu valoare unitară fiind evidentă. De asemenea, în vederea simplificării prezentării, se adoptă cazul n^*—$e^* = 2$, concluziile care vor rezulta fiind însă general valabile. Alegerea acestui caz este determinată, în plus, de posibilitățile schimbării sistemelor dimensionale de care se dispune în prezent, pe baza căreia se face demonstrația.

Se știe că pentru o mărime A, care în sistemul dimensional cu $d^*=2$ mărimi fundamentale are dimensiunea

$$[A]=L_a^{l'}T_a^{t'} \quad [A]=L_a^{l'}T_a^{t'}, \tag{2.1}$$

iar în sistemul cu $d^*=3$, are dimensiunea

$$[A]=L_a^{l}M_a^{m}T_a^{t} \quad [A]=L_a^{l}M_a^{m}T_a^{t}, \tag{2.2}$$

între exponenții de dimensiune există relațiile

$$\begin{aligned} l'_a &= l_a + 3m_a \\ t'_a &= t_a - 2m_a. \end{aligned} \tag{10}$$

Se consideră un fenomen fizic descris cu $m^*=4$ mărimi și un sistem dimensional cu $d^*=3$ mărimi fundamentale. În analiza dimensională restrînsă, relația de legătură dintre mărimi

$$P=kA^{\frac{a_0}{a_1}}B^{\frac{b_0}{b_1}}C^{\frac{c_0}{c_1}}, \tag{11}$$

în care se introduc dimensiunile (2.2) conduce, prin aplicarea principiului omogenității, la sistemul determinat

$$\begin{aligned} l_a\cdot\frac{a_0}{a_1}+l_b\cdot\frac{b_0}{b_1}+l_c\cdot\frac{c_0}{c_1}&=l_p \\ m_a\cdot\frac{a_0}{a_1}+m_b\cdot\frac{b_0}{b_1}+m_c\cdot\frac{c_0}{c_1}&=m_p \\ t_a\cdot\frac{a_0}{a_1}+t_b\cdot\frac{b_0}{b_1}+t_c\cdot\frac{c_0}{c_1}&=t_p, \end{aligned} \tag{12}$$

format din $e^*=3$ ecuații lineare, neomogene cu $n^*=3$ necunoscute. Se consideră că toate ecuațiile sînt distincte. Acest sistem admite soluțiile unice

$$\frac{a_0}{a_1}=\frac{\Delta_a}{\Delta_a}, \quad \frac{b_0}{b_1}=\frac{\Delta_b}{\Delta_s}, \quad \frac{c_0}{c_1}=\frac{\Delta_c}{\Delta_s}, \tag{13}$$

care pot avea valori întregi sau raționale, pozitive.

Pentru relația din analiza dimensională generală se consideră același fenomen ($m^*=4$) și un sistem dimensional cu $d^*=2$ mărimi fundamentale. Relația de legătură dintre mărimi.

$$P=kA^aB^bC^c, \tag{14}$$

în care se introduc dimensiunile (2.1), conduce la sistemul nedeterminat

$$\begin{aligned} l'_a\cdot a+l'_b\cdot b+l'_c\cdot c&=l'_p\cdot p \\ t'_a\cdot a+t'_b\cdot b+t'_c\cdot c&=t'_p\cdot p, \end{aligned} \tag{16}$$

format din $e^*=2$ ecuații liniare, omogene cu $n^*=4$ necunoscute. Se consideră și în acest caz că ambele ecuații sînt distincte iar distribuția mărimilor este ca în relația fizic valabilă. Acest sistem admite numai soluții întregi, pozitive.

Se adoptă necunoscutele c și p drept variabile independente. Soluțiile sistemului vor fi

$$a=\frac{p\Delta'_{b,p}-c\Delta'_{b,c}}{\Delta'_{a,b}},\quad b=\frac{p\Delta'_{a,p}-c\Delta'_{a,c}}{\Delta'_{a,b}} \tag{16}$$

și conduc la o infinitate de valori.

În vederea stabilirii criteriului de selecție căutat, se compară soluțiile unice (13) cu infinitatea de soluții (16). La compararea acestor soluții trebuie să se țină seama de relațiile (6) care transformă soluțiile (13) în valori întregi. Pe aceste baze se obțin următoarele relații

$$\begin{aligned} a&=p\frac{\Delta_a}{\Delta_s}=\frac{p\Delta'_{b,p}-c\Delta'_{b,c}}{\Delta'_{a,b}}=f_a\left(1'_{a,b,c,p},t'_{a,b,c,p}\right)\\ b&=p\frac{\Delta_b}{\Delta_s}=\frac{p\Delta'_{a,p}-c\Delta'_{a,c}}{\Delta'_{a,b}}=f_b\left(1'_{a,b,c,p},t'_{a,b,c,p}\right). \end{aligned} \tag{17}$$

Determinanții relațiilor (17) conțin exponenți de dimensiune proveniți de la două sisteme dimensionale. Valorile acestor determinanți sînt independente de parametrii arbitrari c și p. Rezultă deci că pentru a fi valabile relațiile (17) este necesar ca exponentul de mărime

$$c=p\cdot f'\left(1'_{a,b,c,p},t'_{a,b,c,p}\right). \tag{18}$$

Calculul determinanților din (17), care se face ținînd seama și de relațiile (10), arată că funcția necunoscută din (18)

$$f'\left(1'_{a,b,c,p},\cdots\right)=\left(1_{a,b,c,p},m_{a,b,c,p},\cdots\right)=\frac{\Delta_c}{\Delta_s} \tag{19}$$

adică valoarea exponentului de mărime $\frac{c_0}{c_1}$ care se obține, în mod univoc, în analiza dimensională restrînsă. Din (18) și (19), ținînd seama de (10) și (13), rezultă

$$c=p\frac{\Delta_c}{\Delta_s}=p\cdot f_c\left(1'_{a,b,c,p},t'_{a,b,c,p}\right),$$

care este deci de forma indicată de (18).

Rezultă deci că în analiza dimensională generală, valorile unice ale exponenților de mărime a și b date de relațiile (16) și a exponentului de mărime c dată de relațiile (18) și (19), se calculează ca produse

dintre un parametru arbitrar p și funcțiuni ale exponenților de dimensiune, respectiv

$$a = p \cdot f'_a (1'_{a,b,c,p,} t'_{a,b,c,p})$$
$$b = d \cdot f'_b (1'_{a,b,c,p,}, \ldots) \qquad (20)$$
$$c = p \cdot f'_c (1'_{a,b,c,p,}, \ldots).$$

Valorile șirului natural de numere care se pot atribui în mod arbitrar parametrului p și relațiile (20) conduc la soluțiile din tabelă.

p	1	2	3	.....	n	.....
$a = p.f'_a$	f'_a	$2\,f'_a$	$3\,f'_a$		$n\,f'_a$	
$b = p.f'_b$	f'_b	$2\,f'_b$	$3\,f'_b$		$n\,f'_b$	
$c = p.f'_c$	f'_c	$2\,f'_c$	$3\,f'_c$		$n\,f'_c$	

Cu valorile din tabelă, relația (14) conduce la o infinitate de relații echivalente. Soluția din coloana n determină o relație care reprezintă puterea de același ordin de mărime a relației dată de soluția din prima coloană. Pentru a se lucra cu relații cît mai simple, dintr-un șir de relații echivalente, se reține relația cu exponenții de mărime, relativ cei mai mici. Valorile lor trebuie să fie numai întregi ; este posibil ca $p_{min} > 1$.

3.2. *Enunțul legii*

Acest rezultat general are valabilitatea unei legi pe care o denumim LEGEA VALORILOR MINIME, ÎNTREGI, POZITIVE cu următorul enunț : Exponenții de mărime din relațiile matematice ale fizicii, scrise în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, admit valorile minime, întregi, pozitive ale soluției care determină relația cea mai simplă din infinitatea de soluții care conduc la relații echivalente.

Valabilitatea acestei legi a fost verificată, de autor, pe un număr mare de exemple.

Conținutul acestei legi este susceptibil de a deveni o teoremă dacă se va da demonstrația cazului general.

4. Legea omogenizării progresive

4.1. *Rezolvarea sistemelor de ecuații diofantice*

În vederea aplicării în practică a legii valorilor minime, întregi, pozitive, este necesar ca sistemele de ecuații între exponenții de mărime din analiza dimensională generală să fie rezolvate iar soluțiile să fie astfel sistematizate încît să se pună în evidență relațiile echivalente.

În legătură cu rezolvarea sistemelor de ecuații (9) se știe din algebră că un sistem omogen este totdeauna compatibil deoarece admit soluția banală $a=b=c...$ $n=...=o$. Dacă rangul r* al determinantului principal este egal cu numărul necunoscutelor n^*, sistemul omogen nu admite decît soluția banală. Cînd $e^*<n^*$, există soluții diferite de zero ; acest caz se întîlnește totdeauna în analiza dimensională generală.

Orice soluție a unui sistem omogen (9) este un vector (a_1, b_1, c_1,...) ale cărui componente introduse în locul necunoscutelor *(a,b,c)* verifică ecuațiile. Pentru un sistem de ecuații omogene cu n* necunoscute, a cărui matrice are rangul r^*, se pot găsi $n^*—r^*$ vectori a_1, b_1, c_1..., a_2, b_2, c_2,... astfel încît orice vector *a,b,c,* soluție a sistemului omogen dat, este liniar dependent de vectorii inițiali. La rezolvarea unui astfel de sistem pot fi luate în considerare, în mod arbitrar, mai multe grupuri de cîte $n^*—r^*$ vectori care conduc deci la mai multe infinități de soluții.

Rezolvarea sistemelor de ecuații (9) cu metodele generale conduce la necesitatea introducerii unui număr de $n^*—r^*$ parametrii arbitrari care determină deci, de asemenea, mai multe infinități de soluții.

Aceste metode nu realizează gruparea soluțiilor în șir unic din care să rezulte relațiile echivalente astfel încît să poată fi aplicată legea valorilor minime, întregi, pozitive.

4.2. *Caracteristică a sistemelor de ecuații din analiza dimensională generală*

În vederea formulării unei metode proprii de rezolvare a sistemelor de ecuații (9), se descrie o proprietate a lor.

În legătură cu dimensiunile mărimilor fizice, este cunoscută clasificarea lor în mărimi fundamentale, ale căror unități de măsură se variază independent și mărimi secundare, ale căror unități depind de unitățile mărimilor fundamentale.

Dimensiunile mărimilor secundare întrunesc numere variabile de mărimi fundamentale, după domeniul științei din care fac parte. În geometrie, de exemplu, este suficientă o singură mărime fundamentală, lungimea *L*, în funcție de care se exprimă dimensiunile tuturor mărimilor geometrice. În cinematică apare, în plus, mărimea fundamentală timpul *T* iar în mecanică mai apare masa *M*. În raport cu fiecare dintre măsurile fundamentale, exponenții de dimensiune pot avea valori semnificative și zero.

Pentru descrierea fenomenelor fizice din mecanică, de exemplu, se utilizează un număr oarecare de mărimi care fac parte din speciile mărimilor geometrice, cinematice și mecanice. Cu mărimea fundamentală *L* se scriu dimensiunile mărimilor geometrice și participă la dimensiunile multor mărimi cinematice și mecanice. Mărimea fundamentală *T* apare în dimensiunile tuturor mărimilor cinematice și a unor mărimi mecanice. Mărimea fundamentală *M* apare în dimensiunile tuturor mărimilor me-

canice. Rezultă deci că frecvența mărimilor fundamentale în dimensiunile mărimilor fizice este variabilă.

Ca urmare a frecvenței variabile a mărimilor fundamentale, ecuațiile analizei dimensionale vor avea totdeauna numere variabile de termeni. În general, numărul termenilor din ecuațiile corespunzătoare mărimii fundamentale T este mai mare comparativ cu numărul termenilor din ecuațiile mărimii M, ecuațiile mărimii L avînd totdeauna cel mai mare număr de termeni.

Numărul variabil de termeni cu care sînt alcătuite ecuațiile unui sistem din analiza dimensională generală, constituie o CARACTERISTICĂ A SISTEMELOR DE ECUAȚII.

4.3. *Rezolvarea progresivă a sistemelor de ecuații*

În cele ce urmează, pentru simplificarea prezentării, se consideră cazul fenomenului fizic descris cu $m^*=5$ mărimi și un sistem dimensional cu $d^*=3$ mărimi fundamentale. Pentru a pune în evidență caracteristica de mai sus, se face ipoteza că din relația scrisă în baza teoremei fundamentale a analizei dimensionale generale

$$P^p = k A^a A^q C^c D^d, \tag{14}$$

prin aplicarea principiului omogenității se obține, de exemplu, următorul sistem de ecuații :

$$\begin{aligned} l_a \cdot a + l_b \cdot b + l_c \cdot c &= l_p \cdot p \\ m_a \cdot a + m_d \cdot d &= m_p \cdot p \\ t_b \cdot b &= t_p \cdot p, \end{aligned} \tag{21}$$

format din $e^*=3$ ecuații liniare, omogene, cu $n^*=5$ necunoscute. Adoptarea unei repartizări arbitrare a termenilor face ca demonstrația să fie general valabilă.

Matricea coeficienților sistemului de ecuații (21), este de rangul $r^*=3$ de unde rezultă că sînt necesare $n^*-r^*=2$ variabile independente. Cu o metodă generală de rezolvare, se obțin soluțiile

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_p}{m_a} p - \frac{m_d}{m_a} d \\ b &= \frac{t_p}{tp} p \\ c &= \frac{m_p t_b - l_b t_p + l_p t_p}{m_a t_b} p - \frac{m_d}{m_a} d. \end{aligned} \tag{22}$$

Aceste soluții pot fi obținute și direct prin rezolvarea separată a fiecărei ecuații (22). Astfel, soluția necunoscutei b, rezultă imediat din cea de a treia ecuație (21) care este alcătuită cu cel mai mic număr de termeni, $t_T^*=2$. Soluția necunoscutei a, în funcție de aceleași variabile

independente, rezultă cu ușurință din a doua ecuație (21) care are un număr de termeni mai mare cu o unitate decît ecuația folosită anterior, $t^*_M = 3$. Din prima ecuație, cu cel mai mare număr de termeni, $t^*_L = 4$ și soluțiile deja stabilite, rezultă soluția necunoscutei c. La rezolvarea separată, ecuație cu ecuație, a sistemului (21), a fost necesar ca ecuațiile să fie considerate în ordinea crescîndă a numărului de termeni iar alegerea variabilelor independente nu este în întregime arbitrară.

Această metodă de rezolvare a sistemelor de ecuații din analiza dimensională generală (ecuație cu ecuație, după frecvența crescîndă a numărului de termeni și ținînd seama de limitările pe care le implică alegerea variabilelor independente) o denumim METODA REZOLVĂRII PROGRESIVE ; ea este consecința faptului că sistemele (21) sînt nedeterminate și de tip diofantic iar ecuațiile au numere variabile de termeni.

4.4. *Enunțul legii*

Rezolvarea progresivă a sistemelor diofantice de ecuații nedeterminate din analiza dimensională generală indică modalitatea în care se realizează omogenizarea relațiilor fizice. Se respectă o lege dimensională de constituire a acestora pe care o denumim LEGEA OMOGENIZĂRII PROGRESIVE și care se enunță astfel : În relațiile fizice, scrise în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, mărimile fundamentale, ale sistemului dimensional adoptat, se omogenizează progresiv, în ordinea crescîndă a frecvenței lor.

5. Metoda omogenizării mărimilor fundamentale

Cu cele două legi, a omogenizării progresive și a valorilor minime, întregi, pozitive, se pot obține cu ușurință valorile numerice ale exponenților de mărime din relațiile fizice scrise în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensionale generale.

Rezolvarea sistemelor de ecuații (21) se face în baza legii omogenizării progresive, ceea ce constituie prima etapă a procedeului dimensional de constituire a relațiilor fizice. Această modalitate de rezolvare conduce la stabilirea șirului de soluții care pun în evidență relațiile echivalente. Se realizează deci condițiile cerute de aplicarea legii valorilor minime, întregi, pozitive.

Stabilirea valorilor unice, arbitrare și dependente, care verifică ecuațiile (21), ceea ce constituie a doua etapă a procedeului dimensional de constituire a relațiilor fizice, se face cu legea valorilor minime, întregi, pozitive.

În aplicațiile din practică, legile se aplică fiecărei ecuații, considerată separat.

Rezultă deci că METODA OMOGENIZĂRII MĂRIMILOR FUNDAMENTALE se enunță astfel : Exponenții de mărime din relațiile fizice scrise în conformitate cu teorema fundamentală a analizei dimensio-

nale generale, admit valorile minime, întregi, pozitive care verifică ecuațiile principiului omogenității rezolvate separat, în ordinea crescîndă a frecvenței mărimilor fundamentale.

6. Exemplu. Grinda rezemată

Valorile unice ale exponenților de mărime care se pot obține în analiza dimensională generală cu metoda omogenizării progresive, sînt identice cu cele care se stabilesc cu metoda analitică.

Încovoierea unei grinzi rezemate, de lungime 1, acționată de o sarcină concentrată P, dirijată vertical și aplicată într-un punct oarecare situat la distanțele x și y de reazeme, se descrie cu mărimile funcției

$$f(s, E, I, l, P, x, y) = 0$$

în care mai apar modulul de elasticitate E, momentul de inerție I și săgeata s ($m^*=7$). Această funcție cu mărimile distribuite și cu exponenți necunoscuți la toate mărimile

$$I^a E^b I^c l^d = k P^e x^f y^g \tag{23}$$

(conform teoremei fundamentale a analizei dimensionale generale) în care se introduc dimensiunile din sistemul cu $d^*=3$ mărimi fundamentale

$$(L)^a (L^{-1} MT^{-2})^b (L^4)^c (L)^d = (LMT^{-2})^e (L)^f (L)^g,$$

conduce la sistemul omogen de $e^*=2$ ecuații liniare cu $n^*=7$ necunoscute

$$a - b + 4c + d = e + f + g$$

$$b = e,$$

care reprezintă condiția de omogenitate.

În baza legii valorilor minime, întregi, pozitive, din ecuația a doua, care se ia în considerare în baza legii omogenității progresive, rezultă $b=e=1$ iar prima ecuație devine $(a+4\ c+d) - (f+g) = 2$. Pe aceiași bază, trebuie să se admită $a+4\ c+d=6$ iar $f+g=4$, de unde rezultă $a=c=d=1$ și $f=g=2$. Cu aceste valori, din (23) se obține relația

$$s = k \frac{P x^2 y^3}{EI l},$$

identică celei care rezultă prin metoda analitică.

Folosind analiza dimensională generală, autorul a stabilit diverse relații noi, care au fost publicate în literatura de specialitate [15—18].

7. Generalizare la chimie și fizica nucleară

Legea valorilor minime, întregi, pozitive, se aplică în fizică, la stabilirea exponenților de mărime, în chimie, la stabilirea coeficienților de substanță și în fizica nucleară, la stabilirea coeficienților de nucleu sau particulă elementară.

Valabilitatea generală a acestei legi rezultă din faptul că principiul omogenității, principiul conservării masei și principiul conservării numărului de nucleoni și sarcinii electrice, care se aplică respectiv relațiilor fizice, ecuațiilor chimice și ecuațiilor nucleare, conduc la ecuații diofantice de forma

$$\Sigma \pi v_1 v_2 = k \tag{4.3}$$

în care v_1 și v_2 reprezintă, respectiv, exponenți de dimensiune și de mărime în fizică, coeficienți de element și de substanță în chimie și numere de masă sau atomic și coeficienți de nucleu sau particulă elementară în fizica nucleară.

Legea valorilor minime, întregi, pozitive, reprezintă un aspect al unității celor trei domenii ale științei.

8. Perspective pentru viitor

Noul conținut al analizei dimensionale face general valabilă această metodă de stabilire a relațiilor, atît de necesare practicii, putînd fi aplicată în toate ramurile fizicii și tehnicii, necondiționat de numărul mărimilor utilizate la descriere. Analiza dimensională generală conduce la reconsiderarea unor aspecte actuale ale cercetării experimentale legate de teoria similitudinii. Ea constituie o etapă superioară de verificare a relațiilor stabilite cu alte metode. Totodată, se consideră că ar putea să contribuie la progresarea cercetării teoretice dînd indicații mai cuprinzătoare asupra relației finale.

Completată cu rezultatele măsurătorilor experimentale, analiza dimensională generală poate stabili relații cantitative (inclusiv factorul numeric) în fizică și tehnică.

BIBLIOGRAFIE

1. *Alfio di Bella*, Dinamica de la nave, Genova, Editura Briano, 1951, vol. I, p. 151 — 300.
2. *Bridgman P. W.*, Dimensional Analysis, Revised edition, sixth printing, New Haven, Yale University Press, London, Geoffrey Cumberlege, 1943, 113 p.
3. Esnault Pelterie R., L'analyse dimensionnelle, Edition F. Ronge, Lausanne, 1946, 236 p.
4. *Kirpicev V. N.*, Analiz razmernosti, Izvestia Akademii Nauk, SSSR, OTN, nr. 9 1953, p. 1330 — 1340.
5. *Meldahl Axel*, Über homogen geschribene Gleichungen, Massysteme und Dimensionsanalyse, BBC Nachrichten, nr. 6, 1961, p. 319 — 323.
6. *Oncescu M.*, Mărimi și unități în fizică, București, Editura Tehnică, 1955, vol. I, 367 p.
7. *Palacios Julio*, Analyse dimensionelle, traduit de l'espagnol par Jean Prévot, Gauthiers — Villars, Paris, 1960, 207 p.
8. *Placinteanu I.*, Mărimi fizice și unitățile lor de măsură, București, Tehnica Militară (supliment) nr. 1, 52 p.
9. *Saint Guilhem R.*, Système des unités et l'analyse dimensionnelle, Annales des mines, Paris, 137-ème anée, 1948, nr. 5, p. 9 — 31.

10. *Vallot Julius*, Grössengleichungen Einleiten und Dimensionen, Johann Ambrosius Barth (Verlag), Leipzig, 1957, 280 p.

11. *Onicescu O., Galbura Gh.*, Algebră, București, 1948, vol. I, p. 129 — 138.

12. *Staicu I. C.*, Asupra stabilirii unor relații fizico-chimice, Studii și cercetări de fizică, București, IX, 1958, nr. 4, p 562 — 567.

13. *Staicu I. C.*, Aplicații ale principiului omogenității —conservării, Metrologie aplicată, București, VI, 1959, nr. 1, p. 24—28.

14. *Staicu I. C.*, Teorema fundamentală a analizei dimensionale generale, Studii și cercetări științifice — Fizică și științe tehnice, Iași, 1962, fascicola 2, p. 159—172.

15. *Staicu I. C., Beldiman T. M.*, Corecția temperaturii exterioare minime convențională, Revista construcțiilor și a materialelor de construcții, București, X, 1958, nr. 12, p. 619 — 620.

16. *Staicu I. C.*, Amortizarea undelor termice, Metalurgia și construcția de mașini, București, XI, 1959, nr. 11, p. 970 — 972.

17. *Staicu I. C.*, Relații noi în studiul pulverizării fluidelor, Energetica, București, 11, 1963, nr 7, p. 292 — 295.

18. *Staicu I. C.*, — Diametrul armăturii de golire a conductelor de apă, Energetica, București, 11, 1963, nr. 12, p. 628—630.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

CHIMIE ANORGANICĂ

C.Z. : 546.41:546.46:541.8:541.132:546.711:543/545

DOZAREA CALCIULUI ŞI MAGNEZIULUI ÎN SOLUŢIILE CONCENTRATE DE AZOTAT SAU SULFAT DE MANGAN *

A. IANU, AGNETA T. CERBU, AURELIA DINESCU

Pentru determinarea unor cantităţi mici de calciu şi magneziu în prezenţa ionilor de mangan, există metode în literatura de specialitate. Astfel, dintre metodele gravimetrice citäm : R. Berg [1] separă ionii de mangan de cei de magneziu prin precipitarea acestuia cu oxină în mediu de acid tartric. După răcire, precipitatul de oxinat de magneziu rezultat se separă prin decantare şi filtrare. Jovillier şi Lavollay [2] dau o metodă pentru dozarea ionilor de magneziu în prezenţa ionilor de mangan în cenuşile plantelor şi ţesuturilor animale. Metoda se bazează pe diferenţa de solubilitate a oxinaţilor în alcool. Oxinatul de magneziu ca şi cel de calciu, este practic insolubil. Ionii de calciu trebuiesc căutaţi fie înainte, fie după separare. Metoda permite dozarea sumei calciu + magneziu.

Dintre metodele de dozare cu oxină mai citäm : pe cea dată de R. Streibinger şi W. Reif [3] ; se lucrează în soluţie de cloruri. Oxinatul de mangan separat, poate fi cîntărit sau titrat manganometric. Ca metode gravimetrice pentru dozarea magneziului în prezenţa ionilor de calciu şi mangan mai citäm metoda prin precipitare cu hidroxi — 8 — chinaldină, homolog al oxinei [4, 5].

Din cele mai sus arătate rezultă că metodele gravimetrice sînt aplicabile, dar sînt laborioase şi nu dau în cazul unui exces mare de mangan rezultate precise.

Ca metode volumetrice se recomandă cele clasice, care necesită trecerea manganului în formă de anion prin oxidare şi separarea astfel posibilă a celorlalţi cationi.

Oxidarea la manganat se face uşor şi decurge cantitativ, ea prezintă însă dezavantajul că anionul rezultat leagă ionii de calciu şi magneziu ca săruri greu solubile, aducînd astfel erori în dozarea ulterioară a acestora.

Oxidarea ionilor de mangan bivalent pînă la permanganat elimină dezavantajul precedent, însă oxidarea se face greu şi în cazul cantită-

* Manuscris predat la redacţie la 11 decembrie 1967.

ţilor mari de mangan ea nu decurge cantitativ [6, 7]. Încercările făcute de noi cu persulfat de amoniu şi potasiu în prezenţa ionilor de argint — catalizator — în mediu de acid sulfuric nu au dat rezultate mulţumitoare, o mare parte din mangan rămînînd la prima treaptă de oxidare (Mn IV).

Pentru a putea separa ionii de mangan de cei de calciu şi magneziu, am folosit separarea prin cromatografie pe schimbători de ioni.

În literatura de specialitate sînt indicaţii cu privire la folosirea schimbului ionic în scopul separării celor trei ioni, bazate pe afinităţile diferite ale celor trei cationi faţă de răşina schimbătoare de ioni la diferite valori ale pH-ului soluţiei utilizate [8].

După Povondra şi Šulcek [9] este posibilă separarea ionilor de mangan de cei de calciu şi magneziu prin trecerea unei soluţii ce conţine complecşii citraţi ai metalelor respective, printr-o coloană de amberlite IR — 120 în formă sodică şi eluarea selectivă cu ajutorul unei soluţii de EDTA a cationilor reţinuţi, variind pH-ul între 4,2 şi 11,5. Prin această metodă se poate separa cantitativ manganul la pH = 4,2—4,6, iar ionii de calciu şi magneziu se eluează cu o soluţie de EDTA la pH = 11,5. Metoda permite dozarea ionilor de calciu şi magneziu prin retitrarea excesului de complexon folosit la eluare. Metoda prezintă dezavantajul că la valori mari ale modulului Mn/Ca (Mg) erorile sînt mari, de exemplu pentru 27 : 1 eroarea indicată de autori este de + 20,8%. În cazul soluţiilor saturate de azotat de mangan, modulul Mn/Ca (Mg) depăşeşte de multe ori această valoare.

Lucrînd după metoda Povondra şi Šulcek [9] în condiţiile noastre am obţinut pentru un modul Mn/(Ca + Mg) = 50, care corespunde unei soluţii saturate de azotat de mangan cu un conţinut de 0,1% calciu, 0,1% magneziu, o eroare de dozare pentru suma calciu + magneziu de peste + 200%, metoda nefiind deci aplicabilă în acest caz.

Literatura indică ca eluenţi acidul clorhidric [10, 11, 12] acidul citric [13, 14, 15], lactatul de amoniu [16, 17] etc., pentru ionii sus citaţi.

Deoarece metoda de separare prin cromatografie are o serie de avantaje faţă de metodele gravimetrice şi volumetrice clasice — rapiditate, facilitatea operaţiilor, posibilitatea de regenerare a coloanei de schimbători de ioni, aparatură simplă, reactivi uşor de procurat şi folosit, stabilitate în timp a schimbătorului şi a reactivilor folosiţi, posibilitatea de a executa un număr mare de analize concomitent — am pus la punct următoarea metodă de dozare precisă şi rapidă a urmelor de calciu şi magneziu, în prezenţa unor cantităţi mari de mangan.

Principiul metodei :

Concentraţiile ionilor de mangan în soluţiile saturate de azotat de mangan sau a soluţiei concentrate de sulfat de mangan fiind cunoscute pentru temperaturile uzuale, dozarea acestuia nu mai este necesară. De aceea am reţinut pe coloană numai ionii de calciu şi magneziu. Pentru aceasta a trebuit să găsim un reactiv care să lege ionii de mangan astfel încît să nu mai poată fi reţinut de cationit. Din literatură [9, 18, 19,] rezultă că în prezenţa complexonilor EDTA sau DCTA la pH-uri cuprinse

între 4,5 — 4,7 manganul este puternic complexat și nu se mai reține pe schimbătorul de ioni. Stabilitatea maximă a complexonatului de mangan după Ringbom [18] este la pH = 5,5, dar această valoare se apropie prea mult de pH-urile la care încep să se formeze complexonații respectivi de calciu și magneziu și se creiază astfel posibilitatea pierderii unei părți din ionii de calciu și magneziu. De aceea ne-am fixat la pH = 4,5 valoare la care complexonații de calciu și magneziu sînt instabili (acest pH fiind indicat și de literatură — [9], și care a dat bune rezultate în cursul determinărilor.

Pentru reținerea ionilor de calciu și magneziu s-a folosit cationitul Amberlite — IR — 120 și similarul românesc Vionit CS—2, ambele fiind rășini polistirenice puternic acide, cu grupări — SO_3H, în care hidrogenul ionizabil s-a înlocuit cu cationul sodiu prin tratare în condiții dinamice cu soluție 10% NaCl.

Soluția ce conține cationii de analizat se tratează cu acid citric pentru a trece ionii de calciu și magneziu sub formă de citrați ; aceasta este necesar deoarece ionii de calciu și magneziu sînt puternic reținuți de cationit din citrații respectivi, de asemenea în prezența anionului citrat, ionii polivalenți de fier și aluminiu, eventual prezenți, nu sînt reținuți pe coloană [9].

Pentru eluarea cationilor, reținuți, s-a folosit o soluție de acid clorhidric 1,21 m. Separarea cromatografică a celor doi cationi : calciu și magneziu este anevoioasă, deoarece afinitatea lor față de rășina schimbătoare de ioni este apropiată. Această separare este posibilă, folosind de exemplu o coloană de Permutit RS în formă H iar ca eluent EDTA la pH = 6,1 pentru calciu și pH = 9 pentru magneziu, [20, 21], sau o coloană de Dowex 50 în formă H, iar ca eluent acid clorhidric 1,05 m pentru magneziu și 2 m pentru eluarea calciului [22]. Am considerat în cazul nostru inutilă separarea ulterioară pe o a doua coloană deoarece metoda complexonometrică de dozare a sumei calciu + magneziu în prezența negrului oriocrom T și dozarea calciului în prezență de murexid [18] este comodă și dă rezultate mulțumitoare. Pe coloana de cationit (Amberlite IR — 120 sau Vionit CS — 2) în formă sodică, separarea calciului de magneziu nu este posibilă [8].

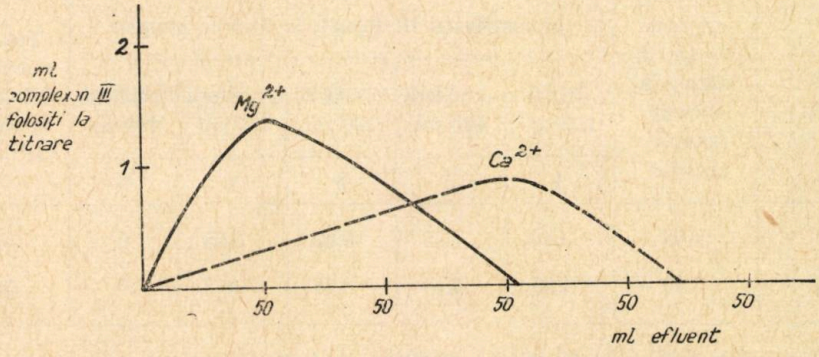


Fig. 1

În lucrările noastre am verificat pe coloana de Vionit CS — 2 o astfel de cromatografiere și am determinat că separarea celor doi ioni se face parțial conform diagramei din fig. 1.

Modul de lucru

S-au folosit două coloane de sticlă cu diametrul de 10 mm, înălțimea stratului de Amberlite IR — 120, respectiv Vionit CS-2, a fost de 200 mm. Schimbătorii de ioni puternic acizi au fost aduși în formă sodică prin tratarea cu o soluție de clorură de sodiu 10%, folosind un volum de 200 ml cu o viteză de scurgere de 2—3 ml/min. Pentru verificarea trecerii complete a cationitului în formă sodică, se recomandă verificarea pH-ului efluentului care trebuie să fie identic cu cel al soluției de clorură de sodiu 10%.

Probele ce conțineau rapoarte diferite de ioni de mangan, magneziu și calciu, au fost preparate din soluție saturată de azotat de mangan pur sau sulfat de mangan pur, solid și soluții dozate de azotat de calciu și azotat de magneziu.

S-a lucrat cu soluții de concentrație constantă de Mn^{2+}, cu un conținut de 2,81 mmoli căreia i s-au adăugat 1 g acid citric, 1,5 g DCTA și s-a adus la pH = 4,5 cu tampon acetic.

Pentru o coloană de dimensiunile indicate în metodă se recomandă a nu se depăși cantitatea de 3 mmoli Mn^{2+} în probă; ionii de Ca^{2+} și Mg^{2+} se recomandă să nu depășească 1 mechiv-g [24].

Proba astfel preparată se aduce la un volum de aproximativ 200 ml și se trece prin coloană cu o viteză de 1,5 ml/min.

Viteza maximă de trecere a probei s-a determinat pe o probă ce conținea numai ionii de Ca^{2+} și Mg^{2+}. S-a stabilit că la o viteză mai mare de 2 ml/min. apar după un anumit timp, urme de ioni Ca^{2+} și Mg^{2+} în efluent.

S-a verificat prezența ionilor de mangan în efluent prin tratarea la cald cu hidroxid de sodiu concentrat, cînd apărea un precipitat brun de Mn IV.

Cantitatea necesară de eluent s-a stabilit pe probe de 100 ml (tabela 1).

Tabela 1

Nr. crt.	ml complexon III, folosiți la titrarea probei martor	ml complexon III folosiți la titrarea probelor					Total ml complexon III folosiți la titrarea Ca^{2+} Mg^{2+}
		Primii 100 ml	Următorii 100 ml	Următorii 100 ml	Următorii 100 ml	Următorii 100 ml	
		1	2	3	4	5	
1	6,00	3,40	1,55	0,82	0,28	0	6,05
2	3,20	1,85	0,84	0,45	0,12	0	3,26

Sînt suficienți 400 ml acid clorhidric 1,21 m.

După trecerea probei prin coloană se spală aceasta de 3—4 ori cu cîte 50 ml apă. Pentru completa îndepărtare a urmelor de mangan eventual reținute pe cationit, s-a spălat coloana cu circa 100 ml soluție complexon III sau IV de concentrație 2 g/1000 ml adusă la pH = 4,5 cu tampon acetic și din nou cu apă de 3—4 ori cîte 50 ml. Apoi se eluează ionii de magneziu și calciu cu acid clorhidric 1,21 m ; volumul eluentului a fost de 400 ml ; viteza de eluare 2 ml/min ; coloana se spală apoi cu 50 ml apă ; efluentul se prinde în balon cotat de 500 ml.

Dozarea cationilor s-a făcut pe probe de cîte 100 ml, prin titrare cu o soluție 0,01 m sau 0,001 m de complexon III ; suma calciu + magneziu s-a titrat în prezența negrului erocrom T la pH = 10 iar ionii de calciu, s-au titrat în prezență de murexid, în amestec cu verde naftol B în proporție de 2 :5, la pH 12 ... 13 [18].

Rezultatele determinărilor sînt prevăzute în tabela 2.

Tabela 2

$\%Ca^{2+}:\%Mg^{2+}$ în soluție	miligrame cation în probă				Eroarea % față de proba martor		Valoarea modulului		
	Proba martor		Proba analizată				Mn/Ca	Mn/Mg	Mn/Ca+Mg
	Ca^{2+}	Mg^{2+}	Ca^{2+}	Mg^{2+}	Ca^{2+}	Mg^{2+}			
I. In soluția saturată (la 20°C) de $Mn(NO_3)_2$ (1 000 g/l)									
1 : 1	28,0560	25,5520	28,0980	25,5830	+ 0,15	+ 0,12	13	8	5
0,5 : 0,5	14,0280	12,7760	14,0406	12,1172	+ 0,09	— 0,05	26	16	10
0,2 : 0,2	5,6112	5,1105	5,5994	5,1206	— 0,30	+ 0,2	33	20	12,5
0,1 : 0,1	2,8056	2,5552	2,7916	2,5526	— 0,50	— 0,1	130	80	50
0,05 : 0,05	1,4030	1,2775	1,3930	1,2775	— 0,71	0	260	160	100
0,02 : 0,02	nedozabil		nedozabil		—	—	—	—	—
0,05 : 0	1,4030	—	1,4090	—	+ 0,42	—	260	—	—
0 : 0,05	—	1,2775	—	1,2802	—	+ 021	—	160	—
II. In soluția concentrată de $MnSO_4$ (300 g/l)									
1 : 1	28,056	25,552	28,1289	25,6542	+ 0,26	+ 0,40			
0,1 ; 0,1	2,8056	2,5532	2,7933	2,5501	— 0,44	— 0.2			
0,05 : 0,05	1,4030	1,2775	1,3933	1,2456	— 0,7 %	— 2,5 %			
0,02 : 0,02	nedozabil		nedozabil						
0,05 : 0	1,4030	—	1.4121	—	+ 0,65	—			
0 : 0,05	—	1,2775	—	1,2836	—	+ 0,48			

Probele care conţin 0,02% Ca şi 0,02% Mg nu au putut fi dozate nici volumetric şi gravimetric.

În „Standards for Laboratory Chemicals" ANALAR [23] se dă pentru sulfatul de mangan următoarele limite, în cazul Ca şi Mg2:

Calcium (Ca) ... nu mai mare de 0,02%.

Magnezium and Alkalis (as sulphates) ... nu mai mare de 0,1% şi recomandă verificarea ionului calciu prin precipitare ca oxalat ; în cazul acestei limite nu trebuie să apară precipitat, iar ionul magneziu (inclusiv alcaliile) se precipită sub formă de carbonaţi şi se calcinează uşor ; nu trebuie să se obţină un precipitat mai mare de 2 mg.

În acelaşi mod am verificat şi noi probele cu un conţinut de 0,02% Ca şi 0,02 Mg care s-au comportat în mod analog.

Concluzii

Metoda elaborată serveşte pentru dozarea urmelor de Ca^{2+} şi Mg^{2+} în soluţiile saturate de azotat de mangan şi soluţiile concentrate de sulfat de mangan, prin separare pe schimbători de ioni. S-au stabilit condiţiile optime de lucru : viteze, concentraţiile soluţiilor, volumele reactivilor, valorile pH-ului, soluţiile de spălare, numărul de spălări etc.

Se recomandă pentru separarea Mn^{2+} de urmele de Ca^{2+} şi Mg^{2+} folosirea schimbătorului de ioni românesc Vionit CS — 2.

Pentru dozarea ionilor de Ca^{2+} şi Mg^{2+} eluaţi se recomandă dozarea complexometrică cu EDTA în prezenţă de negru eriocrom T la pH 9—10 a sumei $Ca^{2+} + Mg^{2+}$ şi pe probe separate a Ca^{2+} în prezenţă de murexid în amestec cu verde naftol B în proporţie de 2 : 5 la pH 12—13.

Limita de recunoaştere a Ca^{2+} sau Mg^{2+} în soluţiile respective este de 0,05%. Sub această limită atît metodele volumetrice cît şi cele gravimetrice nu mai sînt sensibile.

Laboratorul de chimie anorganică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Berg, R.* : Das Oxin. Ed. 2. Stuttgart. Enke. 1938, p. 34.
2. *Jovillier, M.* şi *Lavollay, J.* : Ann. falsif. 27, 1934, p. 326.
3. *Strebinger, R.* şi *Reif, W.* : Mikrochem. Pregl. Festchrift, 1929, p. 319.
4. *Borrel, M.* şi *Pâris, R.* : An. Chim. Acta, 5, 1951, p. 573.
5. *Duval, C.* : Traité de micro-analyse minérale, tome 1. Paris, 1954. Press. Scientifiques internationales.
6. *Liteanu, C.* : Chimie Analitică Cantitativă. Volumetria. Ed. IV-a. Bucureşti 1964. Ed. de Stat Didactică şi Pedagogică.
7. *Ripan, R.* ş. a. : Chimie Analitică Calitativă. Bucureşti 1961, Ed. Didactică şi Pedagogică.

8. *Inczédy, J.:* Analytische Anvendungen von Ionenaustauschern. Budapest, 1964, Akadémiai Kiadó.

9. *Povondra, P.* și *Šulcek, Z.:* Coll. Czech. Chem. Comm. 24 (7), 1959, p. 2398—2404.

10. *Elington, F.* și *Stanley, L.:* Anàlyst 80, 1955, p. 313.

11. *Cambell, D. N.* și *Kenner, C. O.:* Anal. Chem. 26, 1954, p. 560.

12. *Sutton, W. J.* și *Almy, E. F.:* J. Davy. Sci. 36, 1953, p. 1248; Anal. Abstr. 1, 1954, p. 812.

13. *Tompkins, E. R., ș. a.:* J. Am. Chem. Soc. 69, 1947, p. 2769.

14. *Tompkins, E. R.:* J. Am. Chem. Soc. 70, 1948, p. 3520.

15. *Aldrich, L. T. ș.a.:* Am. J. Sci. 251, 1953, p. 377.

16. *Nelson, T.* și *Kraus, K. A.:* J. Am. Chem. Soc. 77, 1955, p. 801.

17. *Lerner, M.* și *Rieman, W.:* Anal. Chem. 26, 1954, p. 610.

18. *Přibil, R.:* Complexonii în chimia analitică, București 1961. Ed. Tehnică.

19. *Povondra, P. ș.a.:* Talanta, 5, 1960, p. 86.

20. *Wünsch, L.:* Chem. Listy. 51, 1957, p. 376.

21. *Wünsch, L.:* Z. Anal. Chem. 158, 1957, p. 364.

22. *Cambell, D. N.* și *Kenner, C. T.:* Anal. Chem. 26, 1954, p. 560.

23. *Analar:* Standards for Laboratory Chemicals Ed. V, 1957.

24. * * * Metode moderne de analiză. București, 1964—1965. Centrul de documentare al industriei petrolului și chimiei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 541.1:545.2:541.132:535.33

INFRARED SPECTRA OF COMPLEX COMBINATIONS OF Zn^{2+}, Cd^{2+} AND Hg^{2+} *

F. M. ALBERT, D. CAMBOLI, MARGARETA CUPFER, EVA BUTUCEANU

In a previous paper (1), some complex combinations of Cd^{+2} and Zn^{2+} with SO_4^{2-} ions for the volumetric determination of a mixture of α— and β— naphtylamines were proposed. In this note there are presented 14 complex conmbinations of Zn^{2+}, C^{2+}, and Hg^{2+} with SO_4^{2-}, NO_3^- and SCN^- ions and the following amines : aniline, benzidine, β-naphtylamine, o- and m- toluidine.

In order to elucidate the bonding to the central metallic ion of the coordinated groups there were studied the infrared spectra of all these compounds.

Methods of syntheses. In aqueous solutions of $CdSO_4$, $ZnSO_4$ and $Hg(NO_3)_2$ ethanolic solutions of amines, under continuous stirring, were added.

For the thiocyanic complexes was used the following procedure : to 66,62 g of disolved cadmium acetate, ammonium thiocyanate was added and the total volume brought up to 1000 ml. A 0,25 M solution of cadmium thiocyanate was obtained. Measured volumes of this solutions were used to precipite the ethanolic solutions of amines. All the precipitates thus obtained were microcristalline, they were washed with water, ethanol and then dried at 60—70°.

Analyses : The determinations of Cd^{2+}, Zn^{2+} and Hg^{2+} were performed by complexonometric titrations with EDTA in presence of Black Eriochrome T. Parnas — Wagner method was used for nitrogen determinations.

The analytical data set on in Tables 1, 2 and 3.

From the analytical data it follows that all the combinations are diamines.

Infrared spectra. A Zeiss — Jena UR — 10 spectrophotometer with the spectral range between 400 and 4000 cm^{-1} was used. Samples were obtained as pellets.

* Manuscris predat la redacție la 7 noiembrie 1967.

Table 1

Nr.	Substance	Cd %		N %	
		calc.	determ	calc.	determ.
1	Cd NA_2SO_4	22,67	22,84	5,64	5,29
2	$CdAn_2(SCN)_2$	27,05	26,76	13,50	13,97
3	$CdAn_2SO_4$	28,50	29,12	7,10	7,08
4	$CdBzSO_4$	28,57	28,56	7,14	6,86
5	Cdm-$Tld_2(SCN)_2$	25,92	26,20	12,96	12,58
6	Cdo$Tld_2(SCN)_2$	25,92	26,28	12,96	12,54

Table 2

Nr.	Substance	Zn %		N %	
		calc.	determ.	calc.	determ.
1	Zn NA_2SO_4	14,54	14,62	6,26	6,12
2	$ZnAn_2SO_4$	19,02	18,96	8,05	8,10
3	$ZnBzSO_4$	18,84	18,76	8,40	8,35

Table 3

Nr.	Substance	Hg %		N %	
		calc.	determ.	calc.	determ.
1	Hg $NA_2(NO_3)_2$	32,78	32,72	4,75	4,73
2	$HgAn_2(NO_3)_2$	39,21	39,12	5,49	5,45
3	$HgBz(NO_3)_2$	39,37	39,31	5,50	5,40
4	Hgm-$Tld_2(NO_3)_2$	38,09	38,00	5,01	5,05
5	Hg o-$Tl_2(NO_3)_2$	38,09	38,10	5,01	5,02

It is known (2—6) that caracteristic bands for the SCN^- ion were found at 470 cm^{-1}, 748 cm^{-1} 2066 cm^{-1} and those for the NCS^- ion at 290 cm^{-1}, 928 cm^{-1}, and 2160 cm^{-1}. In other papers (7—9) it is mentionated that, if the thiocyanic groups are bound to the central atom by the nitrogen, the frequences corresponding to the CN vibration are delayed towards more wave number values (between 2040 and 2090 cm^{-1}) lowe τ than those which occur when the thiocyanic groups are bound by the sulphur atom (between 2070—2130 cm^{-1}).

As to the SO_4^{2-} group caracteristic maxima, some papers (10, 11) give values in the range of 610—680 cm^{-1} and 1080—1130^{-1}, while for NO_3^- ion maxima values are between 1760—1830 cm^{-1} (12, 13).

For the amines the bibliographic data (14—17) give caracteristic bands between 900—920 cm^{-1}, 1000—1060 cm^{-1}, 1180— 1220 cm^{-1} 1250 cm^{-1}, 1470—1520 cm^{-1}, 1600 cm^{-1}, 3300—3500 cm^{-1}.

In table 4 there are presented the infrared spectral data. There was made a comparison between some compounds containing the same metall and anion and different amines, or another metall and the same anions.

From these data it is possible to draw some conclusions.

For the combinations containing SO_4^{2-} groups, there was established the existence of some bands corresponding to 608—696 cm^{-1}; for Zn compounds, the bands are delayed towards the lower values of the wave numbers (the band about 610 cm^{-1}) and contrarely — towards higher wave numbers (the band about 680 cm^{-1}).

The intensive maxima of absorbtion observed between 1080 and 1120 cm^{-1} cannot be surely attributed to the presence of SO_4^{2-} groups, because they are superposed on these characteristic for the amines. To confirm this constatation are also the fact that in Hg — compounds spectra without SO_4^{2-} groups, appear bands in the respective region, which are doubtless caused by the amines.

For all the compounds there are characteristic amines bonds (except the above discussed) with the wave numbers : 900—925 cm^{-1}, 998—1068 cm^{-1}, 1165—1250 cm^{-1}, 1470—1535 cm^{-1}, 1589—1625 cm^{-1}.

In the paper (18) there were studied several complex compounds of a n i l i n e with certain cations, among which $Cd\,An_2SO_4$ and $Zn\,An_2SO_4$. The authors observed that the frequencies characteristic for NH valence vibrations are as lower, as the covalent character of the bond to the central metallic atom increases.

The results obtained in present work confirm the results of the above given authors and can be extended also for other diamines, similar to those studied by them.

For the complex compounds which contain SCN^- group, we have found bands in the followings limits : 448—470 cm^{-1}, 692—788 cm^{-1}, 2080—2120 cm^{-1}.

The presence of these peaks proves that all the compounds are thiocyanic and not isothiocyanic, that is, the SCN^- groups are bound to the central atom by the sulphur atom and not by the nitrogen one.

For the effectuation of the infrared spectra, we wish to espress our gratitude to Mrs. Romaş Elena, from the Laboratory of traced molecules, Institute of Atomic Physic, Bucarest.

Table 4

Nr.	Substance	Frequences (cm^{-1}) and intensities of the maxima of absorbtion
1.	$ZnAn_2SO_4$	534 m, 546 m, 612 i, 618 i, 652 vi, 694 vi, 758 vi, 810 m, 910 m, 1009 m, 1080 vi, 1232 m, 1475 m, 1500 vi, 1582 vi, 1609 vi, 3238 vi.
2.	$CdAn_2SO_4$	538 w, 622 vi, 645 w, 648 i, 752 vi, 808 w, 1005 m, 1062 m, 1248 m, 1480 m, 1510 i, 1592 m, 1618 m, 3252 vi.

Nr.	Substance	Frequences (cm^{-1}) and intensities of the maxima of absorbtion
3.	$HgAn_2(OO_3)_2$	542 m, 608 w, 690 m, 820 vi, 1048 m, 1495 vi, 1592 vi, 1618 vi, 3305 m.
4.	$ZnBzSO_4$	530 m, 542 m, 562 w, 592 vi, 608 m, 658 vi, 687 m, 720 w, 852 w, 992 m, 1100 vi, 1238 m, 1511 vi, 1580 i, 1622 m, 1900 w, 3250 vi, 3310 vi.
5.	$CdBzSO_4$	538 m, 550 m, 570 w, 622 vi, 675 vw, 720 vw, 817 vi, 845 m, 1000 m, 1110 vi, 1248 vi, 1515 vi, 1582 m, 1628 vi, 1900 w, 3241 vi, 3308 vi.
6.	$HgBz(NO_3)_2$	525 w, 548 m, 573 w, 718 m, 818 vi, 860 w, 1012 m, 1115 m, 1505 vi 1614 i, 1750 vw, 1762 vw, 3205 vi.
7.	$ZnNA_2SO_4$	485 m, 594 vi, 612 w, 696 m, 720 w, 750 vi, 830 m, 860 vi, 883 w, 905 w, 962 w, 982 m, 1050 vi, 1118 vi, 1190 vi, 1388 vw, 1476 vw, 1523 m, 1600 m, 1640 w, 3055 m, 3140 m, 3305 m.
8.	$CdNA_2SO_4$	475 i, 587 m, 625 vi, 685 m, 720 m, 748 vi, 819 i, 860 i, 882 m, 905 m, 965 m, 998 w, 1058 vi, 1110 vi, 1120 vi, 1196 vi, 1386 vw, 1480 w, 1525 m, 1592 m, 1613 m, 1641 m, 3058 m, 3155 m, 3305 vi.
9.	$HgNA_2(NO_3)_2$	477 m, 620 w, 750 i, 810 m, 850 m, 888 w, 908 w, 860 w, 1035 w, 1130 w, 1190 m, 1388 vi, 1515 m, 1600 m, 1630 m, 1768 w, 3050 m, 3315 m.
10.	$Hgo—TId_2(NO_3)_2$	435 m, 475 w, 545 m, 618 w, 633 w, 764 m, 825 vi, 840 m, 900 w, 990 m, 1042 m, 1092 m, 1110 m, 1152 vi, 1182 i, 1242 m, 1318 vi, 1350—1390 vi, 1471 m, 1493 vi, 1589 m, 1622 m, 1765 w, 2400 w, 3020 m, 3320 m, 3338 m, 3421 m.
11.	$Hgm—TId_2(NO_3)_2$	434 m, 477 m, 540 m, 585 i, 820 i, 920 i, 1042 i, 1155 vi, 1210 vi, 1316 vi, 1360 vi, 1470 i, 1500 i, 1595 vi, 1750 w, 2400 m, 3030 wi.
12.	$CdAn_2(SCN)_2$	435 m, 467 m, 516 m, 536 m, 692 i, 765 vi, 808 m, 900 m, 987 i, 998 vi, 1014 vi, 1068 w, 1180 w, 1481 m, 1505 i, 1596 i, 1611 vi, 2118 vi, 3265 vi, 3345 vi, 3400—3640 vi
13.	$Cdo—TId_2(SCN)_2$	410 m, 448 i, 462 i, 468 i, 512 m, 560 m, 720 vi, 750 vi, 768 vi 840 vi, 940 vi, 992 vi, 1010 vi, 1050 m, 1088 m, 1165 m, 1210 m, 1250 vi, 1308 m, 1390 m, 1480 vi, 1510 vi, 1535 m, 1602 vi, 1622 vi, 2080—2110 vi, 2862 i, 2992 i, 2950 i, 2985 i, 3040 i, 3150 i, 3272 vi, 3350 vi, 3470—3650 vi.
14.	$Cdm—TId_2(SCN)_2$	448 m, 470 w, 558 m, 738 w, 788 i, 918 m, 983 i, 1010 m, 1048 m, 1092 w, 1178 m, 1273 m, 1322 w, 1385 w, 1480 m, 1505 m, 1608 i, 1626 m, 2078 i, 2120 vi, 2852 i, 2920 m, 2948 m, 3022 m, 3155 m, 3271 vi, 3340 vi, 3490—3630 m.

NOTATIONS : w — week, m — medium, i — intensive, vi — very intensive.

General Chemistry Chaire
Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

LITERATURE

1. *Albert M. F., Butuceanu Eva and Cupfer Margareta :* Revue Roumaine de Chemie. 12. 9. 1964, p. 835, 838.
2. *Jones L. H. :* Journal of Chemical Physics. 25. 1956, p. 1069.
3. *Jones L. H. :* Journal of Chemical Physics. 27. 1957, p. 665.
4. *Lewis J., Nyholm R. S., Smith P. W. :* Journal of Chemical Physics. 1961, p. 4590.

5. *Chamberlain M. M., Bailar I. C. Tr.:* Journal of the American Chemical Society, 81, 1959, p. 6412.
6. *Williams P. C. H., Williams R. J. P.:* Journal of the Chemical Society, 1960, p. 191,
7. *Spacu P., Camboli D.:* Revue Roumaine de Chemie, 2, 1962, p. 1312—1316.
8. *Spacu P., Camboli D.:* Analele Universităţii Bucureşti, 2, 1964. p. 117—123.
9. *Spacu P., Camboli D.:* Revue Roumaine de Chemie 2, 1966, p. 119—123.
10. *Cross A. D.:* Introduction to practical infrared spectroscopy. London, Butterworth, 1960.
11. *Nakamato K., Fujita J., Tamaka S., Kobayashi M.:* Journal of the American Chemical Society, 79, 1957, p. 4904.
12. *Gatehouse B. M., Liwingston S. E., Nynohm R. S.:* Journal of the Chemical Society 1957, p. 4222.
13. *Magee C. B.:* Dissert, Purdue University, 1954.
14. *Searles S., Tamres M., Block F., Quarterman L. A.,* Journal of the American Chemical Society, 78, 1956, p. 4917.
15. *Josieb L., Lebas M. L.:* Bulletin de la Sociéte chimique de France 1956, p. 53—62.
16. *Randakk H. M., Fuson N., Fowler R. G., Dangl J. R.:* Infrared Determination of Organic Structure, New-York, van Nostrand, 1949.
17. *Lothrop W. C., Handrick G.R.:* Hainer R. M., Journal of the American Chemical Society 73, 1951, p. 3581.
18. *Barvinoc M. S., Buhareva I. S., Varşavschi Iu. S.:* Primenenie moleculearnâh spectrov himii, Moscow, Nauca, 1966, p. 108—111.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

C.Z. : 543/545:662.6:535.342:533:622.33

EINFLUSS DES TAUBENGESTEINGEHALTES VON KOHLEN AUF DEREN IR-ABSORBTIONSSPEKTREN

I. BLUM, FR. BARCA, ANCA BIDULESCU

Die Untersuchung von Kohlen durch IR-Absorbtionsspektren hat zur Klärung einiger ihrer strukturellen Einzelheiten und zu deren Korrelation mit ihren chemischen und technologischen Eigenschaften beigetragen.

Die meisten IR-spektroskopischen Forschungsarbeiten über Kohlen ebhandeln aber nur die Zone zwischen 3300 und 750 cm^{-1} bzw. 3—13,3 μ [1—20].

Unsere Forschungen über den Jiutal-Steinkohlen haben die Existenz von Frequenzen in der Zone 700—400 cm^{-1} (14,28—25 μ) gezeigt [10]. Da diese Frequenzen nur bei bestimmten Kohlensorten auftreten, ist es nötig, die Ursachen welche diese bewirken, zu kennen. Selbstverständlich können die Ursachen der Erscheinung dieser Frequenzen nur im Zusammenhang mit der Struktur der organischen oder anorganischen Masse der Kohle gesucht werden.

Von den Gruppierungen welche charakteristische Frequenzen in dieser Zone bewirken, können folgende angeführt werden : Alkenen, Arenen, halogenierte Verbindungen, Äther, mit Sauerstoff verbundene Schwefelverbindungen, aromatische Aminen, Chinonoxymen, u.s.w. [21, 22].

Um festzustellen ob das Vorherrschen dieser Gruppierungen in der Kohlenstruktur oder der Gehalt an Taubengestein die Ursache der Erscheinung von Frequenzen in dieser Zone ist, wurde eine Serie von Lupeni- und Petrila-Kohlenmustern untersucht, deren Eigenschaften in Tafel 1 wiedergegeben sind.

Tafel 1

Chemisch-technische Eigenschaften von Lupeni- und Petrila- Kohlen

Lfd. Nr.	Grube	Feuchtigkeit W^a %	Asche A^{anh} %	Flüchtige Bestandteile V^{mc} %
1	Lupeni	2,16	9,01	41,14
2	Petrila	2,45	8,82	45,35

* mc = wasseraschefrei

Aus den Lupeni- und Petrila-Kohlenmustern, deren Eigenschaften in Tafel 1 aufgezeihnet sind, wurden Sorten mit verschiedenem Gehalt an taubem Gestein, in dichten Medien getrennt. Die chemisch-technischen Eigenschaften der mit verschiedenem Taubengesteingehalt aus Petrila- und Lupeni- Kohlen getrennten Sorten sind in Tafeln Nr. 2 und 3 aufgezeichnet.

Tafel 2

Chemisch-technische Eigenschaften der mit verschiedenem tauben Gesteingehalt aus Petrila- Kohlen getrennten Sorten

Sorte	Spezifisches Gewicht g/cm²	Feuchtigkeit W^a %	Asche A^{anh} %	Flüchtige Bestandteile V^{mc}
PI	<1,260	2,56	1,01	47,45
PII	1,260 — 1,280	2,81	1,67	45,28
PIII	1,280 — 1,300	2,42	2,14	43,51
PIV	1,300 — 1,325	2,47	3,95	43,64
PV	1,325 — 1,350	2,38	4,38	43,22
PVI	1,350 — 1,375	2,44	7,32	44,64
PVII	1,375 — 1,400	2,35	18,45	44,32
PVIII	>1,400	2,68	37,54	45,19

Tafel 3

Chemisch-technische Eigenschaften der mit verschiedenem tauben Gesteingehalt aus Lupeni- Kohlen getrennten Sorten

Sorte	Spezifisches Gewicht des dichten Mediums in welchem die Trennung vorgenommen wurde	Feuchtigkeit W^a %	Asche A^{anh} %	Flüchtige Bestandteile V^{mc} %
LI	<1,260	2,04	1,11	45,45
LII	1,260 — 1,280	2,31	2,07	43,25
LIII	1,280 — 1.300	1,90	4,02	41,40
LIV	1,300 — 1,325	1,88	5,47	41,87
LV	1,325 — 1,350	2,06	8,75	41,32
LVI	1,350 — 1,375	1,85	10,24	42.74
LVII	1,375 — 1,400	1,45	17,32	42,37
LVIII	>1,400	1,16	35,25	43,15

Die Kohlenmuster deren Eigenschaften in Tafeln Nr. 2 und 3 aufgezeichnet sind, wurden mittels eines IR-Spektrophotometers Type UR-10 untersucht. Es wurde in Kaliumbromid-Pastillen, mit einer Konzentration von 0,4% Kohle gearbeitet. In besonderer Weise wurde die Zone 700—500 cm^{-1} untersucht.

Die ermittelten Spektren sind in *Abb. Nr. 1 und 2* wiedergegeben.

Aus der Untersuchung der Tafeln und der Abbildungen geht folgendes hervor :

— Kohlen mit sehr kleinem Aschegehalt von unter 3% weisen keine charakteristischen Frequenzen auf.

— Sorten mit hohem Aschegehalt zeigen in dieser Zone Frequenzbänder von verschiedener Intensität.

— In besonderer Weise sind die in den IR-Spektren sowohl der Petrila- als auch der Lupeni- Kohlen erscheinenden Frequenzen von 542, 475 und 435 cm^{-1} bemerkbar.

— Die in der Zone 700—400 cm^{-1} im IR-Spektrum vom Kohlen erschienenen Frequenzen können nicht der organischen Masse von Kohlen zugeschrieben werden, weil :

— die organischen Gruppierungen welche charakteristische Frequenzen in dieser Zone aufweisen, nicht Hauptelemente der Kohlenstruktur im Steinkohlenstadium sind ;

— in Kohlensorten mit geringem Taubengesteingehalt, diese Frequenzen nicht erscheinen ;

— die strukturellen Unterschiede zwischen den bei niedrigem spezifischen Gewicht trennbaren petrographischen Komponenten wie Exinit, Vitrit, Mikrinit und andere mit höherem spezifischen Gewicht nicht in der Existenz, in grösserem Ausmass, von organischen Gruppierungen welche Frequenzen in dieser Zone verursachen, bestehen können ;

— die bemerkten Frequenzbänder des tauben Gesteingehaltes intensiver werden ;

— die in Kohlen vorhandenen anorganischen Substanzen, wie Ton-Kaolinit, in dieser Zone die Erscheinung von Frequenzbändern verursachen können [22, 23].

Schlussfolgerungen

1. In den IR-Spektren von Kohlen erscheinen Frequenzen auch in der Zone 700—400 cm^{-1}.

2. Die in der Zone 700—500 cm^{-1} auftauchenden Frequenzen sind ausschliesslich dem tauben Gesteingehalt der Kohle zuzuschreiben.

3. Die IR-spektrographische Untersuchung von Kohlen soll auf Proben mit unter 3% — igem Taubengesteingehalt durchgeführt werden damit der Einfluss desselben sich nicht bemerkbar macht.

4. Für die Auswahl der dem tauben Gesteingehalt charakteristischen Frequenzen, muss der Auslegung der IR-Spektren von Kohlen mit höherem tauben Gesteingehalt eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

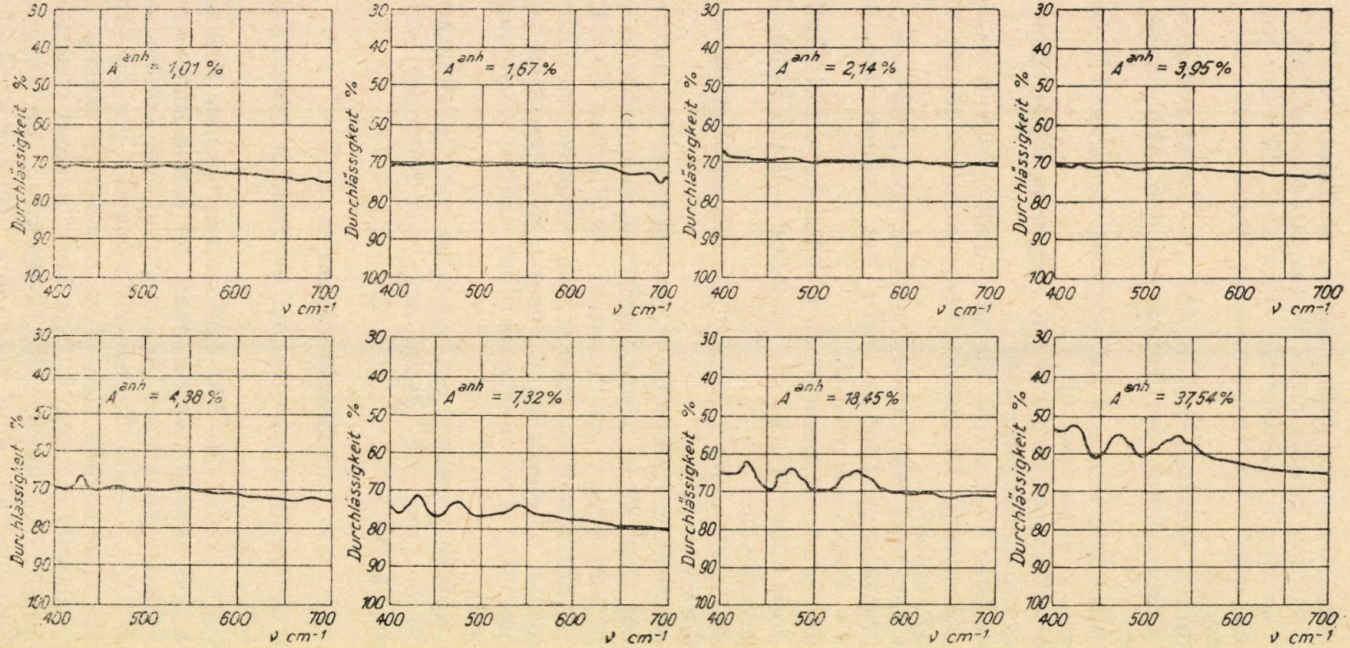


Abb. 1. **IR-Spektren** (Zone 400—700 cm^{-1}) einiger Petrila Proben mit verschiedenem Taubengesteingehaltes.

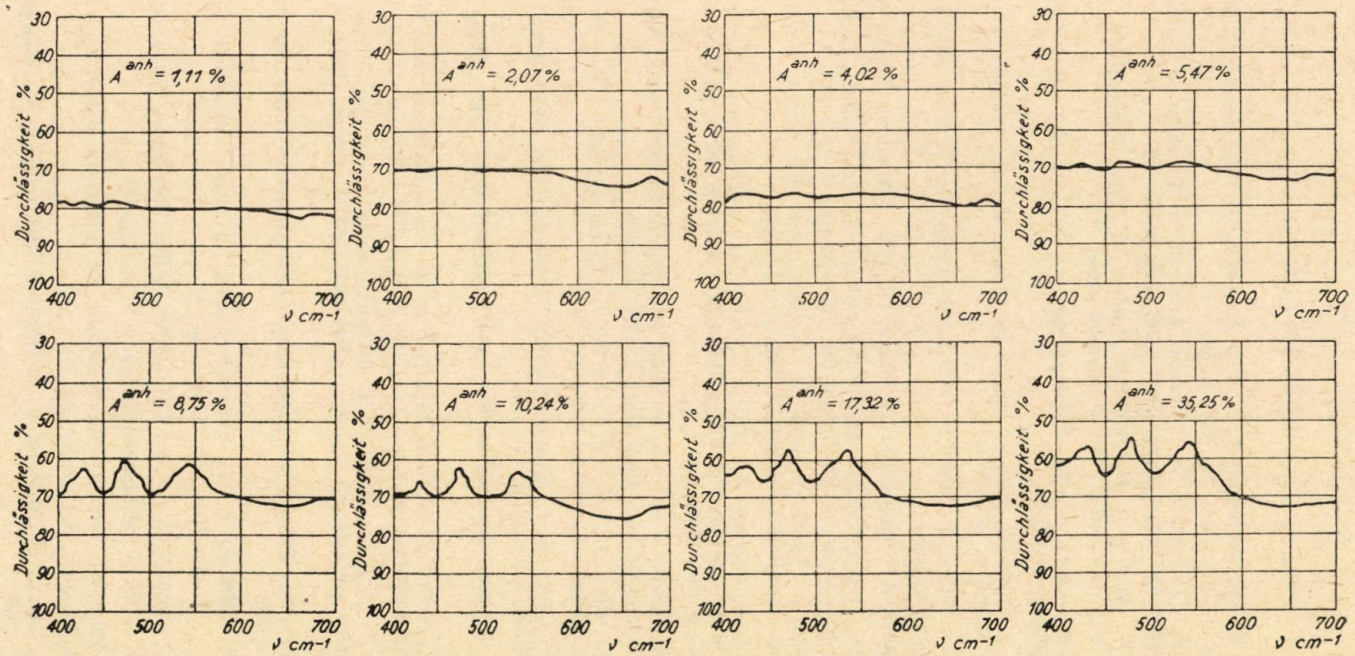


Abb. 2. IR-Spektren (Zone 400—700 cm^{-1}) einiger Lupeni Proben mit verschidenem Taubengesteingehaltes.

Kohlenlaboratorium Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest.

LITERATUR

1. *van Vucht, H. A., Rietveld, B. J., van Krevelen D. W.*, Chemical Structure and Properties of Coal. Fuel, 34, 1955, p. 50.
2. *Friedel, R. A., Quieser, I. A.*, Infrared Analysis of Bituminous Coals and Other Carbonaceous Materials. Anal. Chem., *28*, 1956, p. 22—30.
3. *Friedel, R. A., Retcofsky H.*, Spectral Studies of Coal. Proceedings of the Fifth Conference on Carbon, 2, 1963, Pergamon press.
4. *Hertog, W., Berkovitz, N.*, The Infrared Spectra of Coal and Some Coal Derivates Fuel 37, 1958, p. 253—271.
5. *Cannon, C. G.*,Infrared Spectra of Coals Products. In: Nature, *171*, 1963, 308. Chemical Abstracts, 47-5255b.
6. *Bergmann G., Huck G., Luther H.*, Ultrarotspektren von Kohlen. Brennstoff. Chem., 35, 1954, p. 175—176.
7. *Preu E.*, Chemical Composition of Some Lignites. Chemical Abstracts 54-17842d.
8. *Preu E.*, Ultrarotspektrographische Untersuchungen von Xyliten und deren Umwandlungsprodukten. — Freiberger Forschungshefte. A 236, 1961.
9. *Blum I., Nistor I.*, Spectrul infraroşu al cărbunilor din Valea Jiului. Studii şi cercetări de energetică. Seria B, 3, 1962, p. 349—357.
10. *Blum I., Bîrcă-Gălăţeanu D., Nistor I.*, Cercetări preliminare asupra unor zăcăminte de huilă din Banat şi Valea Jiului prin spectre infraroşii. Revista de Chimie nr. 11, 1958, p. 613—617.
11. *Friedel R. A.*, Infrared Spectra of Coal and Other Carbonaceous Materials. Gordon conferences on coal. New Hampton N. H., 1954.
12. *Bergmann G., Huck G., Karweil J., Luther H.*, Ultrarotspektren von Steinkohlen. — Brennstoff. Chem., 38, 1957, p. 193-199.
13. *Adams W. N., Pitt G. I.*, Examination of Oxidized Coal by Infrared Absorption Methods. Fuel, 34, 1955, p. 383—384.
14. *Roy M. M.*, Infrared Spectra of Products Obtained from Coal. Fuel, 36, 1957, p. 250—252.
15. *Orning A. A., Greier B.*, Infrared Spectrum of the Solid Distillate from High Vacuum Pyrolysis of a Bituminous Coal. Fuel, 35, 1956, p. 381—383.
16. *Kasatochkin V. A., Smutkina Z. S.*, Kinetika termiskogo razlojeniia strukturnîie prevraşceniia iskopaemîh uglei. — Dokladî Akad. Nauk, SSSR, 113, 1957, p. 1314—1317.
17. *Blum I., Barca Fr.*, Chimia şi prepararea combustibililor solizi. Ed. Did. şi ped., Bucureşti, 1966.
18. *Friedel R. A., Quieser J. A.*, Infrared Spectra of Coal and Other Carbonaceous Materials. — Anal. Chem., 26, 1954, p. 434.
19. *Lowry H. H.*, Chemistry of Coal Utilisation. Wiley and Sons, New-York, 1964.
20. *van Krevelen D. W.*, Coal Science. Elsevier Publishing Co., 1964.
21. *Avram M., Mateescu Gh. D.*, Spectroscopia în infraroşu. Aplicaţii în chimia organică. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1966.
22. *Rao C. N. R.*, Chemical Applications of Infrared Spectroscopy — Academic Press — New-York, 1963.
23. *Moenke H.*, Mineralspektren. Akademie Verlag, Berlin, 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

FIZICA

C.Z. : 535.3:535.8:535.5:522.2

ELLIPSOMETRIC EFFECTS OF DOUBLE THIN LAYERS *

C. CRISTESCU, DIANA MOISIL

One of the methods for investigating the properties of thin films growing on metal surfaces, is the ellipsometric study of the light reflected by the film-metal system.

The optical constants and the thickness of the film can be obtained by using either the exact equations [1], [2] or the approximate ones [3], [4], [5]. In both cases it is necessary to know the optical constants of the metal substratum on which the film grows, from previous measurements made under ultrahigh vacuum of under 10^{-9} torr.

Because of the impossibility of obtaining such a vacuum, the older investigations as wel as some recent ones led to results affected by systematic errors due to the inevitable presence of an impurity layer on the metal surface. Attempts have been made either of improving conventionally the results [4] or of using methods of chemical treatment [6] able to remove the impurity layer, but a rigorous solving of the problem must take the existence of this layer into consideration.

Theory

In this work the exact ellipsometric equations for the light reflected by a double thin layer as well as for the transmitted light of the same system are given. The examining of the transmitted light in the case of a thin enough layer gives two more ellipsometric quantities. The obtaining of four ellipsometric quantities instead of two makes the knowing of the optical constants of the metallic substratum layer no more necessary.

The case of an absorbing film whose refractive index is $\tilde{n}_1 = \bar{n}_1 - i\bar{k}_1$ and d_1 its thickness (fig. 1), on a thin metal layer as a substratum both limited by plane parallel surfaces is examined. $\tilde{n}_2 = \bar{n}_2 - i\,\bar{k}_2$ and d_2 are the refractive index and the thickness of the metal layer.

By notation $\bar{n}$, $\bar{k}$ these quantities are meant to be measured at a normal incidence [1], in which case the refractive index $\bar{n}$ in the formal law of refraction (complex refractive angle) equals the real one n.

* Manuscris predat la redacție la 12 noiembrie 1967.

The support, made of a transparent material of refractive index n_3, is a wedge of small angle which allows the avoiding of multiple reflections.

The quantities ψ and Δ, which can be measured ellipsometrically, are given by the fundamental equation of ellipsometry :

$$\frac{r_p}{r_s} e^{i(\delta_p - \delta_s)} = \tan\psi \cdot e^{i\Delta} \tag{1}$$

where $r_p e^{i\delta_p} = \frac{E_{0p}^-}{E_{0p}^+}$ and $r_s e^{i\delta_s} = \frac{E_{0s}^-}{E_{0s}^+}$ denote the complex Fresnel coefficients for the wave in the incidence plane and for the wave normal to this plane.

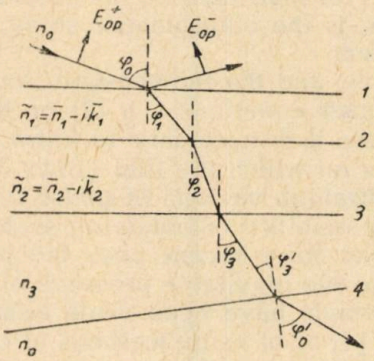


Fig. 1

In this way the ellipsometry gives the amplitudes ratio and the phase difference of the two components of the electric vector of the reflected light which is elliptically polarized.

Using the matricial method [7], for a double layer confined by plane parallel surfaces with two semi-infinite media, one can write :

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \frac{1}{t_1 \cdot t_2 \cdot t_3} (C_1) \cdot (C_2) \cdot (C_3) \cdot \begin{pmatrix} E_3^+ \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

where

$$(C_j) = \begin{pmatrix} e^{i\beta_{j-1}} & r_j e^{i\beta_{j-1}} \\ r_j e^{-i\beta_{j-1}} & e^{-i\beta_{j-1}} \end{pmatrix} \tag{3}$$

t_j, r_j are the Fresnel coefficients for transmission and reflection at the j-surface and $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} nd \cos\varphi$. The index p, s have been omitted because

of the identity of the equations for the two cases. With the notation

$$(C_1)\cdot(C_2)\cdot(C_3)=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ one gets } r\,e^{i\beta}=\frac{c}{a} \text{ and } t\,e^{i\vartheta}=\frac{t_1 t_2 t_3}{a} \tag{4}$$

or after some algebric calculation

$$r\,e^{i\delta}=\frac{r_1+r_2\,e^{-2i\beta_1}+r_3\,e^{-2i(\beta_1+\beta_2)}+r_1 r_2 r_3\,e^{-2i\beta_2}}{1+r_1 r_2\,e^{-2i\beta_1}+r_1 r_3\,e^{-2i(\beta_1+\beta_2)}+r_2 r_3\,e^{-2i\beta_2}} \tag{5}$$

$$t\,e^{i\vartheta}=\frac{t_1\cdot t_2\cdot t_3\,e^{-i(\beta_1+\beta_2)}}{1+r_1 r_2\,e^{-2i\beta_1}+r_1 r_3\,e^{-2i(\beta_1+\beta_2)}+r_2 r_3\,e^{-2i\beta_2}} \tag{6}$$

Taking into consideration the absorbing properties of the layer, the Fresnel coefficients must be written [1] in the form:

$$\tilde{r}_j=r_j\cdot e^{i\delta_j};\ \tilde{t}_j=t_j\cdot e^{i\vartheta_j}$$

and

$$\tilde{\beta}_j=\frac{2\pi}{\lambda}d_j\tilde{n}_j\cos\tilde{\varphi}_j=\frac{2\pi}{\lambda}d_j n_j\cos\varphi_j-i\frac{2\pi}{\lambda}d_j k_j\equiv\frac{x_j}{2}-i\frac{x_j'}{2}$$

The equations (5) and (6) become

$$r\,e^{i\delta}=\frac{r_1 e^{i\delta_1}+r_2 e^{-x_1'}e^{i(\delta_2-x_1)}+r_3 e^{-(x_1'+x_2')}e^{i(\delta_3-x_1-x_2)}+r_1 r_2 r_3 e^{-x_2'}e^{i(\delta_1+\delta_2+\delta_3-x_2)}}{1+r_1 r_2 e^{-x_1'}e^{i(\delta_1+\delta_2-x_1)}+r_1 r_3 e^{-(x_1'+x_2')}e^{i(\delta_1+\delta_3-x_1-x_2)}+r_2 r_3 e^{-x_2'}e^{i(\delta_3+\delta_2-x_2)}}=$$
$$=\frac{A+iB}{C+iD} \tag{7}$$

$$t\,e^{i\vartheta}=\frac{t_1\cdot t_2\cdot t_3\,e^{-\frac{1}{2}(x_1'+x_2')}e^{i\left(\vartheta_1+\vartheta_2+\vartheta_3-\frac{x_1+x_2}{2}\right)}}{1+r_1 r_2 e^{-x_1'}e^{i(\delta_1+\delta_2-x_1)}+r_1 r_3 e^{-(x_1'+x_2')}e^{i(\delta_1+\delta_3-x_1-x_2)}+r_2 r_3 e^{-x_2'}e^{i(\delta_3+\delta_2-x_2)}}=$$
$$=\frac{E+iF}{C+iD} \tag{8}$$

One can also write $r\,e^{i\delta}=\frac{\sqrt{A^2+B^2}}{\sqrt{C^2+D^2}}e^{i(\xi-\eta)}$ where ξ and η are given by $\tan\xi=\frac{B}{A}$ and $\tan\eta=\frac{D}{C}$.

Now, using the index p or s for the two differently polarized waves, the experimental measured quantities in (1) are given by

$$\tan\psi = \left[\frac{A_p^2 + B_p^2}{C_p^2 + D_p^2} \cdot \frac{C_s^2 + D_s^2}{A_s^2 + B_s^2}\right]^{1/2} \tag{9}$$

and

$$\Delta = (\xi_p - \xi_s) - (\eta_p - \eta_s) \tag{10}$$

In the same way for the transmitted light [8], [9] in the n_2 refractive index medium one gets :

$$\tan\psi_t = \left[\frac{E_p^2 + F_p^2}{C_p^2 + D_p^2} \cdot \frac{C_s^2 + D_s^2}{E_s^2 + F_s^2}\right]^{1/2} \tag{11}$$

and

$$\Delta_t = (\zeta_p - \zeta_s) - (\eta_p - \eta_s) \tag{12}$$

where $\zeta = \arctan \dfrac{F}{E}$.

The light when passing the 4-surface, preserves the phase difference, but the amplitudes of the waves in the two polarization planes change differently.

Denoting by $t_m = \dfrac{E_{3-0}^+}{E_3^+}$ the Fresnel coefficient of transmission at the 4-surface and since $E_3^+ = t\,E_0^+$,

$$E_{3-0}^+ = t_m\, t\, E_0^+ ; \quad \tan\psi = \frac{(E_{3-0}^+)_p}{t_{mp}\, E_{0p}^+} \cdot \frac{t_{ms}\, E_{0s}^+}{(E_{3-0}^+)_s} \tag{13}$$

as E_0^+ has the same value for the waves polarized in both planes.

$$\tan\psi_{tm} = \frac{(E_{3-0}^+)_p}{(E_{3-0}^+)_s} = \frac{(t_m)_p}{(t_m)_s} \tan\psi_t$$

or

$$\tan\psi_{tm} = \frac{n_3 \cos\varphi_3' + n_0 \cos\varphi_0'}{n_3 \cos\varphi_0' + n_0 \cos\varphi_3'} \cdot \left[\frac{E_p^2 + F_p^2}{C_p^2 + D_p^2} \cdot \frac{C_s^2 + D_s^2}{E_s^2 + F_s^2}\right]^{1/2} \tag{14}$$

where $\varphi_3' = \varphi_3 \pm \varepsilon$.

The solving of the equations (9), (10), (11) and (12) with the aid of a fast working computer gives the unknown quantities of the problem.

It is preferable sometimes the thickness to be known from a previous measurement using another method, perhaps an interferometric method.

Experiment

1. Apparatus.

The experimental device (fig. 2) consists of an polarizer P, an analyzer A, a quarter-wave plate used for compensation and the holder of the sample. The light source is a sodium lamp and as a detector both

the eye or a photomultiplier can be used. The precision, with which the settings of the polarizing prisms and the incidence angle can be read, is one minute.

The measurement of the elliptically polarized light was made as follows :

In the absence of the sample the analyzer is set at 45° as against the incidence plane, the A_1 setting, and the polarizer in the position corresponding to extinction, the P_1 position [12].

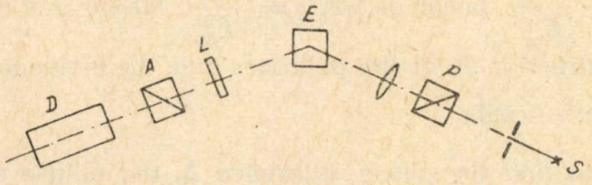


Fig. 2

Then the quarter-wave plate L is attached to the telescope so that the extinction is obtained, in which case the principal directions of the plate are the same as those of the polarizer and the analyzer in the above mentioned settings. When the sample is fixed in its place the polarization properties of the reflected light change so that the field is no more dark.

The sample is introducing a phase difference Δ between the two components of the electric vector as well as a modification of their amplitudes. The polarizer and the analyzer are simultaneously rotated until the extinction is once more obtained. This operation makes the principal axes of the ellipse to be the same as the principal directions of the quarter-wave plate, that is to say A_1 und P_1 (fig. 3), and consequently

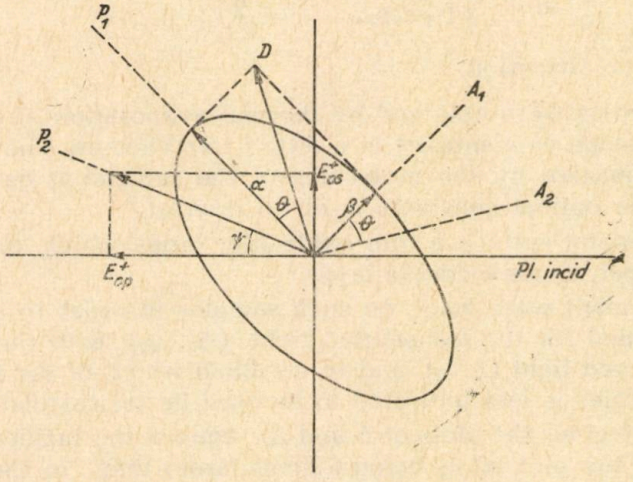


Fig 3

the light emerging from the quarter-wave plate, which is linearly polarized (D is its vibrating direction), meets the analyzer at an angle $\frac{\pi}{2}$ rad. Let P_2 and A_2 denote the new settings of the polarizer and analyzer, respectively.

Under these circumstancies $E_{0p}^{-} = E_{0s}^{-}$ and the defining relation $\tan\psi = \frac{E_{0p}^{-}}{E_{0p}^{+}} \cdot \frac{E_{0s}^{+}}{E_{0s}^{-}}$ becomes $\tan\psi = \frac{E_{0s}^{+}}{E_{0p}^{+}}$ where ψ is now the angle between the direction P_2 of the polarizer and the incidence plane, given by $\psi = \frac{\pi}{4} - (P_1 - P_2)$.

In order to find the phase difference Δ, the ellipse equation must be written as reported to two reference systems one of which has its axes oriented in the direction of the incidence plane and the perpendicular to it, the other hawing its axes directed after the principal directions of the quarter-wave plate, and taking into account the possibility of obtaining the second system when the first is rotated by an angle $\frac{\pi}{4}$ rad.

Denoting by α and β the semiaxis of the ellipse (fig. 3) one gets

$$\alpha = \frac{E_{0p}^{-}\sin\Delta}{\sqrt{1-\cos\Delta}}\,;\quad \beta = \frac{E_{0p}^{-}\sin\Delta}{\sqrt{1+\cos\Delta}}$$

and also $\tan\theta = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\sqrt{1-\cos\Delta}}{\sqrt{1+\cos\Delta}} = \tan\frac{\Delta}{2}$ and finally $\Delta = 2(A_2 - A_1)$.

2. Results. Discution.

The samples were obtained by thermal evaporation of a lead layer on a glass wedge as a support in a 5.10^{-6} torr vacuum. The layer being strongly impurified by the molecules of the remaining gas the determining of the optical constants is of no interest.

On the metal surface a thin oxide film forms which, together with the metal layer, forms a double layer.

Measurement were made on such samples in order to compare the results obtained for the transmitted light (Δ_t, ψ_t) with those obtained for the reflected light (Δ, ψ), and to establish which of the four ellipsometric quantities is less indicated to be used in the calculation.

The fig. 4 gives the plots of Δ and Δ_t against the incidence angle φ_0 the scale in the plot of Δ_t being 6 times larger than in the plot of ψ. It is easy to notice that the variation of Δ_t is much slower as compared

to that of Δ. The variation of ψ_t as a function of the incidence angle is also smaller than the variation of ψ as it is shown in the fig. 5.

The same conclusion can be drawn from the plotting of Δ against ψ (fig. 6).

From the above analysis, it seems preferable in the calculation to use the quantities obtained from the ellipsometric measurements of the

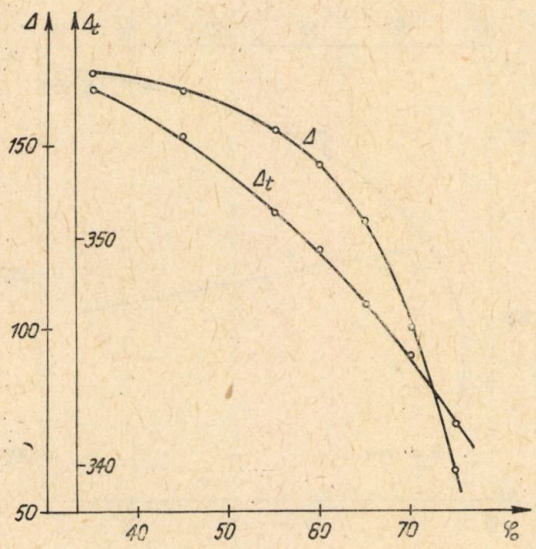


Fig. 4

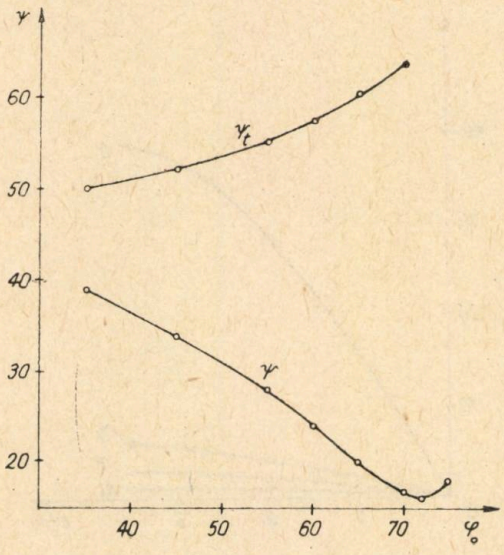


Fig. 5

transmitted light because of their smaller sensibility to the eventual errors in the setting of the incidence angle.

It is necessary to know the sensibility of the ellipsometric measurements as reported to the variation of thickness of the thin superficial film. For the reflected light the literature attest a larger variation of Δ with the film thickness in comparison to the variation of ψ [13], [6].

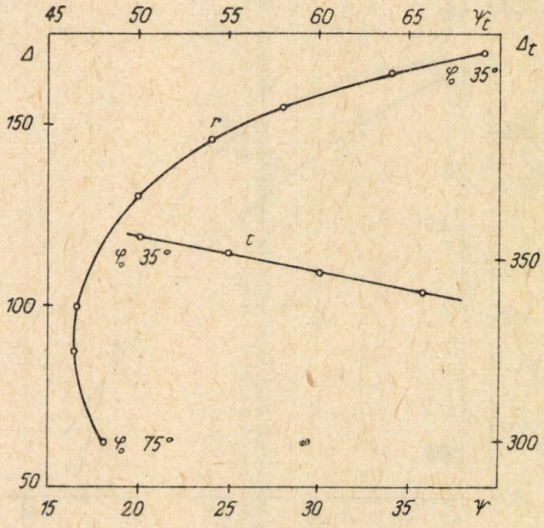


Fig. 6

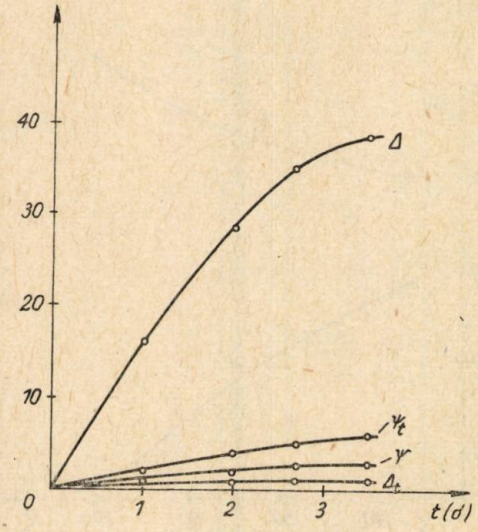


Fig. 7

There is also a comparison to be made between the results obtained for transmission and those for reflection. In the fig. 7 the absolute value of the differences between the ellipsometric quantities determined at a moment of time (the initial moment, about 10 minutes after the exposition of the sample to the air) and the values obtained at subsequent moments is plotted against the time. In the reflected light the variation of Δ in time (when the thickness increases) is much larger than the variation of ψ. On the contrary, in the transmitted light, the variation of ψ_t is larger than that of Δ_t and also exceeds the variation of ψ. The difficulty intervening when determinations in the transmitted light are made proceeds from the absorbtion in the layers. When layers of small enough thickness are studied or when the extinction coefficient is small, the sensibility in the determination of the minimum is comparable with the sensibility in the reflected light.

From the above analysis the conclusion of the possibility of using the ellipsometric quantities measured in the transmitted light, especially ψ_t, for the determination of the optical constants and the thickness of thin films can be drawn.

The Laboratory of Physics
Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

REFERENCES

1. *Vasicek A.*, Optical Study of a Thin Absorbing Film on a Metal Surface. In: Ellipsometry in the Measurement of Surface and Thin Films, Symposium Proceeding, Washington, 1963. Natl. Bur. Stand. Misc. Publ. 256, 1964, p. 25—40.
2. *Burge D. K., Bennett H. E.*, Effect of a Thin Surface Film on Ellipsometric Determination of Optical Constants. In: Journ. Opt. Soc. Amer. 54, 1964, p. 1428—1433.
3. *Ditchburn R. W.*, Some New Formulas for Determining the Optical Constants From Measurements on Reflected Light. In: Journ Opt. Soc. Amer. 45, 1955, p. 743—748.
4. *Archer R. J., Gobeli G. W.*, Measurement of Oxigen Adsorbtion on Silicon by Ellipsometry. In: Journ. Phys. Chem. Solids 26, 1965, p. 434—351.
5. *Claussen B. N., An* Ellipsometer Investigation of Vapor Adsorbtion on Etched Silicon. In: Journ. Electrochem. Soc. 111, 1964, p. 646—651.
6. *Archer R. J.*, Optical Constants of Germanium: 3600 A to 7000 A. In: Phys. Rev. 110, 1958, p. 354—358.
6. *Saxena A. N.*, Use of an Ellipsometer to Determine Surface Cleaness and Measurement of the Optical and Electric Constants of InSb at $\lambda = 5461$ A. In: Appl. Phys. Lett 7, 1965, p. 113—115.
7. *Abéles F.*, Sur la propagation des ondes electromagnetique dans les millieux stratifiés. In: Ann. de Physique 3, 1948, p. 504—520.

8. *Mayer H.*, „Physik dünner Schechten", 1950, Berlin, Wissenschaftliche Verlagsgeselschaft.

9. *Moisil D.*, Note on Double Thin Layer Ellipsometry. In: Rev. Roum. Phys. 11, nr. 8, 1966, p. 759—761.

10. *Prisivalko A. P.*, „Otrajenie sveta ot pogloşciaiuşcih sred", Minsk, Izdatelstvo Akademii Nauk Beloruskii SSR, 1963.

11. *Mertens, P. F.* ş.a., Some Observations on the Use of Elliptically Polarized Light to Study Metal Surfaces. In: Journ. Opt. Soc. Amer. 53, 1963, p. 788—796.

12. *Andreeva V. V.*, Novîe metodî fiziko-himiceskih isledovanii. In: Trudî Inst. Fiz.-Him. 6, 1957, p. 79—98.

13. *Archer R. J., Gobeli G. W.*, J. Phys. Chem. Solids. 26, 1965, 343.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.3/.4:621-233:621.923.92:621.922

EFORTURI UNITARE ȘI DEFORMAȚII ÎNTR-UN DISC ÎN MIȘCARE DE ROTAȚIE *

VIRGIL BOGDAN

În lucrarea [4] au fost stabilite expresiile eforturilor unitare dintr-un disc omogen în mișcare de rotație :

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{E}{1+\mu}\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{\mu}{1-2\mu}\nabla^2\Phi\right]\\
\sigma_\theta &= \frac{E}{1+\mu}\left[\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{\mu}{1-2\mu}\nabla^2\Phi\right]\\
\sigma_z &- \frac{E}{1+\mu}\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{\mu}{1-2\mu}\nabla^2\Phi\right]\\
\tau_{rz} &= \frac{E}{1+\mu}\cdot\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial z}
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

în care, Φ este potențialul deplasărilor radială (u) și axială (w) :

$$u=\frac{\partial\Phi}{\partial r};\quad v=0;\quad w=\frac{\partial\Phi}{\partial z} \qquad (2)$$

Potențialul Φ trebuie să satisfacă condiția

$$\nabla^2\Phi=\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=-\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{2(1-\mu)E}\varrho\,\omega^2 r^2+C \qquad (3)$$

Pentru modulul de elasticitate, coeficientul de contracție transversală, masa specifică și viteza unghiulară s-au folosit notațiile obișnuite, E, μ, ϱ, ω.

În cele ce urmează, se cercetează stările de eforturi unitare, deformații și deplasări considerînd starea de deformație plană. Această stare se poate obține considerînd lungimea cilindrului infinită (fig. 1). În acest caz condițiile la limită devin

$$\left.\begin{aligned} r&=R_i\\ r&=R_e\end{aligned}\right\}\Rightarrow\sigma_r=0 \qquad (4)$$

---

* Manuscris predat la redacție la 9 decembrie 1967.

și

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \equiv 0 \tag{5}$$

Din relația (3) și din condiția (5) rezultă

$$\nabla^2 \Phi = \frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Phi}{dr} = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{2(1-\mu)E} \varrho \omega^2 r^2 + C \tag{6}$$

Integrala ecuației (6) este

$$\Phi = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{32(1-\mu)E} \varrho \omega^2 r^4 + \frac{C}{4} r^2 + C_1 \ln r \tag{7}$$

abstracție făcînd de o constatnă C_2 care nu afectează expresiile eforturilor unitare și ale deplasărilor.

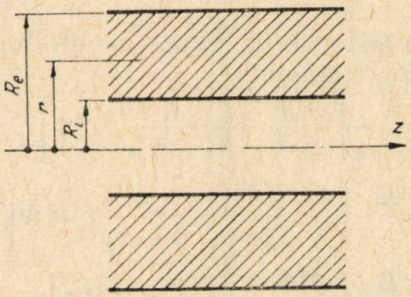


Fig. 1

Din relația (7) se pot deduce acum expresiile

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{d\Phi}{dr} = -\frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{8(1-\mu)\cdot E} \varrho \omega^2 r^3 \frac{C}{2} r + \frac{C_1}{r} \\ \varepsilon_r &= \frac{d^2\Phi}{dr^2} = -\frac{3(1+\mu)(1-2\mu)}{8(1-\mu)E} \varrho \omega^2 r^2 + \frac{C}{2} - \frac{C_1}{r^2} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Expresia lui σ_r din relațiile (1) devine

$$\sigma_r = \frac{E}{1+\mu}\left[\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{\mu}{1-2\mu}\left(\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr}\right)\right] =$$

$$= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \mu \cdot \frac{1}{r}\frac{d\Phi}{dr}\right]$$

sau, după efectuarea calculelor,

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[-\frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)B} \varrho \omega^2 r^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{C}{2} - (1-2\mu)\frac{C_1}{r^2}\right] \tag{9}$$

Introducînd în (9) condițiile (4) se obțin constantele

$$\left.\begin{aligned} C &= \frac{2(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\,(R_e^2+R_i^2) \\ C_1 &= \frac{(1+\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\,R_e^2R_i^2 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Expresia potențialului deplasărilor devine

$$\Phi = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\left[-\frac{1}{4(3-2\mu)}\,r^4+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}(R_e^2+R_i^2)\,r^2+\frac{1}{1-2\mu}\,R_e^2R_i^2\ln r\right]$$

din care se deduc expresiile deplasărilor, deformațiilor și a eforturilor unitare

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{d\Phi}{dr} = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\left[-\frac{1}{3-2\mu}\,r^3+\right. \\ &\qquad \left.+(R_e^2+R_i^2)\,r+\frac{1}{1-2\mu}\cdot\frac{R_e^2R_i^2}{r}\right] \\ v &= 0 \\ w &= \frac{d\Phi}{dz} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{d^2\Phi}{dr^2} = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\left[-\frac{3}{3-2\mu}\,r^2+\right. \\ &\qquad \left.+R_e^2+R_i^2-\frac{1}{1-2\mu}\cdot\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{r}\cdot\frac{d\Phi}{dr} = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\left[-\frac{1}{3-2\mu}\,r^2+\right. \\ &\qquad \left.+R_e^2+R_i^2+\frac{1}{1-2\mu}\cdot\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right] \\ E_z &= \frac{d^2\Phi}{dz^2} = 0 \\ \varepsilon_v &= \nabla^2\Phi = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)(3-2\mu)}{8(1-\mu)E}\,\varrho\,\omega^2\left[-\frac{4}{3-2\mu}\,r^2+\right. \\ &\qquad \left.+2(R_e^2+R_i^2)\right] \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{3-2\mu}{8(1-\mu)}\varrho\omega^2\left[-r^2+R_e^2+R_i^2-\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right]\\
\sigma_\theta &= \frac{3-2\mu}{8(1-\mu)}\varrho\omega^2\left[-\frac{1+2\mu}{3-22}r^2+R_e^2+R_i^2+\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right]\\
\sigma_z &= 2\mu\cdot\frac{3-2\mu}{8(1-\mu)}\varrho\omega^2\left[-\frac{2}{3-2\mu}r^2+R_e^2+R_i^2\right]\\
\tau_{rz} &= 0
\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Eforturile unitare obținute mai sus sînt comparabile cu starea de eforturi unitare dedusă în ipoteza stării de eforturi plane

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_r' &= \frac{3+\mu}{8}\varrho\omega^2\left[-r^2+R_e^2+R_i^2-\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right]\\
\sigma_\theta' &= \frac{3+\mu}{8}\varrho\omega^2\left[-\frac{1+3\mu}{3+\mu}r^2+R_e^2+R_i^2+\frac{R_e^2R_i^2}{r^2}\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Pentru $\mu = 0$ se obține

$$\sigma_r = \sigma_r'\,;\quad \sigma_\theta = \sigma_\theta'$$

Cea mai mare diferență rezultă pentru $\mu = 0{,}5$

$$\sigma_r = 0{,}825\,\sigma_r$$

Pentru oțel, ($\mu = 0{,}3$)

$$\sigma_r' = 0{,}9625\,\sigma_r$$

deci σ_r este cu 3,75% mai mare decît σ_r'.

În concluzie, se constată că pentru ipotezele extreme, stare plană de eforturi unitare și stare plană de deformații, diferențele care rezultă din calcul pentru expresiile eforturilor unitare sînt neglijabile.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1 *S. D. Ponomariov ș.a.* Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol. III. Edit. tehnică, București, 1964.

2 *S. Timoshenco*, Theorie de l'élasticité, Librairie polytechnique Ch. Péranger, Paris et Liege 1948.

3 *A. Petre, V. Bogdan.* Discuri neomogene în mișcare de rotație, St. cerc. mec. apl., 20, 5 București, 1965.

4 *V. Bogdan.* Expresiile eforturilor unitare care se produc în discuri în rotație solicitate prin eforturi care variază în lungul axei lor, St. cerc. mec. apl., 26, 5, Bucureți 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

ELECTROTEHNICĂ

C.Z. :621.375.3:621.373.004.1

CU PRIVIRE LA UTILIZAREA AMPLIFICATOARELOR MAGNETICE CA GENERATOARE DE IMPULSII UNIPOLARE DE CURENT *

M. SAND, A. CRĂCIUNESCU, GH. NIȚU

1. Descrierea generatorului

Pentru alimentarea circuitelor dispozitivelor magnetice sînt necesare generatoare de impulsii unipolare de curent de frecvență relativ mare. Folosirea în acest scop a generatoarelor electronice este nesatisfăcătoare, pe de o parte din cauza imperfecțiunilor dispozitivelor semiconductoare actuale, iar pe de altă parte din cauză că generatoarele cu tuburi electronice funcționează satisfăcător numai în condițiile unei tensiuni de ieșire relativ mari. Aplicarea la bornele de intrare ale dispozitivelor magnetice a unor tensiuni mari este nerecomandabilă, atît din cauză că mărirea nivelului de izolație necesită mărirea gabaritelor cît și, mai ales, din cauză că datorită curenților capacitivi parazitați se produce deformarea impulsiilor și funcționarea lor anormală. De aceea, se preferă ca în acest scop să se folosească generatoare de impulsii unipolare magnetice.

Una dintre schemele de generatoare magnetice de impulsii unipolare (de formă trapezoidală sau, în cazul materialelor cu ciclu de histerezis apropiat de forma ideală, dreptunghiulară) propusă în ultimul timp [1 ; 2] derivă din schema bobinelor saturabile jumelate serie la funcționarea în regim cu curenți de armonici pare înăbușiți în circuitul de comandă. După cum se știe, în acest regim, forma curentului de lucru este aproape dreptunghiulară, dacă valoarea lui este mai mică decît 0,844% din valoarea medie a curentului de scurtcircuit $\left(I_1 \leqslant 0{,}844 \cdot \frac{2U_1}{\pi R_1}\right)$. Singura problemă este deci aceea de a transforma impulsiile cu polarități alternante în impulsii unipolare.

Schema pentru obținerea impulsiilor unipolare obținută din schema bobinelor saturabile serie este reprezentată în figura 1. După cum se vede, în alternanța pozitivă curenții vor avea același sens și curentul de sarcină va fi egal cu suma lor ($I=I_1+I_2$), iar în alternanța negativă

* Manuscris predat la redacție la 26 septembrie 1967.

curenții avînd sensuri opuse, curentul de sarcină va avea valoarea egală cu diferența lor ($I=I_1—I_2$). Pentru ca alternanța a doua să reprezinte pauza dintre două impulsii de curent, este necesar ca numerele de spire ale înfășurărilor de pe cel puțin unul din miezuri să fie egale (în cazul în care înfășurările de comandă de pe ambele miezuri au același număr

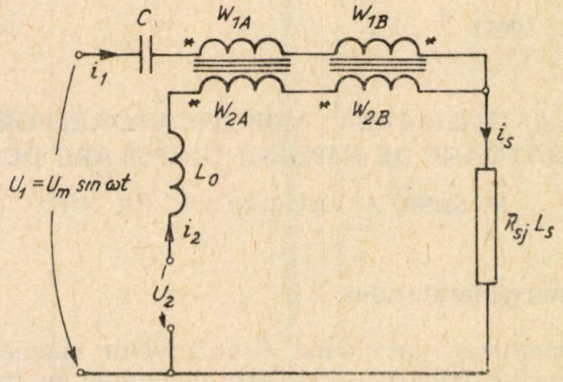


Fig. 1

de spire, duratele impulsiei și pauzei sînt diferite). Factorul de înăbușire a curenților de armonici pare din circuitul de comandă fiind mic, este necesar ca în serie cu înfășurarea de comandă să se lege o bobină cu inductivitatea L_0 destul de mare pentru ca pulsațiile curentului de comandă să fie neglijabile. În circuitul de lucru se leagă în serie un condensator, cu capacitatea C suficient de mare pentru ca valoarea căderii de tensiune corespunzătoare să fie neglijabilă, al cărui rol este de a bloca trecerea curentului continuu prin circuitul sursei de alimentare în curent alternativ.

2. Teoria generatorului magnetic de impulsie

Principiul de funcționare a aparatului fiind asemănător aceluia al transformatorului de curent continuu pentru înțelegerea fenomenelor care au loc se admit aceleași ipoteze și se dau aceleași explicații ca și

Fig. 2

în cazul acestora din urmă. Astfel, pentru explicarea faptului că la începutul impulsiei de curent valoarea acestuia este mai mare decît în intervalul de la sfîrșitul acesteia (vezi figura 2 reprodusă după [2]) se presupune existența unui ciclu de histerezis local, comun ambelor miezuri și se admite un anumit mod particular de parcurgere a acestuia.

Pe baza acestei ipoteeze de lucru se ajunge la concluzia că valoarea așa-zisei „trepte" de curent s-ar datora cîmpului coercitiv, ceea ce înseamnă că dacă valoarea maximă a solenației este suficient de mare pentru ca fiecare miez să funcționeze după ciclul limită de histerezis, valoarea treptei de curent să fie aceeași, indiferent de valorile curenților. Experimental se constată însă că în funcție de valorile rezistențelor din cele două circuite se obțin diferite valori ale componentei necontinue curentului. Mai mult, aceasta depinde și de valorile inductivității din circuitul de comandă și ale capacității din circuitul de lucru. Pe de altă parte, chiar și în cazul transformatoarelor de curent continuu este posibilă, dacă factorul de înăbușire a curenților de armonici pare este suficient de mare, obținerea unor forme la care treapta de curent să nu fie sesizabilă. Pentru ilustrarea acestui fapt, în figura 3 sînt reproduse, după [3] și [4], oscilogramele curenților de lucru la transformatoarele de curent continuu.

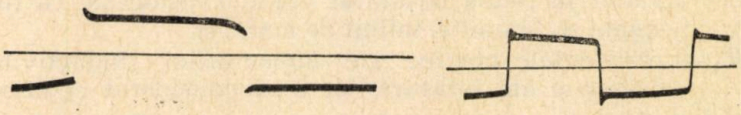


Fig. 3

Un alt fapt care apare evident în toate oscilogramele, chiar și la transformatoarele de curent continuu, este acela că valoarea componentei considerate continuă nu este constantă pe toată durata impulsiei ci scade continuu. Acest lucru, deși este ușor sesizabil nu este explicat nici în lucrările relative la generatoarele de impulsii unipolare și nici în acelea referitoare la transformatoarele de curent continuu. Probabil că această omisiune se datorește neglijării de la început a tensiunii magnetomotoare a miezurilor.

În sfîrșit determinarea valorilor capacității C și a inductivității L_0 din cele două circuite se face în lucrările cunoscute numai pe baza admiterii unei anumite căderi de tensiune și a unui anumit grad de deformare, fără a se lua în considerație influența parametrilor circuitelor, posibilitatea apariției unor oscilații amortizate și a fenomenului de ferorezonanță. În cele ce urmează, se prezintă o teorie mai exactă a generatorului magnetic de impulsii unipolare, pe baza căreia se deduc valorile necesare ale parametrilor elementelor de circuit.

Spre deosebire de tratările teoretice din literatură, cazul miezurilor cu ciclul de histerezis dreptunghiular ideal este considerat nu apriori ci la limită, după deducerea expresiei generale a curentului. În rest, se fac aceleași ipoteze simplificatoare ca și în teoria curentă a amplificatoarelor magnetice.

Conform schemei de principiu din figura 1, sistemul de ecuații deduse prin aplicarea teoremelor lui Kirchhoff, este :

$$\left.\begin{aligned} -W_{1A}\frac{d\Phi_A}{dt}+W_{1B}\frac{d\Phi_B}{dt}-L_S\frac{di_S}{dt}-\frac{1}{C}\int i_1 dt = R_1 i_1 + R_S i_S - \\ U_m \sin \omega t \\ -W_{2A}\frac{d\Phi_A}{dt}-W_{2B}\frac{d\Phi_B}{dt}-L_S\frac{di_S}{dt}-L_0\frac{di_2}{dt}=R_2 i_2+R_S i_S- \\ i_1+i_2=i_S \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Aici, în afara notațiilor din figură, s-a mai notat cu :

și
$$\Phi_A = \Lambda_A (W_{2A} i_2 + W_{1A} i_1)$$
$$\Phi_B = \Lambda_B (W_{2B} i_2 - W_{1B} \cdot i_1)$$

— fluxurile magnetice fasciculare din cele două miezuri :

Λ_A și Λ_B — permeanțele magnetice ale celor două miezuri ale căror valori în regim nesaturat vor fi considerate ca fiind constante și, la limită, infinit de mare, și

R_1 și R_2 — rezistențele ohmice ale înfășurărilor (inductivitățile de dispersie ale înfășurărilor s-au considerat neglijabile).

Considerînd, ca în cazul amplificatoarelor magnetice, că la saturație fluxul magnetic fascicular este constant (intr-un interval $\Phi_A = \Phi_S = \text{const.}$, iar în celălalt $\Phi_B = \Phi_S = \text{const.}$) pentru intervalul în care miezul „A" este saturat, sistemul de ecuații diferențiale (1) capătă expresia :

$$\left.\begin{aligned} (R_1+R_S)i_1+L_S\frac{di_1}{dt}+\Lambda W_{1B}^2\int\frac{di_1}{dt}+\frac{1}{C}\int i_1 dt+R_S i_2+ \\ +(L_S-\Lambda W_{1B} W_{2B})\frac{di_2}{dt}=U_1 \\ R_S i_1+(L_S-\Lambda W_{1B} W_{2B})\frac{di_1}{dt}+(R_2+R_S)i_2+ \\ +(L_S+L_0+\Lambda W_{2B}^2)\frac{di_2}{dt}=U_2 \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

sau, în formă operațională (folosind transformata Carson) după ce s-a făcut schimbarea de variabilă $\omega t = \omega \tau + \alpha$:

$$\left.\begin{aligned} \left[(R_1+R_S)+p\,(L_S+\Lambda\, W_{1B}^2)+\frac{1}{Cp}\right]i_1(p)+[R_S+p(L_S- \\ -\Lambda W_{1B} W_{2B})]\, i_2(p)=U_m\frac{p\,\omega\cos\alpha+p^2\sin\alpha}{p^2+\omega^2} \\ [R_S+p(L_S-\Lambda W_{1B} W_{2B})]\, i_1(p)+[(R_2+R_S)+p(L_S+ \\ +L_0+\Lambda W_{2B}^2)]\, i_1(p)=U_2+p L_0 I_2 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Pentru scrierea acestor ecuații s-a ținut seama că valorile inițiale ale curenților sînt $i_{10} = -I_1$ și $i_{20} = -I_2$, că $-I_1 + I_2 = 0$ și că $W_{1B} I_1 + W_{2B} I_2 \approx 0$ deoarece ea reprezintă ecuația solenațiilor pentru miezul nesaturat.

După rezolvarea sistemului de ecuații (3) trecerea la funcțiile originale de timp și trecerea la limită pentru $\Lambda \to \infty$ se obțin următoarele expresii pentru curenți :

$$i_1 = \frac{U_m}{\left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}}{W_2} + 1\right)^2\right]\sqrt{(\omega^2 + a^2)(\omega^2 + b^2)}}\left[\omega \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + \right.$$

$$+ \frac{a\sqrt{\omega^2 + b^2}}{a - b} e^{-at} \cos(\alpha - \varphi + \varphi_b) - \frac{b\sqrt{\omega^2 + b^2}}{a - b} e^{-bt} \cos(\alpha - \varphi + \varphi_a)\Big] +$$

$$+ \frac{1}{(b - a)\left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}}{W_{2B}} + 1\right)^2\right]} \cdot [(U_2 - a L_0 I_2) e^{-at} - (U_2 - \quad (4)$$

$$- b L_0 I_2) e^{-bt}] \frac{W_{1B}}{W_{2B}}$$

și

$$i_2 = \frac{W_{2B}}{W_{1B}} \cdot i_1,$$

În aceste expresii,

$$a = \frac{R_1 + R_S\left(1 + 2\frac{W_{1B}}{W_{2B}}\right) + (R_2 + R_S)\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2}}{2\left[L_0 - L_S\left(\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2} + 1\right)^2\right]} -$$

$$- \sqrt{\frac{\left[R_1 + R_S\left(1 + 2\frac{W_{1B}}{W_{2B}}\right) + (R_2 + R_S)\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2}\right.}{4\left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2} + 1\right)^2\right]^2} - \frac{1}{C \cdot \left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}}{W_{2B}} + 1\right)^2\right]}}, \text{ și}$$

$$b = \frac{R_1 + R_S\left(1 + 2\frac{W_{1B}}{W_{2B}}\right)\left(R_2 + R_S\right)\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2}}{2\left[L_0 + L_S\left[\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2} + 1\right)^2\right]} + \quad (5)$$

$$+ \sqrt{\frac{\left[R_1 + R_S\left(1 + 2\frac{W_{1B}}{W_{2B}}\right) + \left(R_2 + R_S\right)\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2}\right.}{4\left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}^2}{W_{2B}^2} + 1\right)^2\right]^2} - \frac{1}{C\left[L_0 + L_S\left(\frac{W_{1B}}{W_{2B}} + 1\right)^2\right]}},$$

reprezintă valorile limită, pentru $\Lambda \to \infty$ cu semn schimbat, ale rădăcinilor ecuației caracteristice a sistemului de ecuații diferențiale considerat :

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega^2 - ab}{\omega (a+b)}\,;\quad \varphi_a = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{a} \text{ și } \varphi_b = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{b} \tag{6}$$

Cu privire la expresiile curenților în intervalul următor cînd miezul „B" este saturat iar miezul „A" nesaturat, se deduce, pe aceeași cale sau din ecuația solenațiilor pentru miezul „A", că în vreme ce curentul de comandă i_2 își păstrează aceeași expresie, curentul i_1 devine :

$$i_1 = - \frac{W_{2A}}{W_{1A}} i_2 \tag{7}$$

În privința numerelor de spire, la generatoarele cu durata impulsiei egală cu cea a pauzei, numerele de spire ale celor patru înfășurări sînt aceleași ($W_{1A} = W_{2A} = W_{1B} = W_{2B}$), iar la generatoarele cu durata impulsiei mai mare decît cea a pauzei numărul de spire ale înfășurării de comandă de pe miezul „A" este mai mic ($W_{1A} = W_{1B} = W_{2B}$ și $W_{2A} < W_{1A}$).

Pentru generatoarele cu durate egale pentru impulsie și pentru pauză, expresiile curenților sînt :

— în primul interval (miezul „A" saturat și miezul „B" nesaturat)

$$i_1 = \frac{U_m}{(L_0 + 4L_S)\sqrt{(\omega^2 + a^2)(\omega^2 + b^2)}} \left[\omega \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + \right.$$

$$\left. + \frac{a\sqrt{\omega^2 + b^2}}{a - b} e^{-at} \cos(\alpha - \varphi + \varphi_b) - \frac{b\sqrt{\omega^2 + a^2}}{a - b} e^{-bt} \cdot \cos(\alpha - \varphi + \varphi_a) \right] +$$

$$+ \frac{1}{(L_0 + 4L_S)(b - a)} \left[(U_2 - a L_0 I_2) e^{-at} - (U_2 - b L_0 I_2) e^{-bt} \right]$$

și

$$i_2 = i_1 \tag{8}$$

și în al doilea interval (miezul „A" nesaturat iar miezul „B" saturat), corespunde pauzei :

$$i_1 = - i_2$$

În acest caz, expresiile coeficienților a și b devin :

$$a = \frac{R_1 + R_2 + 4R_S}{2(L_0 + 4L_S)} - \sqrt{\frac{(R_1 + R_2 + 4R_S)^2}{4(L_0 + 4L_S)^2} - \frac{1}{C(L_0 + 4L_S)}} \text{ și}$$

$$b = \frac{R_1 + R_2 + 4R_S}{2(L_0 + 4L_S)} + \sqrt{\frac{(R_1 + R_2 + 4R_S)^2}{4(L_0 + 4L_S)^2} - \frac{1}{C(L_0 + 4L_S)}} \tag{9}$$

Expresiile curenților în timpul impulsiei rămîn aceleași și în cazul generatoarelor cu durata inegale ale impulsiei și pauzei, singurele care se

schimbă fiind expresiile curenților în timpul pauzei, dar acestea nu prezintă importanță dat fiind că suma lor algebrică este egală cu zero. Expresiile legilor de variație ale fluxurilor magnetice se obțin în același mod ca și în cazul transformatoarelor de curent continuu, și de asemenea nu prezintă importanță aici.

3. Alegerea parametrilor schemei

Deducția expresiilor curenților s-a făcut în ipoteza că rădăcinile ecuației caracteristice a sistemului de ecuații sînt reale, adică, relativ la cazul curent cînd $W_{1B} = W_{2B}$, că este îndeplinită condiția ca

$$\frac{(R_1 + R_2 + 4R_S)^2}{4(L_0 + 4L_S)^2} > \frac{1}{C(L_0 + 4L_S)},$$

din care rezultă o primă condiție cu privire la alegerea condensatorului din circuitul de curent alternativ a cărui capacitate trebuie să corespundă relației :

$$\frac{1}{C} < \frac{(R_1 + R_2 + 4R_S)^2}{4(L_0 + 4R_S)} \tag{10}$$

Dacă această condiție nu este îndeplinită, în expresiile curenților apar și componente alternative amortizate a căror prezență este inadmisibilă pentru buna funcționare a dispozitivelor magnetice alimentate de la generatorul de impulsii unipolare respectiv. Posibilitatea apariției unor astfel de componente există și la transformatoarele de curent con-

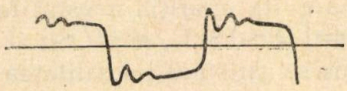


Fig. 4

tinuu, după cum se vede din oscilograma reprodusă în figura 4, după [4], pentru un astfel de transformator folosit pentru măsurarea tensiunilor continue înalte.

Dacă valoarea capacității C este aleasă astfel încît să fie îndeplinită condiția (10), din analiza expresiilor coeficienților a și b date de relațiile (5) și (9) rezultă că valoarea constantei de timp $\frac{1}{b}$ este mult mai mică decît aceea a constantei de timp $\frac{1}{a}$

Aceasta înseamnă că componentele proporționale cu e^{-bt} se amortizează rapid în vreme ce componentele proporționale cu e^{a-t} se amortizează foarte încet, într-un timp mult mai mare decît durata impulsiei de curent. Din oscilogramele reproduse în figura 3 se observă că la transformatoarele de curent continuu, la care factorul de înăbușire a curenților de armonici pare este mare, prezența ambelor componente

este evidentă și că neglijarea componentelor proporționale cu e^{-bt} este admisibilă. Această neglijare este cu atît mai mult admisibilă la generatoarele de impulsii unipolare, la care, din cauză că factorul de înăbușire a curenților de armonici pare este relativ mic, componentele proporționale cu e^{-bt} sînt estompate, așa cum se vede din oscilograma reprodusă în figura 2.

Pe de altă parte, valoarea capacității C este limitată superior de fenomenul de ferorezonanță. Deoarece miezul magnetic este magnetizat și în curent continuu, caracteristica $U_L = f(I_L)$ unde U_L reprezintă căderea de tensiune de pe înfășurarea de c.a., are forma prezentată în figura 5 [3]. Condensatorul C fiind introdus în serie cu înfășurarea de

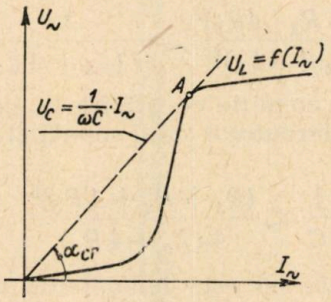


Fig. 5

c.a. a miezului, este posibilă apariția fenomenului de ferorezonanță serie, fenomen deosebit de supărător deoarece distorsionează forma impulsurilor de curent. Pentru a evita apariția acestui fenomen trebuie ca cele două caracteristici : $U_L = f(I\sim)$ și $U_c = f(I\sim)$ să nu se intersecteze.

Capacitatea C trebuie să satisfacă inegalitatea :

$$\frac{1}{C} > \omega \cdot \operatorname{tg} \alpha_{cr} \tag{11}$$

în care $\operatorname{tg} \alpha_{cr}$ este panta tangentei dusă din origine la caracteristica $U_L = f(I\sim)$. Cum în cazul magnetizării mixte, în c.a. și c.c. a miezurilor se obține o familie de caracteristici $U_L = f(I_1)$, condiția (11) trebuie să fie respectată pentru caracteristica ce corespunde valorii curentului I_2 stabilită din condiția obținerii impulsiilor unipolare de amplitudine dată.

În afară de aceasta, dintre componentele exponențiale proporționale cu e^{-at}, singura care are o valoare inițială considerabilă în calcule este aceea proporțională cu tensiunea U_2. Într-adevăr după cum se observă cu ușurință

$$\left| \frac{a \cos(\alpha - \varphi + \varphi_b)}{(a-b)\sqrt{\omega^2 + a^2}} \right| \ll \left| \frac{1}{b-a} \right| \quad \text{și} \quad a L_0 I_2 \ll U_2$$

De aceea, din expresia generală a curentului de sarcină pot fi reținute numai două componente, și anume : una proporțională cu

$U_m \sin(\omega t+\alpha-\varphi$ și a doua, exponențială, proporțională cu $U_2 \cdot e^{-at}$. Pentru curentul de sarcină se poate, deci, admite următoarea expresie :

$$i_S = 2\frac{U_m}{(L_0+4L_S)\sqrt{(\omega^2+a^2)(\omega^2+b^2)}}\omega\sin(\omega t+\alpha-\varphi)+$$

$$+2\frac{U_2}{(L_0+4L_S)(b-a)}e^{-at}$$

sau, după înlocuirea coeficienților a și b cu expresiile lor din (9),

$$i_S = \frac{2U_m}{\sqrt{(R_1+R_2+4R_S)^2+\left[\omega(L_0+4L_S)-\frac{1}{\omega C}\right]^2}}(\sin\omega t+\alpha-\varphi)+$$

$$+\frac{2U_2}{\sqrt{(R_1+R_2+4R_S)^2-\frac{4}{C}(L_0+4L_S)}}e^{-at} \qquad (12)$$

Evident, ponderea uneia sau a celeilalte dintre componente în expresia curentului depinde de valorile parametrilor și în mod esențial de valoarea inductivității L_0 a bobinei de șoc din circuitul de comandă. Dacă, din considerente rezultate din nivelul de curenți paraziți admisibil pentru dispozitivele magnetice, se stabilește un raport k_I minim, dintre valorile maxime ale celor două componente ale expresiei (11), pentru buna funcționare a instalației rezultă că trebuie să fie îndeplinită condiția :

$$K_I < \frac{U_2\sqrt{(R_1+R_2+4R_S)^2+\left[\omega(L_0+4L_S)-\frac{1}{\omega C}\right]^2}}{U_m\sqrt{(R_1+R_2+4R_S)^2-\frac{4}{C}(L_0+4L_S)}} \qquad (13)$$

Notînd, pentru simplificarea scrierii, $k_u = \frac{U_m}{U_2}$ și $K_p = k_I \cdot k_u$, se obține inegalitatea :

$$\omega^2(L_0+4L_S)^2+2\frac{2K_p^2-1}{C}(L_0+4L_S)+(1-K_p^2)(R_1+R_2+4R_S)^2+$$

$$+\frac{1}{\omega^2 C^2}>0 \qquad (14)$$

Cum numai valorile pozitive ale inductivităților au semnificație fizică, rezultă că inegalitatea (14) va fi satisfăcută numai pentru valori ale inductivității totale (L_0+4L_S) mai mari decît valoarea rădăcinii celei

mai mari a ecuației ce se obține prin egalarea cu zero a membrului întîi al inegalității. Rezultă deci, că pentru a avea o componentă sinusoidală de k_I ori mai mică decît cea exponențială trebuie să fie îndeplinită condiția :

$$L_0 + 4L_S > \frac{1 - 2K_p^2}{\omega^2 \cdot C} + \sqrt{(K_p^2 - 1)\left[\frac{4K_p^2}{\omega^4 \cdot C^2} + \frac{(R_1 + R_2 + 4R_S)^2}{\omega^2}\right]} \quad (15)$$

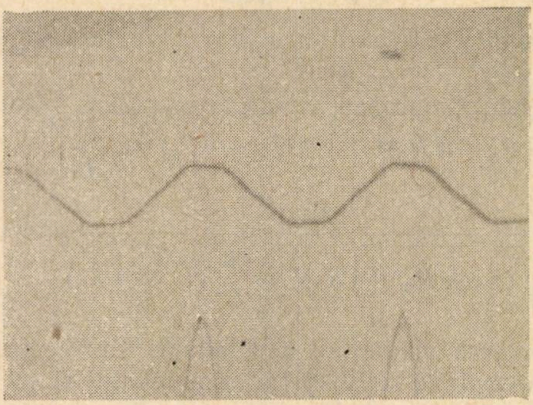


Fig. 6

Evident, obținerea de impulsii de formă dreptunghiulară este condiționată de folosirea pentru confecționarea miezurilor a unor materiale feromagnetice cu ciclu de histerezis dreptunghiular, adică cu un factor de rectangularitate de cel puțin 0,9. În cazul contrar, trecereea de la regimul nesaturat la cel saturat nu se face brusc, ceea ce duce la obținerea unor impulsii de formă trapezoidală. Amplificatorul magnetic pe care am efectuat încercările, avînd miezurile confecționate din oțel electrotehnic laminat la rece și nu din permalloy, am putut obține numai impulsii de formă trapezoidală de forma celor arătate în figura 6.

4. Concluzii

1. Amplificatoarele magnetice de tipul bobinelor saturabile pot fi utilizate și ca generatoare de impulsii unipolare de curent de formă dreptunghiulară sau trapezoidală, dacă elementele de circuit sînt legate conform schemei din figura 1.

2. Forma impulsiei depinde de caracteristicile magnetice ale miezurilor de valorile parametrilor elementelor de circuit legate în circuitele de curent alternativ și de curent continuu.

3. Alegerea elementelor de circuit se face folosind relațiile (10), (11), (15).

Catedra de mașini electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Avdeenkova L. M., Korolkov N. V.:* Analiz raboti i rasciot magnitnîh ferrit-diodnîh elementov dlea ţifrovîh vîcislitelnîh maşin. Vîcislitelnîi ţentr A.N.S.S.R. Moscova, 1962.

2. *Korolkov H. V.:* Magnitnîi formirovateli odnopoliarnîh impulsov toka dlia pitaniia magnitnîh elementov. Izv. Va. — zov. „Elektromehanika" 1959, nr. 4, pag. 28-45.

3. *Storm H. F.:* Magnetic amplifiers. H. Willey & Sons Inc. New-York 1955.

4. *Blıţkaia M. S., Limanov E. A.:* Transformatori postoiannovo tokai i naprijeniia. Energhia, Moscova 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 1

C.Z. : 621.313.333:621.3.025.3:621-25:621.3.017

ASUPRA DEPENDENȚEI PIERDERILOR SUPLIMENTARE DE ÎNTREFIERUL MAȘINII ASINCRONE *

IOAN BABUȚIA
Institutul politehnic Timișoara

1. Introducere

Atenția acordată în literatura de specialitate [1]. . . . . ., [20], [26], [27], problemei predeterminării, măsurării și reducerii pierderilor suplimentare în motoarele asincrone trifazate se datorește importanței științifice, tehnice și economice pe care o prezintă. Aceste pierderi, care se produc în zonele cele mai solicitate electric și magnetic (spre exemplu în dinții miezului feromagnetic), se transformă în căldură. Consecințele directe ale apariției pierderilor suplimentare sînt scăderea randamentului și creșterea încălzirii mașinii [3], [5]. De asemenea, ele influențează în sens negativ caracteristica mecanică $M = f(n)$, a motorului asincron [3], [6], [21], [26]. De aceea este necesar să fie cunoscute cauzele ce determină aceste pierderi, pentru a putea acționa asupra lor pe orice cale posibilă, în vederea îmbunătățirii caracteristicilor de funcționare ale motoarelor asincrone trifazate.

Întrucît cercetătorii cunoscuți, ca Odok [3], [5], Nedelcu [10], Alger, Angst, Davies [7], Vorkresenski, Kuznețov [15], Ostrov [25], Hore [26], arată că valoarea pierderilor suplimentare depinde mult de procesul tehnologic utilizat la confecționarea rotorului, atenția autorului a fost îndreptată mai ales asupra acestei părți a mașinii.

În cîteva lucrări anterioare [11], [17], [18], [21], [22], [23], [24], s-au prezentat rezultatele obținute în studiul întreprins de autor pentru determinarea și reducerea pierderilor suplimentare, în gol și în sarcină, din motoarele asincrone trifazate — cu rotorul în colivie, avînd barele înclinate și neizolate față de miezul magnetic — prin aplicarea metodei de mărire a intrefierului. În aceste lucrări a fost descris procedeul practic, utilizat în producția de serie la întreprinderea Electromotor Timișoara, care este simplu și ușor de aplicat. În esență el constă în majorarea intrefierului nominal cu 10—25%. Se cuvine a preciza că metoda poate fi aplicată atît motoarelor finite, în care caz se restrunjește rotorul

* Lucrare comunicată la sesiunea științifică a cadrelor didactice din Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" B curești, 27—29 mai 1966.

cu 0,05—0,125 mm pe rază, cît și în cadrul proiectării, cînd trebuie determinat intrefierul optim, pentru asigurarea factorului de putere impus, la valoarea minimă a pierderilor suplimentare.

De asemenea, au fost prezentate calculele teoretice [22], care constituie fundamentarea metodei practice, scoțîndu-se în evidență, pentru prima dată în mod explicit, că o mare parte din pierderile suplimentare variază invers proporțional cu pătratul valorii intrefierului mașinii. O concluzie calitativă referitoare la această problemă prezintă și Rossmaier în lucrarea [2], fără a o sintetiza într-o relație explicită, ci menționînd doar că pierderile suplimentare sînt cu atît mai mici, cu cît este mai mare intrefierul.

Rezultate în deplină concordanță cu cele publicate de autorul prezentei lucrări în 1962 [11] și în 1964 [18] a obținut V. I. Levin [27] care a depus o activitate de cercetare pentru micșorarea încălzirii și îmbunătățirea randamentului motoarelor asincrone, pe calea determinării experimentale a intrefierului optim. Astfel el a ajuns la concluzia că la un intrefier oarecare — mai mare decît cel nominal — există un minim al pierderilor suplimentare și al sumei pierderilor, cum și un maxim al randamentului. Cercetările experimentale s-au efectuat pe două bucăți motoare de 256 kW, 3000 V, 1500 r/m, iar la unul din ele intrefierul a fost majorat de la 1 mm (valoare nominală) la 6,4 mm, obținîndu-se minimul pierderilor suplimentare la un intrefier de aproximativ 3,5 mm.

2. Baza teoretică a metodei practice propuse de autor pentru reducerea pierderilor suplimentare. Rezultate obținute

Pentru a studia problema din punct de vedere teoretic, autorul prezentei lucrări a ținut seamă de cercetările lui Odok, [3], [5], care și-a susținut teza de doctorat la Zürich, în 1955, cu tema : „Pierderi suplimentare și cupluri parazite în motoarele cu rotorul în scurtcircuit, avînd barele neizolate", cum și de lucrarea lui Nicolaide [14]. Acești autori obțin expresia pierderilor din rotor, datorite efectului termic al curenților, sub forma următoare (pentru armonica de ordinul ν) :

$$P_{2\nu} = Z_2 \cdot E_{l\nu}^2 \cdot R_e \left[\frac{2\, a_\nu^2 (ch\, \dot{\gamma}_\nu l - \cos a_\nu l)}{\beta_\nu^4 \cdot \dot{\gamma}_\nu \cdot \dot{Z}_{q\nu_0} \cdot sh\, \dot{\gamma}_\nu \cdot l} + \frac{1}{\beta_\nu^2 \cdot \dot{Z}_{q\nu_0}} l \right], \tag{1}$$

în care $E_{l\nu}$ reprezintă tensiunea electromotoare indusă, în unitatea de lungime a barei rotorului, de către armonica ν a cîmpului magnetic statoric. Mărimea $E_{l\nu}$ este dată de relația următoare (în complex) [22] :

$$\dot{E}_{l\nu} = j \frac{2\, m\, w_1 \cdot k_{w\nu}}{Z_2} \cdot \frac{l}{l_i} \cdot s_\nu \cdot X_{2ml\nu} \cdot \dot{I}_1, \tag{2}$$

unde

$$X_{2ml\nu} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{l_i}{l} \cdot \frac{Z_2}{\pi} \cdot \frac{1}{4p} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau}{\nu} \cdot \frac{1}{\delta}, \tag{3}$$

este reactanța de magnetizare pentru armonica ν, raportată la rotor, calculată pe unitatea de lungime a barei.

Pentru a obține o relație mai simplă din care să rezulte explicit dependența pierderilor suplimentare de lărgimea întrefierului, este suficient să se înlocuiască reactanța de magnetizare din formula (3) în expresia tensiunii electromotoare E_{lv} (2) și apoi aceasta în ecuația (1). În acest scop se poate scrie :

$$X_{2mlv} = K_x \cdot \frac{1}{\delta}, \tag{3a}$$

respectiv

$$\dot{E}_{lv} = j \cdot K_E \cdot X_{2mlv} \cdot \dot{I}_1, \tag{2a}$$

sau

$$\dot{E}_{lv} = j \cdot K_E \cdot K_x \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \dot{I}_1 = jK \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \dot{I}_1; \tag{2b}$$

adică

$$E_{lv} = K \cdot \frac{1}{\delta} \cdot I_1.$$

Atunci, expresia pierderilor devine :

$$P_{2v} = Z_2 \cdot K^2 \cdot \frac{1}{\delta^2} \cdot I_1^2 \cdot R_e \left[\frac{2\, a_v^2 (ch\, \gamma_v l - \cos_v l)}{\beta_v^4 \cdot \gamma_v \cdot \dot{Z}_{qv_0} \cdot sh\, \gamma_v l} + \frac{1}{\beta_v^2 \cdot \dot{Z}_{qv_0}} l \right]. \tag{1a}$$

unde

$$R_e[\ ] = \text{partea reală din } [\ ].$$

Din relația (1a) rezultă clar că pierderile P_{2v} depind invers proporțional de pătratul întrefierului, δ. Această formulă conține atît pierderile în bare cît și pierderile suplimentare în traiectul transversal, ultima parte fiind produsă în fier de curenții care se scurg între barele vecine [5].

Rezultatele teoretice prezentate aci au permis aplicarea cu încredere în producția de serie, începînd cu anul 1961, a metodei de mărire a întrefierului. De atunci și pînă în prezent, ea s-a aplicat la peste patru mii bucăți motoare asincrone trifazate cu rotorul în colivie, de diverse tipuri, avînd puteri cuprinse între 4,5 și 30 kW, cu 2, 4, 6 și 8 poli. Prin mărirea întrefierului cu 10—25% din valoarea lui inițială, s-au realizat următoarele [11], [17], [18], [22] :

a) *reducerea pierderilor suplimentare în gol* cu valori ajungînd pînă la 0,85% din puterea nominală absorbită ;

b) *micșorarea pierderilor suplimentare în sarcină* cu 20—37% din valoarea lor inițială ;

c) *mărirea puterii utile* cu 1,14—3,36% ;

d) *îmbunătățirea randamentului* cu pînă la 2,5% ;

e) *scăderea încălzirii* cu 4—11°C ;

f) *ameliorarea caracteristicii mecanice* $M = f(n)$, caracterizată mai ales prin creșterea cuplului de pornire și a celui minim.

Este demn de reținut că această majorare a întrefierului nu a determinat scăderea factorului de putere sub valorile minime admise [22].

3. Verificarea practică a dependenței pierderilor suplimentare de patratul fierului

Pe lîngă consecințele favorabile asupra caracteristicilor electrice ale motoarelor asincrone trifazate cu rotorul în colivie, enumerate mai sus, metoda măririi intrefierului a permis verificarea practică a contribuției teoretice a autorului în legătură cu dependența pierderilor suplimentare în sarcină de pătratul valorii intrefierului.

Pentru a determina variația pierderilor suplimentare în sarcină, P_s, prin aplicarea metodei de mărire a întrefierului, a fost necesară măsurarea puterii utile a motorului respectiv.

Aceasta rezultă din ecuațiile (4) și (5) :

$$P_s = \Sigma P - (P_{Fe} + P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_f), \tag{4}$$

$$\Sigma P = P_a - P_u, \tag{5}$$

în care :

ΣP — suma pierderilor mașinii la funcționarea în sarcină nominală ;

P_a = puterea absorbită ;

P_u = puterea utilă ;

P_{Fe} = pierderile în fier ;

P_{cu1} ; P_{cu2} = pierderile în cuprul statoric, respectiv rotoric ;

P_f = pierderile prin frecare ;

scrise în cadrul metodei puterilor absorbită și furnizată, utilizată și de Odok [5]. La rîndul ei, puterea utilă a fost determinată prin încărcare directă, cu ajutorul relației (6) :

$$P_u = M \cdot \omega_u = M \frac{2\pi n}{60}, \tag{6}$$

măsurînd cuplul, M, la arbore cu ajutorul unui generator dinamometric de construcție cehoslovacă (1962), a cărui eroare sistematică nu depășește 0,1%. Turația, n, s-a calculat ținînd seamă de alunecarea determinată experimental, prin metoda bobinei, eroarea de măsurare fiind de 0,1—0,2%.

Prin urmare utilajul de care s-a dispus în cadrul intreprinderii Electromotor din Timișoara permite determinarea pierderilor suplimentare în sarcină la motoarele asincrone de putere mijlocie, cu o precizie foarte bună, fapt ce constituie o condiție absolut necesară pentru aplicarea metodei puterilor absorbite și furnizată (utilă), după cum rezultă și din literatura de specialitate [5], [26], [28]. Astfel, Odok [5] precizează că în afară de așa numita metodă a puterilor absorbite și furnizată, există și alte metode, folosite sau standardizate, pentru măsurarea pierderilor suplimentare în sarcină. Această metodă, bazată direct pe definiția pierderilor suplimentare în sarcină, este cea mai sigură dintre metodele cunoscute pînă acum, cel puțin pentru mașini de dimensiuni mici și mij-

locii, la care randamentul este mic și determinarea lui directă este mai exactă. Utilizarea metodei puterilor absorbite și furnizată trebuie efectuată cu grijă deosebită și cu mare precizie.

De altfel și V. Nedelcu [10] arată că această metodă indirectă de determinarea pierderilor suplimentare în sarcină are o aplicabilitate practică în domeniul mașinilor de puteri mici și mijlocii, al căror randament este mai mic de 85—90%.

Din datele prezentate în teza de doctorat [22 tab. 4] rezultă clar că valorile randamentelor în cazul motoarelor cărora li s-a aplicat metoda puterilor absorbită și furnizată se situează în domeniul indicat de V. Nedelcu.

În mod asemănător sînt văzute lucrurile și de către K. K. Schwarz [28], care subliniază că singura verificare pozitivă pentru determinarea pierderilor suplimentare o constituie metoda absorbție-debitare, fie din punct de vedere al puterii electrice, fie pe bază calorimetrică, avînd grijă de a obține măsurători cu precizie suficientă. În același articol, autorul arată că deoarece fluxurile de scăpări care există în condițiile de încercare la rotirea contra cîmp sînt fundamental diferite de cele din condițiile de sarcină normală, pierderile suplimentare în sarcină măsurate sînt estimate greșit, pe o bază incorectă. În concluzie, verificarea nu este teoretic acceptabilă. De altfel, rezerve față de metoda rotației inverse au și alți cercetători, ca B. J. Chalmers, A. C. Williamson [20], R. H. Frow, B. Barker, V. Ahmad [26].

Pentru a avea un criteriu obiectiv de apreciere a preciziei de măsurare a puterii utile reale, s-a repetat încercarea, în aceleași condiții de temperatură și încărcare, pe două tipuri de motoare, de cinci ori, menținînd puterea absorbită aceeași, (determinată anterior, prin metoda pierderilor separate). Puterea absorbită s-a măsurat prin metoda celor două wattmetre, iar instrumentele utilizate au fost de clasă 0,5. Rezultatele încercării sînt trecute în tabela 1.

Calculînd eroarea probabilă Δp, cu ajutorul relației cunoscute

$$\Delta p = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta P_{u,i}^2}{n(n-1)}}, \tag{7}$$

unde

$\Delta P_{u,i}$ = eroarea absolută a puterii utile, comisă la una din determinări;

n = numărul determinărilor;

se obțin valorile trecute tot în tabela 1.

Se observă că valoarea probabilă raportată la puterea utilă reală reprezintă un procent foarte mic (sub 0,1%), ceea ce dovedește că măsurătorile s-au efectuat cu multă atenție, respectîndu-se, în felul acesta, condiția impusă de Odok [5], pentru ca rezultatele obținute prin aplicarea metodei puterilor absorbită și utilizată, la determniarea pierderilor suplimentare în sarcină, să fie concludente.

Tabela 1

Nr. crt.	Tipul motorului	Puterea nomin. în kw / Turație sincronă în r/m kw/r/m.	Putere absorb. W	Momentul nominal *Nm*	Alunecare %	Turația rot/min	Putere utilă reală *W*	Putere utilă medie *W*	Eroarea absol. Δ *Pu* *W*	Δ Pu^2	Eroarea probabilă Δ *p*	
											W	%
1	ASI 160 S/2	10/3000	11560	3,24 × 9,81	3,33	2900	9650		2	4		
2	Idem	10/3000	11560	3,24 × 9,81	3,33	2900	9650		2	4		
3	Idem	10/3000	11560	3,24 × 9,81	3,28	2902	9660	9648	12	144	3	0,03
4	Idem	10/3000	11560	3,24 × 9,81	3,39	2898	9640		8	64		
5	Idem	10/3000	11560	3,23 × 9,81	3,23	2903	6640		8	64		
1	ASI 160 M/4	13/1500	14680	8,5 × 9,81	3,57	1446	12630		2	4		
2	Idem	13/1500	14680	8,5 × 9,81	3,60	1446	12630		2	4		
3	Idem	18/1500	14680	8,5 × 9,81	3,51	1447	12640	12628	12	144	3	0,025
4	Idem	13/1500	14680	8,49 × 9,81	3,57	1446	12620		8	64		
5	Idem	13/1500	14680	8,49 × 9,81	3,57	1446	12620		8	64		

În felul acesta, sînt pregătite toate elementele necesare determinării pierderilor suplimentare în sarcină cu ajutorul ecuației (4), avînd în vedere că pierderile P_{cu1}, P_{cu2}, P_{Fe}, și P_f s-au calculat după cum este indicat în STAS 1893-50 pct. 91 și pct. 92.

In tabela 2 sînt trecute valorile cu ajutorul cărora s-au determinat pierderile suplimentare în sarcină, pe baza ecuației (4), cum și rezultatele obținute pe patru tipuri de motoare asincrone trifazate cu rotorul în scurtcircuit.

Întrucît valorile pierderilor suplimentare în sarcină sînt mari (între 4,28—7,15% din puterea absorbită), s-a aplicat acestor motoare metoda măririi intrefierului. Rezultatele obținute sînt trecute în tabela 3.

Din tabela 3 rezultă că în urma măririi intrefierului, prin restrunjirea rotorului, cu 10—23% s-au obținut apreciabile reduceri ale pierderilor suplimentare (20—37%).

Aceste realizări sînt comparabile cu cele ale lui Voskresensky și Kuznețov [15], obținute prin mărirea rezistenței transversale dintre bare și tole.

Concluzia cea mai importantă care rezultă pe baza valorilor prezentate în tabela 3 constă în faptul că raportul dintre pierderile suplimentare inițiale și cele finale, r_p, este foarte apropiat de pătratul raportului invers al valorilor întrefierului, r_δ. Abaterile sînt sub $\pm$ 5%, ceea ce dovedește, avînd în vedere că experimentările s-au făcut în condiții de uzină, o verificare foarte bună a concepției teoretice, concretizată matematic în relația (la).

4. Concluzii

a. În motoarele asincrone trifazate cu colivie, avînd barele înclinate și neizolate față de miezul feromagnetic, se dezvoltă pierderi suplimentare în sarcină al căror ordin de mărime se situează între 3,5 și 7 procente din puterea absorbită.

b. În scopul reducerii acestei categorii de pierderi, autorul a propus metoda măririi intrefierului, a cărei bază teoretică este prezentată succint în lucrarea de față și formulată matematic în relația (1 a).

c. Prin aplicarea metodei de mărire a intrefierului, autorul a reușit să reducă valoarea pierderilor suplimentare în sarcină cu 20—37% din valoarea lor inițială, ceea ce a condus la creșterea randamentului cu 1—2,5% și la micșorarea încălzirii cu 4—11°C.

d. Avînd la dispoziție un utilaj adecvat, de mare precizie și sensibilitate, s-a putut utiliza metoda puterilor absorbită și furnizată în vederea determinării pierderilor suplimentare în sarcină. În felul acesta a fost posibilă verificarea practică a relațiilor deduse teoretic cu privire la dependența pierderilor suplimentare de pătratul valorii inverse a intrefierului. Rezultatele obținute confirmă pe deplin justețea concluziilor teoretice.

Tabela 2

Nr. crt.	Tipul motorului	Puterea nominală în kw / Turația sincr. în rot/min. kw/ r/m.	Putere absorbită P_a W	Putere utilă P_u W	Suma pierderilor $\Sigma P = P_a - P_u$ W	Pierd. în cupru stator la curent nomin. P_{cu1} W	Pierd. în cupru rotor la curent nomin. P_{cu2} W	Pierd. nomin. în fier P_{fe} W	Pierd. prin frecări P_f W	Pierderi suplimentare în sarcină: P_s W	Pierderi suplimentare în sarcină: $p_s = \frac{P_s}{P_a} 100$ %
1	ASI 160 S/6	5,5/1000	6440	5070	1370	352	165	349	44	460	7,15
2	ASI 160 S/4	10/1500	11480	9470	2010	503	547	244	130	586	5,11
3	ASI 160 M/2	13/3000	14580	12370	2210	372	326	394	420	698	4,80
4	ASI 180 S/6	10/1000	11200	9580	1620	476	304	260	100	480	4,28

Tabela 3

Nr. crt.	Tipul motorului	Puterea nominală în kw / Turația sincronă rot/min.	Pierderile suplimentare w: Inițiale P_{si}	Pierderile suplimentare w: Finale P_{sf}	Reduc. pierd. suplim. $\Delta P_s = \frac{P_{si} - P_{sf}}{P_{si}} 100$ %	Raport. pierd. suplim. inițiale și cele finale $r_p = \frac{P_{si}}{P_{sf}}$	Intrefierul mm.: inițial δ_i	Intrefierul mm.: final δ_f	Raport. intrefierului final și cel inițial $r\delta \frac{\delta_f}{\delta_i}$	$r^2_\delta = \left(\frac{\delta_f}{\delta_i}\right)^2$	$\varepsilon = \frac{r_p - r^2_\delta}{r_p} 100$ %
1	ASI 160 S/6	5,5/1000	460	290	37,0	1,585	0,33	0,405	1,23	1,51	+ 4,74
2	ASI 160 S/4	10/1500	586	414	29,3	1,410	0,38	0,46	1,21	1,47	— 4,25
3	ASI 160 M/2	13/3000	698	557	20,2	1,250	0,55	0,605	1,10	1,21	+ 3,20
4	ASI 180 S/6	10/1000	480	380	20,8	1,265	0,40	0,45	1,12	1,265	0

NOTAȚII PRINCIPALE

m = numărul fazelor ;
I_1 = curentul de fază ;
l = lungimea barei rotorului ;
s_ν = alunecarea corespunzătoare armonicii ν ;
$k_{w\nu}$ = factorul de înfășurare a bobinajului statoric pentru armonica ν ;
ω = pulsația rețelei de alimentare ;
μ_0 = permeabilitatea vidului ;
p = numărul perechilor de poli ;
τ = pasul polar corespunzător armonicii fundamentale ;
Z_2 = numărul de bare ale coliviei rotorului ;
a_ν = un coeficient dependent de dimensiunile geometrice ale coliviei rotorice, corespunzător armonicii ν ;

$\dot{\gamma}_\nu = \sqrt{\dot{Z}_{l\nu} / \dot{Z}_{q0}}$;

$\dot{Z}_l = R_l + j X_l$ = impedanța totală raportată la rotor, pe unitate de lungime a barei (în complex) ;

$\dot{Z}_q = R_2 + j_q X_q$ = impedanța dintre două bare vecine, pe unitate de lungime (în complex) ;

$\beta_\nu = \sqrt{a_\nu^2 + \gamma_\nu^2}$;

w_1 = numărul de spire pe o fază a statorului.

BIBLIOGRAFIE

1. *Dreyfus L.* — Die zusatzlichen Einsenverluste in Drehstromasynchronmotoren. In : „E.u.M" 45, 1927, pag. 737.

2. *Rossmaier V.* — Berechnung der durch unisolierte Käfige hervorgerufenen Zusatzverluste bei Asynchronmaschinen. In : „E.u.M.", 1939, pag. 249.

3. *Odok A.* — Zusatzverluste und Zusatzmomente in Kurzschlussankermotoren mit unisolierten Stäben, Zürich, 1955.

4. *Barton T. H.* și *Ahmad V.* — The Measurement and Prediction of Induction Motor Stray Loss at large silips. In : Proc. I.E.E. 104 C, 1957, pag. 299.

5. *Odok A.* — Stray Load Losses and Torques in Induction Machines. In : PAS nr. 35, 1958, pag. 43.

6. *Barton T. H.* și *Ahmad V.* — The Measurement of Induction Motor Stray Loss and Its Effect on Performance. In : PIEE Part. C, 105, 1958, pag. 69.

7. *Alger P. L., Angst G.* și *Davies F. J.* — Stray Load Losses in Induction Machines In : PAS, 42, 1959, pag. 349.

8. *Kaazik P. I.* — Dobavocinie poteri v asinhronnih mașinah pri nagruzke. In : Trudi L.P.I., Nr. 209, 1960, pag. 281.

9 ° ° ° — A.I.E.E. Comittee Report : Stray Load Loss Measurement in Induction Machines. In : PAS 41, 1959, pag. 67—71.

10. *Nedelcu V. N.* — Pierderi suplimentare în sarcină în mașinile asincrone. Electrotehnica 9, nr. 12, 1961, pag. 423.

11. *Babuția I.* și *Tatu Gh.* — Cercetări experimentale în legătură cu pierderile suplimentare în mașinile asincrone. În: Bul. Șt. și Tehn. IPT 7 (21), 1962, pag. 207.

12. *Heller B.* și *Hamata V.* — Pridavna pole sily a ztráty v asynchronnim stroji. Editura Acad. Choslovace de Științe, Praga 1961.

13. *Danielevici I. B.* și *Kașarskii E. G.* — Dobavociniie poteri v elektriceskih mașin. Moscova, Gosenergoizdat, 1963.

14. *Nicolaide A.* — Pierderi suplimentare în rotoarele cu colivie ale mașinilor asincrone și sincrone. În: Electrotehnica, 12, nr. 10, 1964, pag. 361.

15. *Voskresenski A. P.* și *Kuznețov B. I.* — Ob ulucișenii harakteristik korotkozamknutîh asinhronnîh dvigatelei s litei aliuminievoi kletkoi rotora. In: Elecktrotehnika nr. 5, 1954, pag. 6.

16. *Drăgănescu O, Galben Gh., Stamate S.* și *Cimpeanu A.* — Cercetări experimentale asupra caracteristicilor de pornire a mașinilor electrice rotative, sincrone și asincrone. În: Electrotehnica 12, nr. 8, 1964, pag. 289.

17. *Popovici Al., Tatu Gh., Nicoară P., Băbuția I.* și *Crăciunescu V.* — Cu privire la reducerea pierderilor suplimentare în gol la motoarele asincrone. În: Electrotehnica 12, nr. 5, 1964, pag. 166.

18. *Babuția I.* și *Tatu Gh.* — Noi cercetări experimentale în legătură cu pierderile suplimentare în mașinile asincrone. În: Bul. Șt. și Tehn. IPT, volum special, 1964, pag. 197—202.

19. *Jordan H.* și *Taegen F.* — Über den Einfluss der Isolation des Läuferkäfigs auf die Drehmomente von Drehstrom — Asynchronmotoren. In: AEG 1/2, 1962, p. 42.

20. *Chalmers B. J.* și *Williamson A. C.* — Stray Losses in Squirrelcage Induction Motors. Validity of the Reverserotation Test Method. In: Proc. IEE, 110, (10), 1963, pag. 1773.

21. *Babuția I.* — Influența reducerii pierderilor suplimentare asupra caracteristicii mecanice (Lucrare prezentată la Ses. șt. IPT, 18—20 martie 1966; sub tipar la Bul. Șt. și Tehn. I.P.T.).

22. *Babuția I.* — Contribuții la studiul și reducerea pierderilor suplimentare în fier din mașinile asincrone trifazate. Teză de doctorat, 1965, Institutul politehnic Timișoara.

23. *Babuția I.* — Metodă pt. determinarea experimentală a pierderilor suplimentare în sarcină, la mașinile de inducție. În: Dosar inovații Electromotor Timișoara nr. 5563/08.04.1965, cu certificatul de inovator nr. 20/1965.

24. *Babuția I.* — Metodă pentru reducerea pierderilor suplimentare în fier prin restrunjirea rotoarelor, la motoarele asincrone trifazate cu rotorul în colivie. În: Dosar inovații Electromotor Timișoara nr. 5562/08.04.1965, cu certificatul de inovator nr. 19/1965.

25. *Ostrov I. L.* — Sposob umenișenia dobavociniih poteri asinhronniih elektrodvigatelei. In: Vestnik elektropromîșlennosti nr. 10, 1957.

26. * * * — Discussion on Stray Load Losses in Squirrel — cage Induction Motors: In: Proc. IEE, 112, (9), 1965, p. 1750.

27. *Levin I. V.* 2 — Vîbor optimalnovo vozdușnovo zazora asinhronnovo dvigatelia. In: Elektrotehnika, Nr. 12, 1965, pag. 48.

28. *Schwarz K. K.* — Studiu referitor la pierderile suplimentare esențiale în motoarele de inducție cu colivie. In: Caiet selectiv „Electrificare-Electrotehnică" vol. 5, nr. 2, 1965, pag. 74, traducere PIEE 111, nr. 9, 1964, pag. 1565.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

METALURGIE

C.Z. : 669.017:621.36:536.2:541.8:546.654:669.854

STRUCTURA ȘI PROPRIETĂȚILE SOLUȚIILOR SOLIDE ÎN INTERVALUL LA_2Te_3 — La_2CeTe_4 *

ANGEL ALOMAN

Problema descoperirii de noi materiale semiconductoare cu o gamă largă de proprietăți a făcut să crească interesul pentru studierea substanțelor semiconductoare complexe. În ultimul timp cercetătorii acordă atenție sporită compușilor lantanidelor cu S, Se și Te, substanțe foarte puțin studiate pînă acum. Posibilitatea obținerii unui număr mare de astfel de compuși cu proprietăți foarte variate fac din ei o clasă de materiale semiconductoare cu largi posibilități de aplicare.

Elementele lantanide (Ln) formează cu S, Se și Te (X) compuși de tipul LnX, Ln_3X_4, Ln_2X_3, LnX_2, Ln_2X_5 și LnX_3 (de exemplu, în sistemul Nd — Te [1] v. fig. 1).

Între compușii Ln_3X_4 și Ln_2X_3 există domeniul fazei de compoziție variabilă $Ln_{3-z}X_4$ ($0 \leqslant z \leqslant 1/3$), care reprezintă o soluție solidă lacunară cu rețeaua cristalină de tip Th_3P_4.

Celula elementară a compusului Ln_2X_3 cu structura defectă, conține $10^2/_3$ atomi de lantanid repartizați dezordonat în nodurile rețelei care corespund pozițiilor thoriului în rețeaua de tip Th_3P_4 și 16 atomi de calcogen repartizați în nodurile rețelei corespunzătoare pozițiilor fosforului.

Trecerea la compusul Ln_3X_4 cu structura nedefectă, se realizează prin ocuparea treptată a 4/3 vacanțe din celula elementară, de către atomii elementului lantanid [2, 3].

Faza $Ln_{3-z}X_4$ poate fi caracterizată cu ajutorul formulei $(Ln^{3+}_{3-z} \cdot V_z) \cdot X_4^{2-} \cdot e^{1-}_{1-3z}$, unde V_z reprezintă vacanțele în subrețeaua cationică iar e^{1-}_{1-3z} surplusul de electroni obținut prin ocuparea vacanțelor de către ionii elementului lantanid. Pentru $z = 1/3$ formula devine (Ln_2 2/3.V 1/3) $X_4 \rightarrow Ln_2X_3$ iar pentru $z = 0$, $Ln_3X_4 \cdot e^{-1} \rightarrow Ln_3X_4$.

* Manuscris predat la redacție la 9 noiembrie 1967.

În compusul $Ln_3^{3+} Te_4^{2-}$ metalul pune la dispoziție 9 electroni din care telurul poate primi numai 8. Electronul în plus va fi sau liber sau va avea o energie de activare foarte mică, ceea ce va asigura materialului o rezistivitate scăzută ($\varrho \sim 10^{-2} - 10^{-4}\ \Omega \cdot cm$). Legătura chimică în acest compus este mixtă metalico-iono-covalentă.

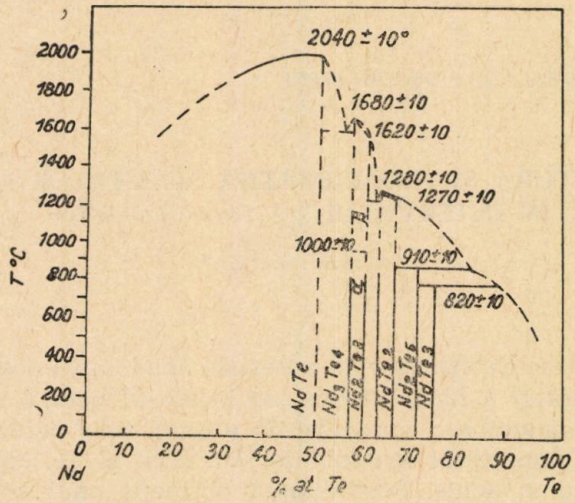


Fig. 1. Diagrama de echilibru Nd-Te.

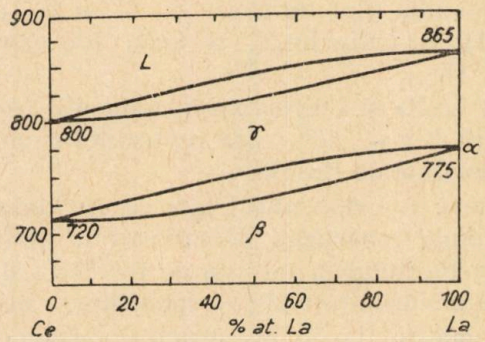


Fig. 2. Diagrama de echilibru Ce-La.

Compusul $Ln_2^{3+} Te_3^{2-}$ respectă regula valenței și deci în stare neexcitată nu posedă purtători de sarcină. Legătura chimică în acest compus va fi iono-covalentă.

Rezultă că compușii Ln_3Te_4 și Ln_2Te_3 care limitează domeniul de existență al fazei $Ln_{3-z}Te_4$ se deosebesc substanțial în ceea ce privește proprietățile fizice.

Prezintă interes studiul proprietăților soluțiilor solide lacunare cu structura defectă de tip Th_3P_4, în care ocuparea vacanțelor se face nu

de elementul lantanid de bază ci de atomii altui element lantanid care poate să posede valență diferită.

În lucrarea de față se prezintă rezultatele studiului obținerii și proprietăților materialelor $LaCe_yTe_{1,5+y}$ unde $0 \leq y \leq 0,5$, care reprezintă soluții solide în intervalul La_2Te_3—La_2CeTe_4 ($LaTe_{1,5}$ — $LaCe_{0,5}Te_2$).

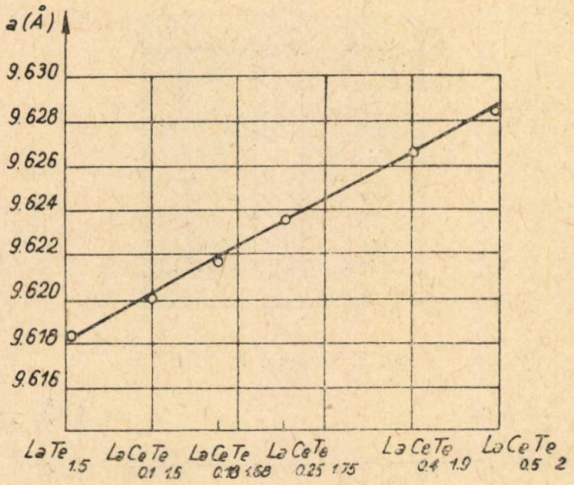


Fig. 3. Variația parametrului rețelei în funcție de compoziție în intervalul —La_2CeTe_4

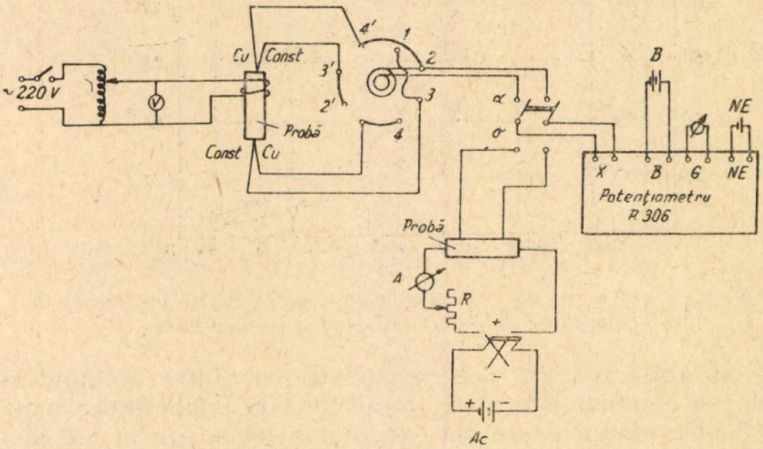


Fig. 4. Schema instalației pentru măsurarea proprietăților termoelectrice.

Ceriul poate să posede valențele + 3 și + 4. Razele atomice ale lantanului și ceriului sînt apropiate iar diagrama de echilibru Ce — La [4] prezintă o serie continuă de soluții solide (v. fig. 2).

Manipularea cu elementele lantanide prezintă o serie de dificultăți legate în particular de oxidabilitatea lor ridicată. De aceea toate opera-

țiile au fost executate într-o boxă în atmosferă de argon pur. Sinteza s-a efectuat în fiole de cuarț vidate (10^{-5} mm Hg).

Cantitatea de elemente în proporție stoechiometrică s-a introdus într-un creuzet de corund și apoi în fiola de cuarț. Încălzirea s-a realizat într-un cuptor electric cu vibrator. Pentru a evita explozia care poate

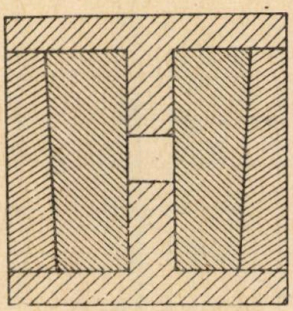


Fig. 5. Schema matriței.

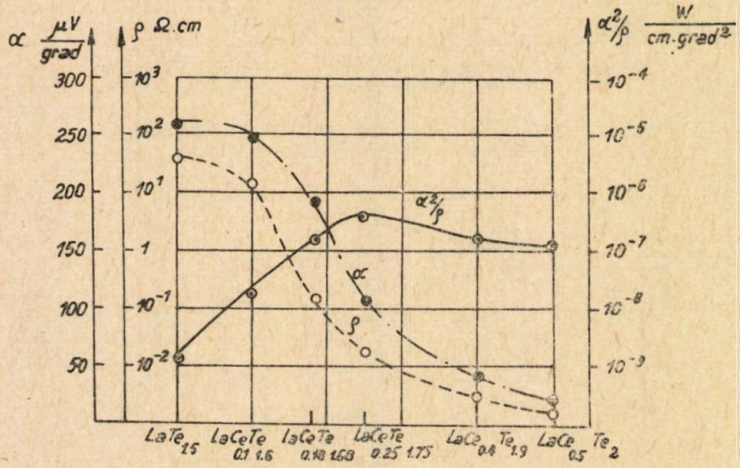


Fig. 6. *Variația* proprietăților termoelectrice în funcție de compoziție în intervalul La_2Te_3 — La_2CeTe_4.

avea loc în urma reacției puternic exoterme dintre lantanid și telur, încălzirea s-a efectuat lent și în trepte pînă la temperatura maximă de 1.100°C. Pentru omogenizare s-a executat o recoacere în vid la 1.100°C timp de 10—15 zile.

Analiza roentgenografică a arătat că se obțin materiale omogene monofazice, cu structura cristalină aparținînd singoniei cubice, grupei spațiale $I\,4\,3\,d$ și tipului structural Th_3P_4.

Valorile parametrului rețelei pentru materialele din intervalul La_2Te_3—La_2CeTe_4 (v. fig. 3) arată că soluțiile solide din acest interval respectă regula lui Vegard.

Pentru măsurarea proprietăților termoelectrice prin metoda compensației cu ajutorul instalației a cărei schemă este prezentată în fig. 4, au fost pregătite probe paralelipipedice cu dimensiunile 5×5×20 mm presate într-o matriță ușor demontabilă (v. fig. 5) și apoi sinterizate. În prealabil au fost determinate valorile optime pentru diametrul particulei de pulbere, presiune și parametri sinterizării. Acestea sînt: diametrul particulei 0,16—0,20 mm; presiunea 12 t/cm²; temperatura de sinterizare 1.100°C; durata sinterizării 200 ore.

Influența adaosului de ceriu asupra proprietăților termoelectrice ale materialelor este arătată în fig. 6 și tabelul 1.

FORMULA	a A	d g/cm³	ϱ Ω·cm	α $\frac{\mu V}{grad}$	α^2/ϱ $\frac{W}{cm \cdot grad^2}$	R_H $\frac{cm^3}{C}$	μ $\frac{cm^2}{V \cdot S}$	n cm^{-3}
La_2Te_3	9,618	6,54	62	— 261	$1,2.19^{-9}$	−12,56	0,208	5.10^{17}
$LaCe_{0,1}Te_{1,6}$	0,619	6,59	2,1	— 245	3.10^{-8}	—	—	—
$LaCe_{0,18}Te_{1,68}$	9,621	6,66	0,2	— 185	$1,7.10^{-7}$	0,5	2,5	1.10^{19}
$LaCe_{0,25}Te_{1,75}$	9,623	6,72	$1,8.10^{-2}$	— 112	$6,1.10^{-7}$	− 0,15	8,3	4.10^{19}
$LaCe_{0,4}Te_{1,9}$	9,626	6,83	$6.4.10^{-3}$	— 42	$2,9.10^{-7}$	− 0.04	6,2	$1,5.10^{20}$
La_3CeTe_4	9,628	6,91	$4,2.10^{-3}$	— 29	$2,1.10^{-7}$	—	—	—
La_3Te_4	9,627	6,87	2.10^{-3}	— 21	2.10^{-7}	− 0,03	15	2.10^{20}

a — parametrul rețelei
d — densitatea
ϱ — rezistivitatea
α — forța termoelectromotoare
α^2/ϱ — coeficientul de putere termoelectrică
R_H — constanta Hall
μ — mobilitatea purtătorilor
n — concentrația purtătorilor

Pentru unele materiale s-a măsurat constanta Hall și s-au calculat mobilitatea și concentrația purtătorilor de sarcină.

Din datele prezentate rezultă că la variații mici ale parametrului rețelei și compoziției corespund variații importante ale proprietăților electrice.

Coeficientul de putere termoelectrică α^2/ϱ prezintă maximum pentru compoziția $LaCe_{0,25}Te_{1,75}$.

Mobilitatea electronilor în aceste materiale este scăzută datorită caracterului heterodesmic al legăturii chimice și structurii cristaline și electronice complexe.

La trecerea de la La_2Te_3 către La_2CeTe_4 mobilitatea crește ca rezultat al ocupării vacanțelor din rețeaua compusului La_2Te_3 de către atomii de ceriu și micșorării în felul acesta a împrăștierii purtătorilor de sarcină.

Pentru a putea aprecia eficiența termoelectrică sau figura de merit $Z=\frac{\alpha^2}{\varrho\chi}$ s a măsurat și conductibilitatea termică χ. Pentru La_2Te_3 $\chi=0{,}012$ w/cm grad iar pentru compusul La_2CeTe_4 $\chi=0{,}030$ w/cm grad și rezultă $Z=1.10^{-7}$ grad^{-1} pentru La_2Te_3 și $Z=7.10^{-6}$ grad^{-1} pentru $La_2Ce\,Te_4$.

CONCLUZII

S-au obținut pentru prima oară soluții solide în intervalul La_2Te_3—La_2CeTe_4, elaborîndu-se metoda de sinteză, omogenizarea și pregătirea probelor în vederea măsurării proprietăților termoelectrice.

Pentru materialele obținute s-a determinat parametrul rețelei, densitatea, rezistivitatea, forța termoelectromotoare, conductibilitatea termică și constanta Hall. S-a calculat coeficientul de putere termoelectrică, figura de merit, mobilitatea și concentrația purtătorilor de sarcină. Coeficientul de putere termoelectrică α^2/ϱ la temperatura camerei prezintă valoarea cea mai ridicată pentru materialul $LaCe_{0,25}\,Te_{1,75}$.

Materialele în intervalul studiat prezintă o trecere treptată de la proprietăți semiconductoare la proprietăți semimetalice, iar legătura chimică variază de la iono-covalentă la iono-covalentă-metalică.

Catedra de metalurgie-fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Lin W., Steinfink H., Weiss E. J.:* The phase equilibria and crystal chemistry of the RE group VI systems. III Nd-Te. În: Inorg. chem., 4, nr. 6, iunie 1965, p. 877—881.

2. *Wyckoff R. W. G.:* Crystal structures N. Y., Interscience, 1951

3. *Flahaut J.:* Recherches récentes sur les sulfures métaliques. În: Bull. soc. chim. France, nr. 7, iulie 1960, p. 1282.

4. *Savițkii E. M. ș.a.:* Splavî redkozemelinîh metallov. Moscova, Izdatelistvo Akademii Nauk SSSR, 1962, 268 p.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

ELECTRONICĂ

C.Z. : 621.385.2:621.314.7:621.3.014:621.3.018:621.3.06

THE INFLUENCE OF CARRIER INJECTION THROUGH EMITTER SIDEWALL ON CURRENT GAIN PROPERTIES OF SMALL AREA DOUBLE DIFFUSED PLANAR TRANSISTORS *

C. D. BULUCEA

List of Principal Symbols

A_E — emitter bottom area
D_{nB}, D_{nL} — effective electron diffusion constant in the base region under/outside the emitter, respectively
h — emitter half — width
I_B, I_C, I_E — base, collector and emitter currents, respectively
I_L, I_S — lateral diode and surface diode currents, respectively
$J_E(h)$ — maximum emitter current density (the emitter current density in the absence of current crowding)
$\bar{J}_E$ — average emitter current density
L_B, L_E — base and emitter impurity diffusion lengths, respectively
l_E — emitter length
L_{nL} — effective electron diffusion length in the base region outside the emitter
n_i — intrinsic carrier concentration, 1.5×10^{10} cm^{-3} for silicon (T = 300°K)
N_A — net acceptor concentration
N_B — integral net acceptor doping in the base region under the emitter
N_{BO}, N_{EO} — base surface concentration and emitter surface concentration, respectively
N_C — collector background concentration
P_E — emitter perimeter
T — absolute temperature
V_{BE} — base — emitter voltage

* Manuscript received November, 16, 1967.

w — base width

x_B, x_E — base and emitter diffusion depths, respectively (collector — base and emitter — base junction depths)

β_0 — dc common emitter current gain

β_β, β_γ, β_L, β_S — partial dc common emitter current gains associated with the transport factor, the emitter efficiency, the lateral diode and the surface diode, respectively

η_L — normalized lateral diode current

μ_{nB}, μ_{nL} — effective electron mobility in the base region under/outside the emitter, respectively

μ_{ni} — electron mobility in intrinsic material, 1350 cm²/V for silicon (T=300°K)

ξ_L — normalized $1/\beta$ — term of the transistor

ϱ_i — intrinsic resistivity, 2×10^5 Ω cm for Silicon (T=300°K)

$\varrho_\square$ — base sheet resistivity under the emitter

τ_{nL} — effective minority carrier lifetime in the base region outside the emitter

1. Introduction

The effects of the emitter — base parasitic junction on electrical properties of the double diffused planar transistors have been previously discussed from different points of view such as the contribution of the sidewall of the emitter to the total emitter capacity [1], [2], the influence of surface effects on the current gain [3] etc. It was recently outlined [4] that the emitter — base sidewall (lateral) diode may affect the current gain properties of silicon planar transistors having a very small horizontal geometry.

The purpose of the present paper is to evaluate the above mentioned effect quatitatively in order to establish the range of transistor structure and bias parameters where the effect plays an important part.

This kind of analysis is imposed by the continuous reduction in sise of the transistors designed to work as (discrete or integrated) high speed current switches or as very high frequency amplifiers. In this respect, it is interesting to note that up-to-date small area planar transistors have an emitter sidewall in the order of 20 to 60 percentages as related to the emitter bottom area.

To avoid the confusion, we shall call the bulk sidewall diode the "lateral diode" and the diode associated with surface effects at the Si-SiO_2 interface the "surface diode". The term "parasitic diode" denotes the sum of effects of both of these diodes.

2. Lateral Diode Current

To determine the lateral diode current the transistor geometry must be considered.

The model taken into account in this analysis is illustrated in Fig. 1. It is a simplified model of planar transistor geometry which facilitates a prime estimation of the effect under investigation.

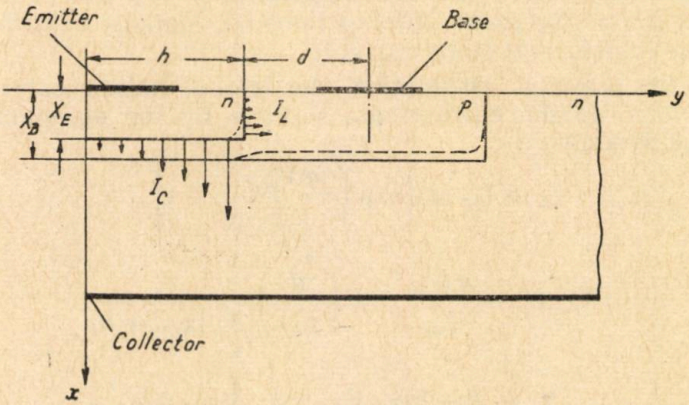


Fig. 1. The model of planar transistor structure used in the analysis; the dashed lines represent the actual junction profiles.

The following approximations are made by using such a model:

1. The emitter-base junction edge is vizualized as being plane shaped [1], [5]. Actually, the transistors fabricated by planar processes have an emitter wall shaped as indicated in Fig. 1 by dashed line.

2. All the emitter current injected into the base from the emitter lateral wall flows to the base contact as it is shown in Fig. 1. This assumption is mainly a consequence of the presumed transistor geometry. In the real device an ammount of the emitter lateral current paths (in the vicinity of $x=x_E$ plane) willhead obliquely for the collector region; nevertheless, it is to be expected that most of these current paths will not reach the collector-base junction without recombining because they are associated with a considerable larger „base thickness" than w.

3. The "emitter dip effect" [6] is neglected.

4. An ideal ohmic contact is assumed to be placed in the base layer along the plane $y=d+h$. Generaly, this assumption is a simplifying hypothesis; it is very close to reality for transistors having a special high concentration deep diffusion for base contacting.

5. For convenience, a *n-p-n* transistor structure is assumed although the tratement implies no restriction to this type of device.

In addition, the following assumption are made :

7. The classic complementary error-function distribution [7], [8] is assumed for both the base and the emitter diffusion (one-step diffusion process).

8. The mobility and the minority carrier lifetime in the base are constant. To have a better adaptation to real conditions we shall take as effective values of these parameters the corresponding values of mobility and carrier lifetime for the total impurity (acceptors plus donors) concentration in the base region, at $x=x_E$ (the regions in the vicinity of the $x=x_E$ plane, having reduced dopings, contribute essentially to the total lateral diode current).

From the previous assumption, the lateral emitter current density will be related to the emitter-base voltage by the equation (see List of Principal Symbols) :

$$J_L = J_{LS}(x)\left[\exp\left(\frac{q\,V_{BE}}{k\,T}\right) - 1\right], \tag{1}$$

where

$$J_{LS}(x) = \frac{q\,D_{nL}}{L_{nL}} \coth\left(\frac{d}{L_{nL}}\right) \frac{n_i^2}{N_a(x,\, d+h)} \tag{2}$$

and

$$N_a(x,\, d+h) = N_{BO}\,\mathrm{erfc}\,\frac{x}{L_B} - N_C. \tag{3}$$

The theoretical investigation of Kennedy and O'Brien [9] has reveled that a one-dimensional approximation inadequately characterizes the impurity distribution within a planar junction. The validity of using the one-dimensional distribution for $N_a(x,\, d+h)$ in (3) is not altered by this observation as the base contact is performed sufficiently far from the base diffusion mask edge to be placed in the region of plane-paralel contours of constant impurity density.

Then the lateral diode current can be found by integrating along the emitter sidewall :

$$I_L = I_{LS}\left[\exp\left(\frac{q\,V_{BE}}{k\,T}\right) - 1\right], \tag{4}$$

where

$$I_{LS} = P_E \int_0^{x_E} J_{LS}(x)\,dx = I_{LSO} \int_0^1 \frac{du}{\mathrm{erfc}\left(\frac{x_E}{L_B}\,u\right) - \frac{N_C}{N_{BO}}}, \tag{5}$$

$$u = \frac{x}{x_E}, \tag{6}$$

and

$$I_{LSO} = P_E\,x_E \frac{q\,D_{nL}}{L_{nL}} \cdot \frac{n_i^2}{N_{BO}} \coth\left(\frac{d}{L_{nL}}\right). \tag{7}$$

The above expression has a current dimension and represents a normalizing factor for I_{LS}; it is, in fact, the lateral diode saturation

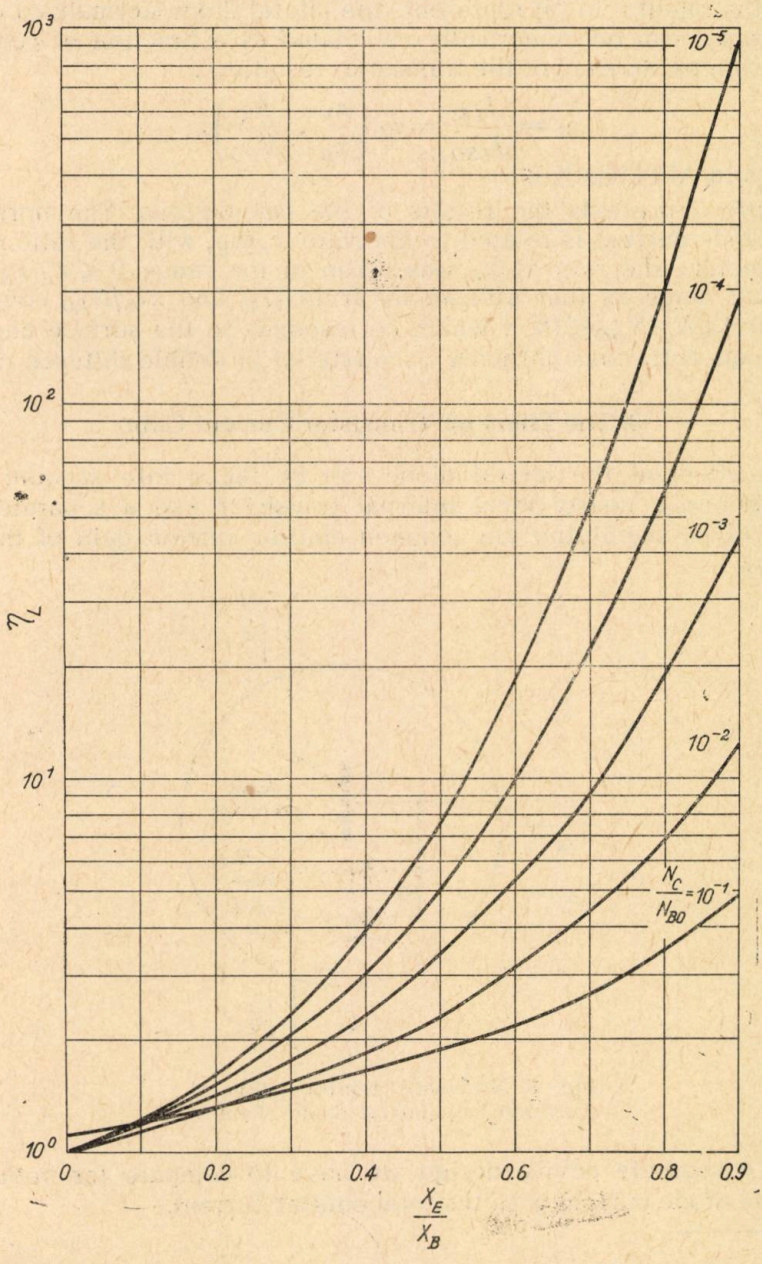


Fig. 2. Normalized lateral diode current $\eta_L = I_{LS}/I_{LSO}$ versus x_E/x_B with the ratio N_C/N_{BO} as parameter.

current for a transistor with the same geometry and with an uniformly doped base region having the net acceptor doping N_{BO}.

So the integral in (5) represents the lateral diode normalized current. This integral can be numerically calculated as a function of commonly used design parameters of the transistor, resulting in :

$$\eta_L = \frac{I_{LS}}{I_{LSO}} = \eta_L\left(\frac{x_E}{x_B}, \frac{N_C}{N_{BO}}\right), \tag{8}$$

as shown in APPENDIX I.

Figure 2 presents the results of the calculations. The normalized lateral diode current is related to the ratio x_E/x_B, with the ratio N_C/N_{BO} as parameter ; the ratio x_E/x_B was taken in the range $0 \leqslant x_E/x_B \leqslant 0.9$ * (the same range as that utilized by Irvin [7]) and N_C/N_{BO} covers the range $10^{-5} \leqslant N_C/N_{BO} \leqslant 10^{-1}$, which corresponds to the surface and background concentrations normally encountered in double diffused devices.

3. The Effect on Transistor Current Gain

The effect of the lateral diode can be taken into account either by combining a nearly ideal internal transistor and a separate diode (Fig. 3), or by modifying the common emitter current gain of the total transistor.

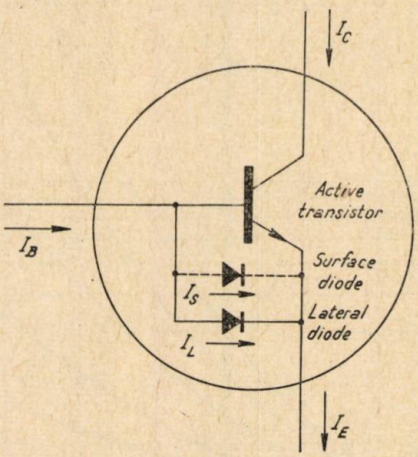


Fig. 3. Schematic representation of emitter-base lateral diode effect.

For a concrete device design we have to compare for both cases the lateral diode current with the total emitter current.

---

* For $\frac{x_E}{x_B} \to 0$, $\eta_L \to \frac{1}{1 - N_C/N_{BO}}$.

From an engineering point of view with regard to the calculation of β_0 [10], [11] the common emitter current gain of the transistor is calculated as follows :

$$\frac{1}{\beta_0} = \sum_{k=\beta,\gamma \text{ etc}} \frac{1}{\beta_k}, \tag{9}$$

where the factors $1/\beta_k$ denote various components of the base current as refered to the total emitter current,

$$\frac{1}{\beta_k} = \frac{I_{Bk}}{I_E}. \tag{10}$$

The most often considered components of base current are the volume recombination current into the intrinsic base (β_β), the hole current of the emitter (β_γ) and the surface recombination current (β_s).

The purpose of this section is to evaluate the term of the sum (9) which denotes the contribution of the lateral diode (the volume recombination current into the extrinsic base), i. e. the term :

$$\frac{1}{\beta_L} = \frac{I_L}{I_E}. \tag{11}$$

Two different situations will be considered : (a) low emitter currents and (b) moderate emitter currents.

Case (a) : Low Emitter Currents

This case corresponds to negligible dc biasing effect, i.e. the emitter current density is constant across the entire emitter area.

In order to calculate the emitter current for a large range of double diffused transistor parameters, the Moll and Ross' [12] approximation will be used :

$$I_E = I_{ES} \exp\left(\frac{q V_{BE}}{k T}\right), \tag{12}$$

where

$$I_{ES} = A_E \frac{q D_{nB} n_i^2}{N_B}, \tag{13}$$

and

$$N_B = \int_{x_E}^{x_B} N_A(x)\, dx. \tag{14}$$

The relation (13) was derived for a base diffused transistor having an abruptly doped emitter. It is easy to examine the case of the double diffused device under the same assumptions as used in Moll and Ross' paper [12] and to note that the relation (13) is maintained. Rigurously, the emitter and collector penetrations in the base should be excluded

from the range of integration ; at the normal operating voltages the contributions of these regions may be neglected and the integral in (14) may be extended from the emitter metallurgical junction to the collector metallurgical junction [13].

The integrand in (14) is the net acceptor concentration, i.e. :

$$N_A(x) = -N_{EO} \operatorname{erfc} \frac{x}{L_E} + N_{BO} \operatorname{erfc} \frac{x}{L_B} - N_C. \tag{15}$$

It is shown in APPENDIX II that the integral representing the total net acceptor doping in the base can be calculated for a transistor characterized by given values of junction depths, surface concentrations and background concentrations as :

$$N_B = N_{BO} x_E F\left(\frac{x_E}{x_B}, \frac{N_C}{N_{BO}}, \frac{N_{BO}}{N_{EO}}\right). \tag{16}$$

Then, assuming $D_{nB} \approx D_{nL}$, we have :

$$\frac{1}{\beta_L} = \frac{I_{LS}}{I_{ES}} = \frac{P_E x_E}{A_E} \cdot \frac{w}{L_{nL}} \coth\left(\frac{d}{L_{nL}}\right) \frac{x_E}{w} \eta_L F, \tag{17}$$

where the exponential in (4) was considered to be much greater than unity.

Introducing the notation :

$$\frac{1}{\beta_{LO}} = \frac{P_E x_E}{A_E} \cdot \frac{w}{L_{nL}} \coth\left(\frac{d}{L_{nL}}\right) \approx \frac{P_E x_E}{A_E} \cdot \frac{w}{L_{nL}}, \tag{18}$$

which denotes the $1/\beta_L$ — term for the normalizing transistor used in Section 1 (same geometry, uniform doping N_{BO} in the base), the $1/\beta_L$ — term of the double diffused transistor is given by :

$$\frac{1}{\beta_L} = \frac{1}{\beta_{LO}} \xi_L\left(\frac{x_E}{x_B}, \frac{N_C}{N_{BO}}, \frac{N_{BO}}{N_{EO}}\right), \tag{19}$$

where

$$\xi_L = \frac{x_E/x_B}{1 - x_E/x_B} F n_L \tag{20}$$

represents the normalized $1/\beta_L$ — term of the double diffused transistor.

Figure 4 shows the dependence of the function ξ_L on x_E/x_B and N_C/N_{BO} for $0 \leqslant x_E/x_B \leqslant 0.9$*, $10^{-5} \leqslant N_C/N_{BO} \leqslant 10^{-1}$ and $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-3}$.

Similar calculations were performed for $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-2}$ and for $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-4}$, resulting in essentially identical curves, as it can be seen from Fig. 5. The ordinates represent the linear differences between the values $\xi_L(N_{BO}/N_{EO} = 10^{-2}; 10^{-4})$ and $\xi_L(N_{BO}/N_{EO} = 10^{-3})$, expressed in percentages of $\xi_L(N_{BO}/N_{EO} = 10^{-3})$.

The most significant aspect in the analised case (i. e low emitter

---

* For $\frac{x_E}{x_B} \to 0$, $\xi_L \to \frac{1}{\sqrt{\pi}(1 - N_C/N_{BO})}$.

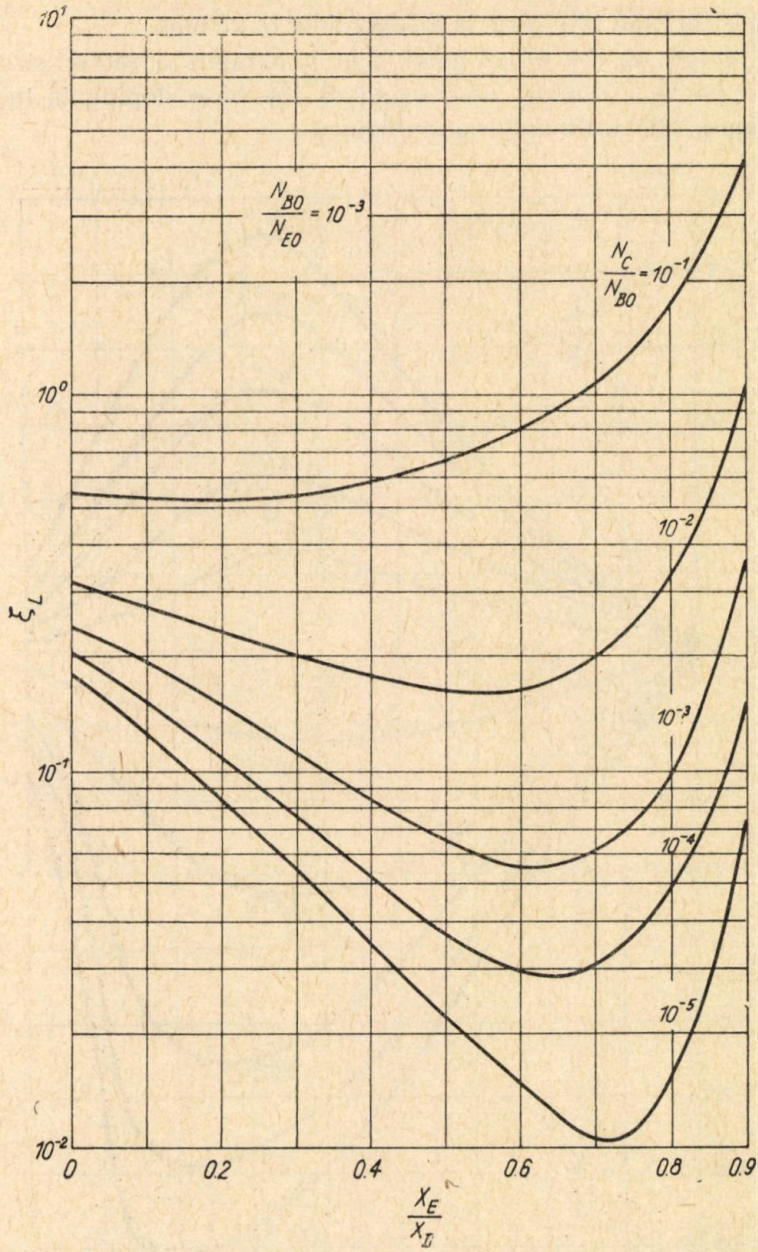


Fig. 4. Normalized β_L — term of the double diffused transistor, $\xi_L = \frac{1/\beta_L}{1/\beta_{LO}}$ versus x_E/x_B with the ratio N_C/N_{BO} as parameter, for $N_{BO}/N_{EO} = 10{-}3$

currents) is that the $1/\beta_L$-term is independent of dc bias.

One notes, on the other hand, that it exhibits a rather strong dependence on base doping, decreasing as the base doping is increased (at the same collector background doping).

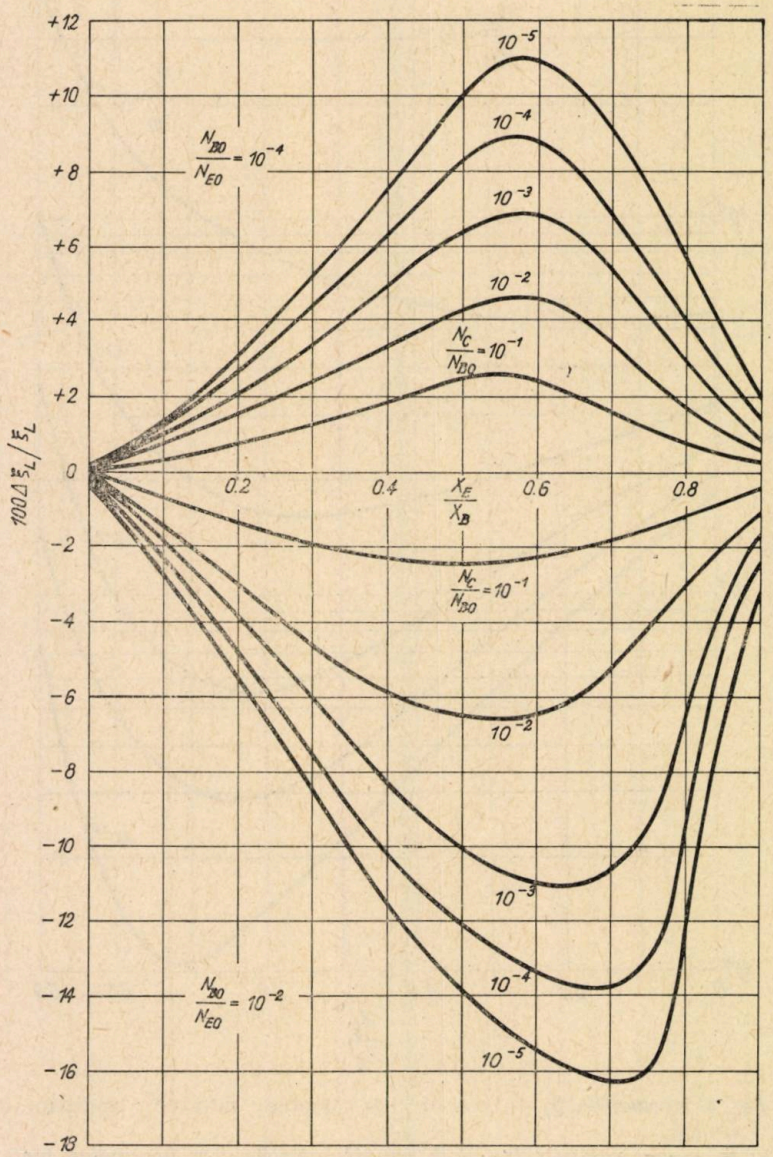


Fig. 5. Differences for ξ_L calculation at $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-2}$ and $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-4}$

The plots in Fig. 4 show that the double diffused device generally has a smaller or a much smaller $1/\beta_L$-term than the corresponding uniformly doped transistor. Moreover, it is interesting to note that the normalized $1/\beta_L$-term exhibits a minimum as a function of x_E/x_B with N_C/N_{BO} and N_{BO}/N_{EO} as parameters; for $10^{-4} \leqslant N_{BO}/N_{EO} \leqslant 10^{-2}$ and $10^{-4} \leqslant N_C/N_{BO} \leqslant 10^{-2}$, this minimum is placed at $0.5 < x_E/x_B < 0.7$, which is very close to the range of the ratio x_E/x_B of existing planar transistors ($0.5 < x_E/x_B < 0.8$).

Case (b) : Moderate Emitter Currents

This case corresponds to the range of emitter currents in which the dc biasing effect is present, but the high injection phenomena (i. e. base conductivity modulation) are not occuring.

The well known phenomenon of confining the emitter curent to a small region near the base contact as a result of the transverse current flow in the base ("emitter crowding") plays an important part in the effect in question; the dc biasing effect aids the lateral diode to influence the current gain of the transistor.

To take into account the dc biasing effect, the $1/\beta_L$-term in (19) must be multiplied by a crowding index denoting the ratio of the emitter current density in the absence of current crowding, $J_E(h)$, to the average emitter current density, $\bar{J}_E$:

$$\frac{1}{\beta_L} = \frac{1}{\beta_{LO}} \xi_L \frac{J_E(h)}{\bar{J}_E}. \tag{21}$$

After Hauser [14] and Ghosh [15], the crowding index is given by :

$$\frac{J_E(h)}{\bar{J}_E} = \frac{Z}{\sin Z \cos Z}, \tag{22}$$

where Z is given by the transcedental equation

$$Z^2 \sec Z = \frac{I_{ES}}{I_O} \exp\left(\frac{q V_{BE}}{k T}\right). \tag{23}$$

I_0 in (23) is a normalization constant which is a function transistor geometry, common emitter current gain and base sheet resistivity; it is independent of the emitter area. For a double-base-stripe geometry transistor, I_0 is given by the equation :

$$I_0 = 4 \beta_0 \frac{l_E}{h} \cdot \frac{k T/q}{\varrho_\square}. \tag{24}$$

In Figure 6, plots of $\bar{J}_E(h)/J_E$ versus V_{BE} are given with I_{ES}/I_O as a parameter varying in the range of interest for silicon small geometry devices.

The implications of important values taken by the crowding index $J_E(h)/\bar{J}_E$ are discussed in the next section.

4. Disscusion of Results

To discuss properly the above presented theoretical analysis, a concrete device example must be considered. We shall use the data of the complectely characterized transistors of Ghosh, De la Moneda and Dono [16]. These transistors are typical modern small area devices; their parameters (observed data) are reproduced in Table 1.

Table 1

The parameters (observed data) of the transistors used in discussion [16]

Parametcr	Observed data	
	Transistor 1	Transistor 2
N_C	8.6×10^{16} cm^{-3}	8.6×10^{16} cm^{-3}
N_{BO}	5.0×10^{19} cm^{-3}	5.0×10^{19} cm^{-3}
N_{EO}	2.0×10^{21} cm^{-3}	7.0×10^{20} cm^{-3}
x_B	2.46×10^{-4} cm	1.46×10^{-4} cm
x_E	1.93×10^{-4} cm	1.03×10^{-4} cm
β_0	≈ 32	≈ 25
$\varrho_\square$	12.5 k Ω	16.0 k Ω
h	3.55×10^{-4} cm	3.55×10^{-4} cm
l_E	30.5×10^{-4} cm	30.5×10^{-4} cm

Both devices are *n-p-n* silicon planar transistors having a double-base-stripe geometry.

Case (a) : Low Emitter Currents

With the impurity profile parameters given in Table 1, we obtain (the values in brackets are for transistor 2) : $\xi_L = 0.105$ (0.0742).

To determine the normalizing $1/\beta_{LO}$-factor, the effective lifetime of the minority carrier in the bulk base region outside the emitter, τ_{nL}, should be known for the particular processing employed in the device fabrication ; in addition, the minority carrier lifetime should be considered as dependent on the injection level. Unfortunately, such data are not available at the present time. We shall use as an orientative indication regarding the value of electron lifetime in p-type silicon the recent compiled data of Bullis and Runyan [17]. Also, Bullis and Runyan's data for electron mobility in silicon will be used.

Then, with μ_{nL} and τ_{nL} chosen as indicated in Section 1, we obtain $L_{nL}=24.9\times10^{-4}$ cm (24.1×10^{-4} cm).

Noting that $P_E x_E/A_E \approx x_E/h=0.544$ (0.296) and neglecting the thin diode effect for the lateral diode, we obtain $1/\beta_{LO}=0.0116$ (0.00479) and $1/\beta_L=\xi_L \cdot 1/\beta_{LO}=0.001218$ (0.000355).

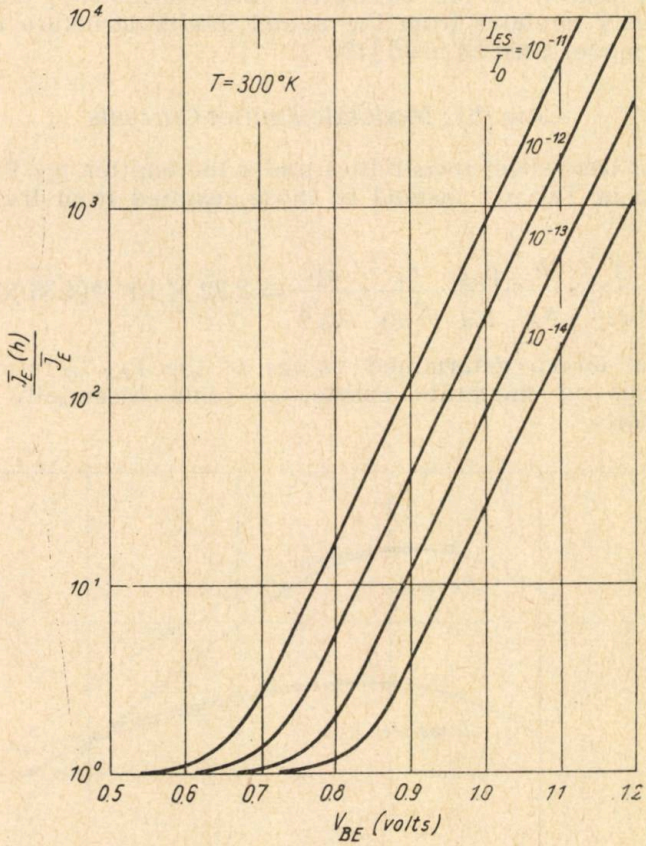


Fig. 6. The crowding index $\bar{I}_E(h)/\bar{I}_E$ versus dc bias V_{BE} with the ratio I_{ES}/I_O as parameter.

The corresponding values of β_L are $\beta_L=862$ (2815).

Therefore, the common emitter current gain resulted from the effect of the emitter-base lateral diode is seen to be in order of hundreds (or thousands) which is not restrictive at the present stage of transistor technology (the existing small-area planar transistors exhibit a dc common emitter current gain ranging from $\beta_0=20$ to $\beta_0=40$ [4], [15], [16], [18]).

This conclusion is in accordance with the previously published conclusion that β_0 is controlled primarilly by surface phenomena at low currents [3], [16].

The negligibile effect of the lateral diode in the range of low emitter currents is evident even with an electron lifetime departing within an order of magnitude from the value here considered.

With further narrowing of the emitter stripe, the presented theory indicates an increase in the $1/\beta_L$-term. However, for $2h/L_B < 2$ [i.e. $x_E/h > >$m $\alpha = 1.740$ (1.609) in the examples here considered] our simpilied model seriously deviates from the actual device structure and a two-dimensional model must be used [19].

Case (b) : Moderate Emitter Currents

Using for base sheet resistivities under the emitter, $\varrho_\square$, the observed values given in Table 1 instead of those resulted from Irvin's curves, we obtain :

$$\frac{I_{ES}}{I_O} = \frac{1}{2\beta_0 F} \cdot \frac{h}{x_E} \cdot \frac{\mu_{nB}}{\mu_{ni}} \cdot \frac{n_i}{N_{BO}} \cdot \frac{\varrho_\square}{\varrho_i/h} = 2.22 \times 10^{-13} (4.33 \times 10^{-13})$$

From the above determined values of the I_{ES}/I_O ratio it results that the range of moderate emitter currents essentially begins at $V_{BE} \approx 0.75$ Volts.

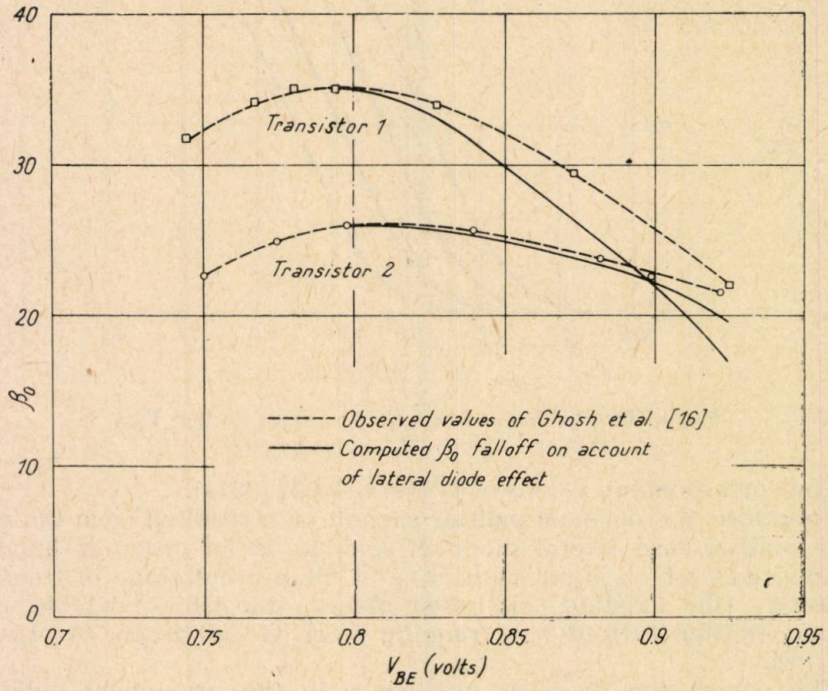


Fig. 7. Calculated β_0 falloff on account of lateral diode effect ; the points represent experimental data of Ghosh et al [16].

At $V_{BE}=0.85$ Volts, one notes a rather strong dc biasing effect: $J_E(h)/\bar{J}_E=6.70$ (9.42), resulting in $1/\beta_L=0.00816$ (0.00334) and accordingly $\beta_L=122.5$ (299.2).

The values of the β_L-factor above obtained are not negligible for the total β_0 of transistor [$\beta_0\approx 32$ (25)] and degrade it.

As a matter of interest, we have computed the falling part of the β_0 curve versus V_{BE} on assumtion that the only lateral diode effect is responsible for the β_0 falloff at high currents and the other components of $1/\beta_0$ (in essence $1/\beta_\gamma$) are maintaining their values from $V_{BE}=0.8$ Volts The results of this calculation for the pair of transistors here considered are shown in Fig. 7. Since this calculation is intended only to be qualitative (owing to the uncertainity with regard to the true value of the minority carrier lifetime), the agreement is satisfactory, particularly from the point of view of predicting different abruptnesses for the β_0 falloff of the two transistors.

The increasing discrepancy which is noted beyond $V_{BE}=0.9$ Volts indicates that the base conductivity modulation can no longer be neglected.

In essence, our results are to be interpreted as follows: the emitter-base lateral diode may affect the current gain of the transistor in the range of moderate emitter currents. It is possible, in principle, to have a β_0 falloff in the range of moderate emitter currents, where high injection phenomena are not evidently present; this falloff can be explained only in terms of lateral diode effect in connection with the dc biasing effect.

Note

Besides the error owing the uncertainity with regard to the true value of the minority carrier lifetime, our analysis results in a systematic error in emitter current calculation by using a simplified transistor model (erfc distribution, constant mobility, no conductivity modulation). As an indication with respect to this error, we obtain, at $V_{BE}=0.85$ Volts, $I_E\approx 9.7$ mA (8.3 mA), using for the base sheet resistivity under the emitter, $\varrho_\square$, the observed values instead of those resulted from Irvin's curves; the machine calculation of Ghosh, De la Moneda and Dono — which agrees excelently with the observed values — predicts $I_E\approx 8.0$ mA (6.4 mA). Of course, an agreement within a factor of 1.3 is not totally satisfactory for the calculation of the absolute emitter current magnitude; it is, however, close enough for our need to determine the relative magnitude of the lateral diode current and the emitter current (i. e. the ratio I_L/I_E)

5. Conclusion

An atempt has been made to evaluate quantitatively the effect of the emitter-base lateral diode on double diffused transistor current gain. The theoretical calculations were made on a simplified one-dimensional model of device structure.

The salient features of this paper may be enumerated as follows :

(a) In the range of low emitter currents the contribution of the lateral diode to the total common-emitter current gain of the transistor can be evaluated by calculating the $1/\beta_L$-term ; this term is independent of dc bias and is calculated as a product of a geometry and carrier lifetime dependent factor, $1/\beta_{LO}$, and an impurity profile dependent factor, ξ_L. The latter factor was numerically calculated for a wide range of impurity profile parameters. The results are given in Fig. 4, in form of convenable plots for use in transistor design.

(b) In the range of moderate emitter currents, the $1/\beta_L$-term becomes dependent on dc bias owing to the dc biasing effect ("emitter crowding"). The above mentioned factors $1/\beta_{LO}$ and ξ_L must be multiplied by a crowding index. The plots of this index versus emitter-base voltage are given in Fig. 5.

(c) It is proved quantitatively that at low emitter currents the effect of the lateral diode is negligible at the present stage of transistor technology. This conclusions confirms the previously published conclusion with regard to the controlling of the β_0 at low emitter currents by the surface phenomena only.

(d) The emitter-base lateral diode, in connection with the dc biasing effect may substantially degrade the current gain properties of modern small area transistors in the range of moderate and high emitter currents. It is possible, in principle, to have a β_0 falloff in the range of moderate emitter currents not necessarily associated with high injection phenomena, but explainable by a combined action of a high carrier injection through the sidewalls of the emitter and a strong emitter crowding.

(e) Further work is necessary in a careful lifetime evaluation in the base region to solve definitively the problem of the β_0 falloff in the range of moderate emitter currents as attributed to the emitter-base lateral diode effect, which has been raised by the present paper.

(f) The presented theory is based on a one — dimensional model. The two-dimensional problem remains to be solved.

APPENDIX I

The Calculation of the Lateral Diode Normalized Current

Using the property of zero net doping at the collector-base metallurgical junction :

$$N_A(x_B,\ d+h)=N_{BO}\ erfc\frac{x_B}{L_B}-N_C=0, \qquad \text{(I—1)}$$

the diffusion length L_B can be eliminated in (5).

Then the lateral diode normalized current can be expressed as :

$$\eta_L=\frac{I_{LS}}{I_{LSO}}=\int_0^1\frac{du}{erfc\,[(m\alpha)\,u]-\delta_B}=\eta_L(m,\delta_B), \qquad \text{(I—2)}$$

where

$$m = \frac{x_E}{x_B}, \tag{I—3}$$

$$\delta_B = \frac{N_C}{N_{BO}}, \tag{I—4}$$

and

$$\alpha = \frac{x_B}{L_B} \arg \operatorname{erfc} \delta_B = \alpha\,(\delta_B), \tag{I—5}$$

are given constants for a given transistor.

The integral in (I—2) was numerically for $0 \leqslant m \geqslant 0.9$ and $10^{-5} \delta_B \leqslant 10^{-1}$, by using the formula :

$$\int_0^1 f(u)\,du = A_0 f(0) + \sum_{k=1}^{n} A_k f(u_k), \tag{I—6}$$

where the abscissas u_k and the coefficients A_k were chosen for a highest degree of accuracy at a given n [20]. The calculations were made for $n=6$ using the tabulated values of the error-function erf x.

APPENDIX II

The Calculation of the Integral Net Acceptor Doping in the Base

Knowing that [21] :

$$\int erfc\,(ax)\,dx = x\,erfc\,(ax) - \frac{\exp(-a^2 x^2)}{a\sqrt{\pi}}, \tag{II—1}$$

the integral of the net acceptor doping in the base region under the emitter can be expressed in closed form :

$$N_B = \int N_A(x)\,dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ N_{BO} L_B \left[\exp\left(-\frac{x_E^2}{L_B^2} \right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \exp\left(-\frac{x_B^2}{L_B^2} \right) \right] - N_{EO} L_E \left[\exp\left(-\frac{x_E^2}{L_B^2} \right) - \exp\left(-\frac{x_B^2}{L_E^2} \right) \right] \right\} \tag{II—2}$$

where (15) was combined with the relations determining the locations of the metallurgical collector-base junction and the emitter-base junction :

$$N_A(x_B, O) = -N_{EO}\,erfc\,\frac{x_B}{L_E} + N_{BO}\,crfc\,\frac{x_B}{L_B} - N_C = 0, \tag{II—3}$$

$$N_A(x_E, O) = -N_{EO}\,erfc\,\frac{x_E}{L_E} + N_{BO}\,erfc\,\frac{x_E}{L_B} - N_C = 0. \tag{II—4}$$

The right-hand term in (II-2) can be expressed only in terms of device parameters (i. e. junction depths, surface concentrations and background doping) if the system formed by equations (II-3) and (II-4)

is solved in respect to x_B/L_B and x_E/L_E for given values of the ratios x_E/x_B, N_C/N_{BO} and N_{BO}/N_{EO}.

To solve effectively this system, we shall use the assumption that the contribution of the emitter diffusion can be neglected in (II-3) [22], i. e. :

$$N_{EO}\, erfc\, \frac{x_B}{L_E} \ll N_C, N_{BO}\, erfc\, \frac{x_B}{L_B}. \qquad \text{(II—5)}$$

The validity of this assumption (whose physical interpretation is that the emitter diffusion does not affect the collector-base junction location) will be proved later for the range of device parameters here considered.

Introducing the dimensionless variables :

$$m = \frac{x_E}{x_E}, \quad \delta_B = \frac{N_C}{N_{BO}}, \quad \delta_E = \frac{N_{BO}}{N_{EO}} \qquad \text{(II—6)}$$

and

$$\alpha = \frac{x_B}{L_B}, \quad \beta = \frac{x_E}{L_E}, \qquad \text{(II—7)}$$

the system of equations (II-3) and (II-4) under the assumption (II-5) has the solutions :

$$\alpha = \arg\ erfc\ \delta_B = \alpha(\delta_B), \qquad \text{(II—8)}$$

$$\beta = \arg\ erfc\,\{\delta_E\,[erfc\ (m\alpha) - \delta_B]\} = \beta(m, \delta_B, \delta_E), \qquad \text{(II—9)}$$

wyhich can be determined using the tabulated values of the error-function erf x.

Then the integral of the net acceptor doping is given by :

$$N_B = N_{BO}\, x_E\, F(m, \delta_B, \delta_E), \qquad \text{(II—10)}$$

$$F(m, \delta_B, \delta_E) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{m^2}\right)\right] \cdot \left[\frac{\exp(-m^2\alpha^2)}{m\alpha} - \frac{1}{\delta_E} \cdot \frac{\exp(-\beta^2)}{\beta}\right]. \qquad \text{(II—11)}$$

The above function was numerically calculated for :

$$0 \leqslant m \leqslant 0.9;\ 10^{-5} \leqslant \delta_B \leqslant 10^{-1};\ \delta_E = 10^{-3},$$

in order to be used in Section 3.

To estimate the error resulted by using the approximation (II-5), an iterative calculation was performed and an improved value of F was determined in the most unfavourable case of interest, i. e. for $N_{BO}/N_{EO} = 10^{-3}$, $N_C/N_{BO} = 10^{-5}$, $x_E/x_B = 0.9$. The result differing by a factor of 1.03 from the initial derivation, the neglecting of the influence of the emitter diffusion at the collecter junction is valid.

Chair of Electron Tubes and Transistors,
Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

REFERENCES

1. *Lawrence, H.:* Emitter Capacity Calculations for Double Diffused Transistors, Proc. IEEE (Corresp.), *54*, 86 (1966).
2. *Rumin, N.:* Emitter Sidewall Capacitance in Double Diffused Transistors, Proc. IEEE (Corresp.), *54*, 1606 (1966).
3. *Reddi, V. G. K.:* Influence of Surface Conditions on Silicon Planar Transistors Current Gain, Solid State Electronics, *10*, 305, (1967).
4. *Belmas, J. and Pestie, J. P.:* Étude d'un transistor pour très haute fréquence. L'Onde Électrique, *47*, 368 (1967).
5. *Lindmayer, J. and Schneider, W.:* Theory of Lateral Transistors, Solid State Electronics, *10*, 225 (1967).
6. *Gereth, R., Van Loon, P. G. G. and Williams, V.:* Localized Enhanced Diffusion in NPN Silicon Structures, J. Electrochemical Soc., *112*, 323 (1965).
7. *Irvin, J. C.:* Resistivity of Bulk Silicon and of Diffusion Layers in Silicon, Bell System Techn. J., *41*, 397 (1962).
8. *Veloric, H., Fuselier, C. and Rauscher, D.:* Base Layer Design For High-Frequency Transistors, RCA Rev., *23*, 112 (1962).
9. *Kennedy, D. P. and O'Brien, R. R.:* Analysis of the Impurity Atom Distribution Near the Diffusion Mask for a Planar p-n junction, IBM Jl. Res. Dev., 9, 179 (1965).
10. *Phillips, A. B.:* Transistor Engineering (New York, McGraw-Hill Company, 1962) Chap. 9.
11. *Warner, R. M., Jr. and Fordemwalt, J. N.:* Integrated Circuits (New York, McGraw-Hill Company, 1965), Chap. 4.
12. *Moll, J. L. and Ross, I. M.:* The Dependence of Transistor Parameters on the Distribution of Base Layer, Proc. Inst. Radio Engrs., *44*, 72 (1956).
13. *Gummel, H. K:* Measurement of the Number of Impurities in the Base Layer of a Transistors, Proc. Inst. Radio Engrs. (Corresp.), *49*, 834 (1961).
14. *Hauser, J. R.:* The Effects of Distributed Base Potential on Emitter-Current Injection Density and Effective Base Resistance for Stripe Transistors Geometries, IEEE Trans. Electron Devices, *11*, 238 (1964).
15. *Ghosh, H. N.:* A Distributed Model of the Junction Transistor and Application in the Prediction of the Emitter—Base Diode Characteristic, IEEE Trans. Electron Devices, *12*, 513 (1965).
16. *Ghosh, H. N., De la Moneda, F. H. and Dono, N. R.:* Computer—Aided Transistor Design, Characterisation and Optimisation, Solid State Electronics, *10*, 705 (1967).
17. *Bullis, W. M. and Runyan, W. R.:* Influence of Mobility Lifetime Variations on Drift Field Effects in Silicon and Junction Devices, IEEE Trans. Electron Devices, 14, 75 (1967).
18. *Langdon, J. L. and Van Derveer, E. J.:* Design of a High-Speed Transistor for the ALST Current Switch, IBM Jl. Res. Dev., *11*, 69 (1967).
19. *Kennedy, D. P. and Murley, P. C.:* Calculations of Atom Diffusion Through a Narrow Mask Opening, IBM Jl. Res. Dev., *10*, 6 (1966).
20. ***Крылов, В. И., Шульгина Л, Т.:*** **Справоиная кннга по численному интегрированнис (Москва, Наука, 1966) Chap. 4**
21. ***Градштейн, И. С., Рыжик, И. М.:*** **Таблицы интегралав, сум, рядов и произведений (Москва, Физматгиз, 1962), Chap. 4**
22. *Thomas, R. E. and Boothroyd, A. R.:* Estimation of Junction Depths in Double Diffused Transistors, Proc. IEEE (Corresp.), *54*, 1944 (1966).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numărul 2

TRANSPORTURI

C.Z. : 621.33:625.282-833.6:656.2:517

MATHEMATICAL MODELS AND LOGICAL SCHEME, FOR RAILWAY ELECTRIFYING AND DIESEL DRIVE OPTIMALIZATION *

AL. POPA, A. CARABULEA

General

Owing to the technical and economical advantages offered by Diesel and electric traction [1] is planned the railway traffic to be achieved in a proportion of 80 por cent with Diesel (71%) and electric (9%) ongines, in 1970. During the same period, a series of railway lines of difficult profile and with an intensive goods traffic will be electrified.

In order to be able to include a series of practical aspects, in the computations hereafter we shall refer te some advantages of Diesel and electric traction systems both with regard to investments and to operational costs.

1. The capacity of the traffic sections increases. Compared to the present situation, with 30—40 per cent for Diesel traction and with 80—100 per cent for electric traction, owing to the increase of both traffic speed and train tonnage. Thus, the doubling of lines is avoided and the investments are saved, the capacity problems being thus solved — 7 per cent yearly traffic increase during 5—6 years for Diesel traction and 10—15 years for electric traction. Simultaneously, investiments of about (70—80) 10^6 lei are saved by decreasing the stock of freght wagons required to supply the railways.

2. Electrifying and Diesel dotation assure a 25—30 per cent decrease of the cost price for electric traction and 20—25 per cent for Diesel, what justifies the assigning of relatively large investments the new traction systems.

3. The advantages of the Diesel and electric engines compared to steam engines, refer to :

3.1. Stopping time for reeding and fitting is 12 per cent shorter.

3.2. Reserve rolling stock te cover immobilisations for repair in maintenance depots and workshops, compared to the active stock, is 40 per cent for steam engines, about 18 per cent for Diesel engines and about 15 per cent for electric engines.

* Manuscris predat la redacție la 14 octombrie 1967.

3.3. Increased productivity due, particularly, to the value of the ratio between investments in engines and the volume transported reported to 1 H.P. For instance, for Diesel engines this productivity is 200% compared to 100% for steam engines.

4. Investments for the introduction of Diesel and electric traction amounts, in the average, for difficult profile lines, to $1{,}2.10^6$ lei/km, for single lines and to $1{,}6.10^6$ lei/km for double lines.

5. Additional expense for modifying gauges, modifying the S.C.B. and railroad telecommunication installations varies between 25 and 40 per cent of the total of the jobs carried out for electrifying. The fitting out of depots required by the Diesel and electric engines amounts to an investmen of 4.2 lei/1000 gross ton km since the working ragns of electric engines is practically unlimited and Diesel engines can circulate about 350 km without refueling vs. 100 km for steam engines. The fact is mentioned that after 1970, when steam traction will be completely eliminated, only 60% of the existing number of depots and 20% of the number of fueling points will be maintained.

6. The tracks in stations will not be longthened since 4 axle wagons are in course of adoption instead of 2 axle wagons, tonnage per wagon being thus increased and shorter trains being thus formed for the same quantity of transported freight. In addition, a train pulled on a difficult mountain section by 4—5 steam engines is 5—8% longer than the same train pulled by Diesel or electric engines.

7. Electrifying and Diesel dotation cut down the cost price of the transported goods reducing thus running expenses.

7.1. The efficiency of steam engines is about 8%, of Diesel engines about 30% and of electric engines about 16—55% depending on the type of power plant which supplies the contact line.

7.2. The specific fuel consumption for Diesel traction is $(1/6 \div 1/12)$ from the specific full consumption of steam traction. In electric traction specific fuel consumption is much, lower. In this respect it is to be expected in the very near future that the advantages of electric traction will be preponderent.

7.3. The Diesel and the electric engines are planned to equip the railways until 1970 ; each of them replacing, on the average, two active stock steam engines ; leading to about 25% savings the total engine staff.

7.4. Repair expenses are reduced with about 32% for Diesel engines and with about 65% for electric engines.

7.5. The redemption quots is considered equal to 2.36% for a steam engine of 150.000 ; to 2.86% for the 2100 H.P. Diesel engine, and to 2.8% for the 7350 H.P. electric engines. The cost price of Diesel and electric engines is estimeted at $(6—8{,}5).10^6$ lei/piece.

8. The extended use of Diesel engines (until 1970) will lead to $(450—500).10^6$ lei savings owing to which the investiments made for purchasing the engines will be recovered in about 5—6 years.

9. The adeption of new 1250 H.P. hydraulic transmission Diesel engines for shunting will result in operating savings since steam engi-

nes, are immobilized about 4 hours/day for feeding and fitting, while Diesel engines are only immobilized about one hour per day.

10. The electrifying of the Braşov-Bucharest and Craiova-Cîlnic lines will bring in savings of 200.10^6 lei/year compared to steam traction and 50.10^6 lei/year compared to Diesel traction. Supplementary invest. ments for electrifying will be redeemed to in 5—6 years comparet to steam traction and 9—10 years compared to Diesel traction. Considering that a 7350 H.P. electric engine substitutes (2—2,5 Diesel engines 2100 H.P.) in the inventary rolling stock, for a line of difficult section and intesive traffic, the cost of fixed installations for electrifying is covered by the investments for Diesel engines.

The aim of this paper is to present the mathematical model regarding the structure of total computation expenses, specially adapted to the Diesel and electric traction systems. The algorithm and logical scheme are thus formulated in view of parmitting digital electronic computers to be used for the determination of the optimum solutions out of several possible variants for the electrifying and Diesel dotation of the railways. The determination of the profitableness of modern traction systems is pursued in complex conditions, depending on the line section, train tonnage and intensity of goods trafic, by obtaining the minimum value of computing expenses (Z). The date shown have been used in solving the numerical exemple by means of the Elliot electronic computer.

2. *Mathematical model of computing expenses.*

The expression of computing the expenses is in the form :

$$Z = C_t + P_N I_f \text{ (lei/year).} \tag{1}$$

where

C_t = traction expenses ;

$P_N = \dfrac{1}{T_{RN}}$ = (0,1—0.125) [year^{-1}] = coefficient of economic efficiency ;

T_{RN} = normed term of redemption = (8—10) years ;

I_f = investments for fixed installations.

Taking into account, the expression of the traction exponses (C_t) the expression of (Z) may be written in the form

$$Z = \frac{Q_k}{G_v}\left[C_{TH}\frac{s}{V_C} + C_{LM}\sum_1^n L_K\right] + P_N I_f \text{ [lei/year]} \tag{2}$$

The magnitudes in relation (2) are computed as follows :

a) Train tonnage in gross tons

$$G_v = \frac{F_0 - G_L(r_L + i_c)}{(r_v + i_c)} \tag{3}$$

F_0 = Tractive power.

b) Specific resistance of engine

$$r_L = A_L + B_L V^2 \text{ (kgf/t)} \tag{4}$$

c) Specific resistance of wagons

$$r_v = \frac{\sum_1^n r_{vi} \cdot G_{vi}}{\sum_1^n G_{vi}} = \frac{r_{v1} G_{v1} + r_{v2} G_{v2} + \cdots + r_{vn} G_{vn}}{G_{v1} + G_{v2} + \cdots + G_{vn}} \tag{5}$$

where :

$$r_{vi} = A_{vi} + B_{vi} V^2 \tag{6}$$

V = instantaneous speed.

substituting (6) in (5) there results :

$$r_v = \frac{\sum_1^n A_{vi} G_{vi}}{\sum_1^n G_{vi}} + V^2 \frac{\sum_1^n B_{vi} G_{vi}}{\sum_1^n G_{vi}} = A_v + B_v V^2 \text{ (kgf/t)} \tag{7}$$

Taking expressions (3—7) into account, relation (3) becomes :

$$G_v = \frac{F_0 - G_L (A_L + B_L V^2 + i_c)}{(A_v + B_v V^2 + i_c)} \tag{8}$$

where i_C represents the slope in ‰.

d) Traction expenses by train hour in lei.

$$C_{TH} = T_L \alpha_L C_{LH} + G_v C_{vH} + T_L C_{ELH} + C_{ETH} \tag{9}$$

where :

T_L = (1—4) takes into account the number of engines for pulling the trains.

α_L = 1,3—1,5) **h** ; takes into account the supplementary waiting time of engines when they are in repair, and also the time until the train starts. The lower values refer to electric engines and the higher ones to Diesel engines.

e) Traction expenses for an engine hour

$$C_{LH} = \frac{I_L}{8760}\left(\frac{I}{T_{RN}} + \frac{I}{T_l}\right) + C_s P \text{ ; (lei/engine hour).} \tag{10}$$

where :

I_L = investments for engine purchase ;

T_{RN} = 10 years, normed redemption term ;

T_L = service life of engines : 40 years for electric engines and 30 years for Diesel engines ;
c_s = expense quota for engine maintenance and repair per horse-power hour in lei ;
P = engine power in horse-power.

f) Expense per wagon-hour for every gross ton transported.

$$C_{vH} = \frac{1}{8760}\left[(A_1 \lambda_1)\left(\frac{1}{T_{RN}} + \frac{1}{T_{LV}}\right) + \frac{C_v \lambda_2}{T_{RN}}\right] + \frac{B_1}{Q_{0B}} \tag{11}$$

where :

A_1 = specific investment for wagons (lei/ton). This index includes also supplimentary investments required for the development of the maintenance and repair bases for wagons ;
λ_1 = ratio between mean wagon tare and its total weight ;
λ_2 = expenses quota for repair of wagons in lei (axle/wagon/hour);
C_v = mean cost of one ton of wagon load.
B_1 = exponse quota for repair of wagons in lei (axle/wagon/hour);
Q_{0B} = mean gross weigt in tons per axle

$$\text{Coefficients } \alpha_L = \left[1 + \frac{s_k (t_{ad} + t_{ai}) + s_i t_{re}}{s_k} \cdot \frac{V_c}{S}\right]; \tag{12}$$

$$T = \frac{\sum_1^n n_l \cdot t_l}{\sum_1^n t_i} \tag{13}$$

where ;

n_l = number of engines pulling the train on various line portions ;
t_i = train running time on same portion ;
t_{ad} = waiting time of engines in home depot, in hours ;
t_{ai} = waiting time in return station or depot, in hours ;
t_{re} = immobilization time of engines in repairs for a run, in hours ;
s_i = distance after which the engine is changed from train ;
s_k = mean run of engine between two capital repairs (overhauls);
s = length of traffic section ;
V_c = commercial speed.

g) expenses in engine team wages for one working hour.

$$C_{ELH} = \alpha_1 A_{E1} = A_{E_1}\left[1 + \frac{0.5\, s_k (t_{ed} + t_{al}) + s_e \sum_1^n n_r t_r}{s_k} \cdot \frac{V_c}{s_e}\right] \tag{14}$$

where :

A_{E1} = mean hourly wage of engine team ;
α_1 = coefficient which takes into account supplementary working-time of engine team ;

s_e = length of section travelled by engine team ;
t_{ed}, t_{ai} = supplementary working time of engine team in home depot and, respectively, in return depot ;
n_r = number of planned repairs of a certain kind, for one cycle ;
t_r = supplementary working time of engine team for every kind of repair, in hours.

h) Wage expenses for train team

$$C_{ETH} = A_{E2}\,\alpha_2 = A_{E2}\left[1 + \frac{(t_p + t_s)\,V_c}{s}\right] \tag{15}$$

where :

A_{E2} = mean hourly wage per train team in lei/hr ;
α_2 = takes into account supplementary working time of train team for the time when the train is not in circulation ;
t_p; t_s = preparation time in starting station, respectively in station where train team is changed, in hours .

i) Traction expenses vs. mechanical work.

$$C_{LM} = C_C + C_{RL} + C_{RV} + C_{RC}\ (\text{lei/ton}). \tag{16}$$

where :

C_c = expenses for fuel = WP_c (lei/year) ;
W = quantity of fuel, consumed power resepctively ;
P_c = cost price of fuel. For electric power :
P_{CE} = (0.15—0.30) lei/kWh. For fuel oil :
P_{CD} = 800 lei/ton.
C_{RL} and C_{RV} = maintenance expenses for engine (L) and wagons (v) in exploitation ;
C_e = expenses for maintenance, repair and automation of line.

Taking into account the computations made [2] the expense values C_{LM} are given as follows :

1. For Diesel engine (060 D.A.) C_{LM} = 1.502 lei/gross t. km.
2. For electrice engine (060 E.A.) C_{LM} = 1.806 lei/gross t. km, when P_{cE} = 0,30 lei/kwh and C_{LM} 1.247 lei/gross t. km ,when P_{cE} = 0.15 lei/kwh.

the last two magnitudes in relation (2) represent :

L = mechanical work of active and braking power ;
s = length of circulation section.

$$L = L_s + L_f = \tag{17}$$

$$= \left[\frac{G_L(r_L + i_C) + G_v(r_v + i_C)}{10^3}\,s + k\,\frac{3.8V^2_f(G_V + G_L)}{10^6}\right](Tf\ km)$$

K = The number of brakings ;
V_f = mean speed when braking started = $V\gamma$
γ = shows the sort of railway.

The structure and mathematical model of computation expenses are determined as follows :

$$Z = \frac{Q_k}{G_v}\left[C_{TH}\frac{s}{V_c} + C_{LM}\sum_{k=1}^{n} L_K\right] + P_N I_f \text{ (lei/year)}; \tag{18}$$

$$Z = \frac{Q_k \cdot (A_v + B_v V^2 + i_C)}{F_0 - G_L \cdot (A_L + B_L V^2 + i_C)}\left[\frac{C_{TH} \cdot s}{V_c} + C_{LM}\sum_{1}^{n} L_K\right] + \\ + P_N I_f \text{ (lei/year)}. \tag{19}$$

where :

V_c = commercial speed as a function of speed section is computed as follows :

$$V_c = V_s \frac{[1440 - T_s(N_m + 2N_c)]\,60\,s}{[86400\,s - 1440\,V_s T_s]}\ ; \text{ [km/h]} \tag{20}$$

In the case of double track lines $V_c = (0.9—0{,}95)\ V_s$. The speed (V_s) as a function of the slope for the 060 EA and 060 DA engines is determined on basis of the curves drawn in the literature [2].

Q_k = traffic intensity ;
T_s = stationing time for crossing, in minutos ;
Nm = number of goods trains ;
N_c = number of passenger trains.

Taking relation (20) into account, expression (19) may be written :

$$Z = \frac{Q_k\,(A_v + B_v V^2 + i_c)}{F_0 - G_L \cdot (A_L + B_L V^2 + i_c)}\left[\frac{C_{TH}\,(86400\,s - 1440\,T_s V_s)}{V_s\,[(86400 - 60\,T_s(N_m + 2N_c)]} + \right. \\ \left. + C_{LM}\sum_{k=1}^{i} L_K\right] + P_N I_f \text{ [lei/year]} \tag{21}$$

If the expenses (C_{TH}) are substituted in relation (21), the mathematical model is obtained in the form :

$$Z = \frac{Q_K\,(A_v + B_v V^2 + i_c)}{F_0 - G_L \cdot (A_L + B_L V^2 + i_c)}\left\{\frac{s}{V_c}\left(\frac{\sum_{1}^{n} n_i t_i}{\sum_{1}^{n} t_i}\left[1 + \right.\right.\right. \\ \left. + \frac{s_k\,(t_{ad} + t_{ai}) + s_i\,t_{re}}{s_k} \cdot \frac{V_c}{s}\right] \times \left[\frac{I_L}{8760}\left(\frac{1}{T_{RN}} + \frac{1}{T_{IL}}\right) + c_s \cdot P\right]\Bigg)\Bigg\} + \\ + \frac{Q_k s}{V_c\,8760}\left\{\left[A_1 \cdot \lambda_1\left(\frac{1}{T_{RN}} + \frac{1}{T_I}\right) + \frac{C_v\,\lambda_2}{T_{RN}}\right] + \right.$$

$$+\frac{B_1\lambda_2}{Q_{0B}}\Big\}+\frac{Q_k(A_v+B_v V^2+i_c)s}{V_c[F_0-G_L(A_L+B_L V^2+i_c)]}\Big\{A_{E1}+ \tag{22}$$

$$+\frac{\sum_1^n n_i t_i}{\sum_1^n t_i}\left[1+\frac{0.5\,s_k(t_{ed}+t_{ai})+s_e\sum_1^n n_r t_r}{s_k}\cdot\frac{V_c}{s_e}\right]+$$

$$+\left[A_{E2}+(t_p+t_s)\frac{V_c A_{E2}}{s}\right]\Big\}+\frac{Q_K(C_C+C_{RL}+C_{RV}+C_{RC})}{10^3}$$

$$\left[\frac{s\,G_L(r_L+i_C+3{,}8\,K\,V_f^2\cdot10^{-3})\,(r_v+i_c)}{F_0-G_L(A_L+B_L V^2 s+i_C)}+s(r_v+i_c+\right.$$

$$\left.+3.8\,V_f^2 K\,10^{-3})\right]+P_n I_f=\text{minimum}$$

Hereafter, simplified mathematical models will be written both for Diesel traction and for electric traction, substituting, in relation (22), the constant or quasi-constant magnitudes whose variations are practically negliigble.

The mathematical model for Diesel traction is of the form:

$$Z_D=\frac{(5.10^{-4}V_s+i_c+2)\,Q_k\,[2.14.10^{-4}\,T_L+66.10^2}{5.10^4\,V_s^3-5.10^2\,V_s^2+V_s(456.5+124\,i_c)+140}+$$

$$+\frac{1.502.10^{-3}\,V_s\,(435+124\,i_c)+0.52\,V_s^3}{5.10^4\,V_s^3-5.10^2\,V_s^2+V_s\,(456.5+124\,i_c)+140}+1.502.10^{-3}\,Q_k(4.5\,V_s+$$

$$+i_c+2)+1.3.10^5 \tag{23}$$

The magnitudes substituded in relation (22) to obtain the expression (23) are found in the literature [2] [4] [5] [6] [13].

The mathematical model for electric traction is written as follows:

$$Z_E=\frac{17.738.10^3\,Q_k\,T_L}{G_v\cdot V_c}+\frac{5.5\,Q_k}{V_c}+\frac{110\,Q_k}{G_v\,V_c}(30\,T_L+24)+$$

$$+\frac{Q_k\,C_{LM}\cdot0.12}{G_v}(r_L+i_E+3.8.10^{-3}\,K\cdot V_f^2)+ \tag{24}$$

$$+Q_k\,C_{LM}\cdot10^{-3}(r_v+i_c+3.810^{-3}\,V_f^2\,K)+0.1\,I_f$$

where:

G_v = tonnage per train, which may acquire values between 500—2000 gross tons;

Q_k = intensity of goods traffic which varies from 5.10^6 and 5.10^6 gross ton/km and has as a limit (5—25) 10^6 gross tons/km

T_L = 1 for single traction and is equal to 2 for double traction, for triple traction $T_L = 3$ and in case the train is drawn by four engines $T_L = 4$;

I_f = investments for fixed installations required when electrifyng the railways;

C_{LM} = 1.806 lei/gross ton km for case where power cost = 0,30 lei/kWh;
1,247 lei/gross ton km, for the case where poweyr cost = 0.15 lei/kWh.

Expressing the criterion of computing expenses (Z) as a function of tonnage per trai (G_v) traffic intensity (Q) and commercial speed (V_c) the mathematical model is obtained for Diesel traction in the form.

$$Z_D = \left| \frac{19.10^3\, Q_k\, T_L}{G_v\, V_c} + \frac{50\, Q_k}{V_c} + \frac{10^2\, Q_k}{G_v\, V_c}(30\, T_L + 24) + \right.$$
$$+ \frac{Q_k}{G_v}(650 + 0.785\, V_f^2)\, 10^{-3} + Q_k\,(2 + 0.43.10^{-2} V_f^2 + i_c)\, 10^3 + \quad (25)$$
$$\left. + 0.1.1.3.10^6 \right] \text{[lei/year]}$$

where :

V_c = (0.9 — 0.95) V_s for double track lines
V_c = (0.07 — 0.9) V_s for single track lines

$$G_v = \frac{2.15\, V - 0.35\, V^2 + 140 - 124\,(3.5 + 404\, 10^{-4} V^2 + i_c)\, V}{V\,(2 + 5.10^{-4} V^2 + i_c)} \quad (26)$$

The other magnitudes have the same meaning as in the case of relation (24).

3. *Logical scheme for "DET" programme.*

The simplified mathematical models employed in the framework of the "DET" (Diesel Electric Traction) programme are of the form :

$$Z_D = \frac{Q_k}{G_v}\left(C_{THD}\frac{S}{V_{Dc}} + C_{LMD}\, L_{MD}\right) + P_N \cdot I_{fD}; \quad (27)$$
$$Z_E = \frac{Q_k}{G_v}\left(C_{THE}\frac{S}{V_{EC}} + C_{LME}\, L_{ME}\right) + P_N\, I_{fE};$$

If we substitute the expressions given by relations (9 ÷ 17), for the quantities appearing in (27), there results :

$$Z_D = \frac{Q_k}{G_v}\left[\left\{T_L\, \alpha_L\left[\frac{I_{LD}}{8760}\left(\frac{1}{TRN} + \frac{1}{TILD}\right) + C_{sD}\, P_D\right] + G_v\left[\frac{A_1 \lambda_1}{8760}\left(\frac{1}{TRN} + \right.\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\left. + \frac{1}{Trv}\right) + \frac{G_v\, \lambda_2}{8760\, TRN}\right] + \frac{B_1}{Q_{0B}} + T_L\, \alpha_{1D} \cdot A_{E1D} + \alpha_2\, A_{E_2}\right\} \frac{s}{V_{DC}} + \right.$$
$$\left. + (0.85\, P_D + C_{RL} + C_{RV} + C_{RC})\, L_{MD}\right] + P_N\, I_{fD} \quad (28)$$

The mechanical work is computed by means of relation :

$$L_{MD} = [G_{LD}(r_{LD} + i_c) + G_v(r_{vD} + Li_c)]\ 10^{-3} + [3.8\, V_{fD}^2 \cdot K \cdot (G_v + G_{LD})\, 10^{-6}]\ [tfk_m] \quad (29)$$

LOGICAL SCHEME FOR „DET" PROGRAMME

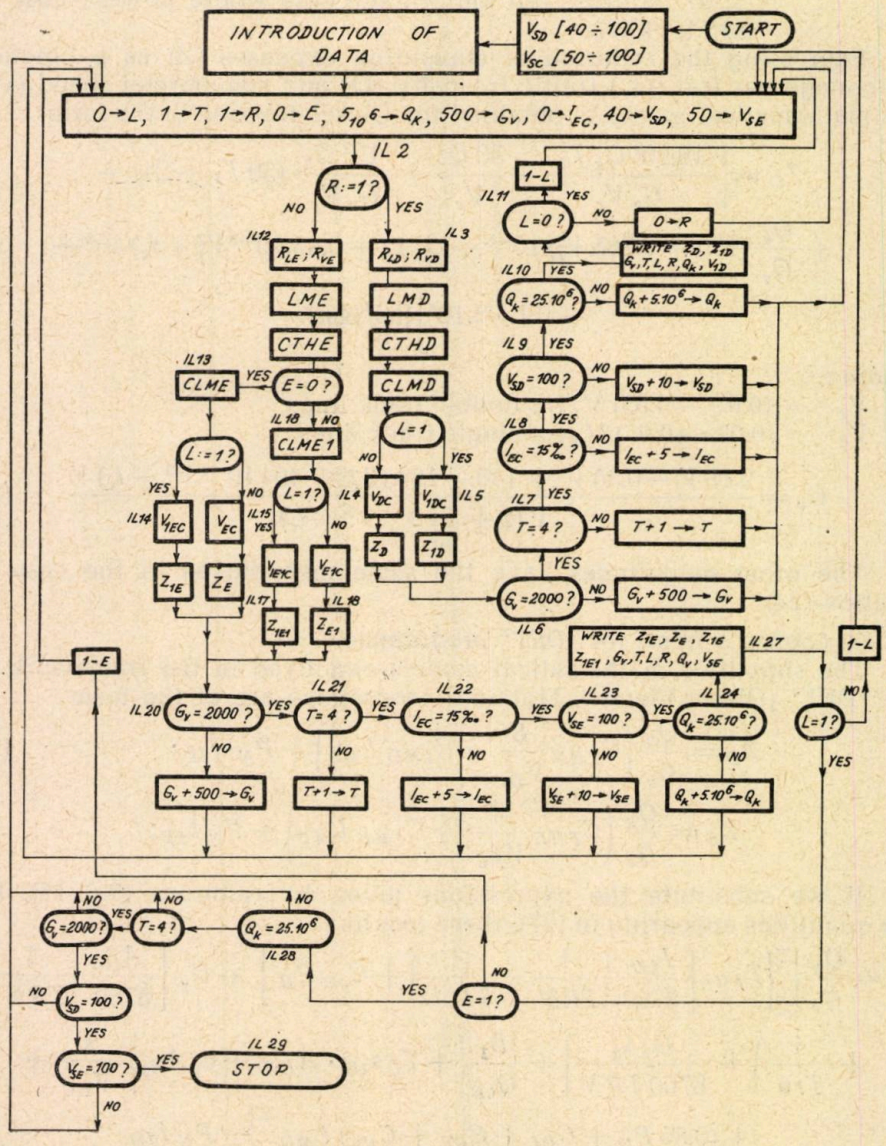


Fig. 1

where :

i_c = equivalent slope of line taken into consideration.

For double track lines Z_{1D} is computed, in which the commercial speed $V_{1Dc} = 0.85\ V_{SD}$, while the other magnitudes, dependent on the speed (12), modify their values correspondingly.

In the case of electric traction the mathematical model may be written in the form :

$$Z_E = \frac{Q_k}{G_v}\left[\left\{T_L a_L\left[\frac{I_{LE}}{8760}\left(\frac{1}{T_{RN}}+\frac{1}{T_{ILE}}\right)+c_{sE}P_E\right]+G_v\left[\frac{A_1\lambda_1}{8760}\left(\frac{1}{T_{RN}}+\right.\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{T_{IV}}\right)+\frac{C_v\lambda_2}{8760\,T_{RN}}+\frac{B_1}{Q_{0B}}\Bigg]+T_L\alpha_{1E}A_{E1E}+\alpha_2 A_{E2}\Bigg\}\frac{S}{V_{Ec}}+ \qquad (30)$$

$$\left.+(0.85\,P_{CE}+C_{RL}+C_{RV}+C_{RC})\,L_{ME}\right]+P_N I_{fE}$$

where

$$L_{ME} = [G_{LE}(r_{LE}+i_c)+G_v(r_{vE}+i_c)]\,10^{-3}+3.8\,V_{fE}^2(G_v+$$

$$+G_{LE})\,k\,10^{-6}\ tfkm$$

The magnitudes Z_E and Z_{E1} are determined for $P_{CE} = 0.30$ lei/kwh and, respectively, for $P_{CE1} = 0.15$ lei/kwh, while for Z_{1E} and Z_{1E1} the same cost price is maintained for power but the commercial speed is modified : $V_{1EC} = 0.95\ V_{ED}$.

The idea on which the computation are based consists in adopting some train tonnages G_v = (500—2000) gross tons and in considering some section speeds V_{SD} = (40—100) km/h and V_{SE} in view of determining, for Diesel traction ($R = 1$) and single track lines ($L = 0$), respectively double track lines ($L = 1$), the minimum yearly computation costs, which result in the optimum solution from the comparison of several possible variants. Concomitently, one also takes into account the possibility of determining the magnitude of the minimum computation expenses for electric traction ($R = 0$) when the railway is simple ($L = 0$), and respectively, double ($L = 1$).

For both cases a number of variants are determined, as it results from the logical scheme presented in fig. 1. The examination of the logical scheme that $G_v, T, i_c, V_{SD}, V_{SE}, Q_K$ may acquire a sequence of values allowing the optimum solution of the electric and Diesel traction problems. In order not to noticeably increase the number of variants we shall consider, for the following numerical exemple, that :

G_v = (500—2000) gross tons ; T = (1—4) ; i_c = (0—15‰) ; V_{SD} = 40,

50, 60, 70, 80, 90, 100 km/h, and V_{SE} = 50, 60, 70, 80, 90, 100/km/h. After computing the magnitudes Z_D; Z_{1D}; Z_E; Z_{1E}; Z_{1E1}; the valuos Z_D and Z_{1E1}. The range of profitableness for each traction type results for the situation in which the yearly computation costs are lower for one kind of traction when compared to the other. In view of carrying out the computations by means of digital electronic computers the programme in ALGOL automation language was elaborated for the ELLIOTT—4120 computer. The computation exemple can be seen in Appendix.

4. *Conclusion*

The mathematical models presented, referred to the structure of the total yearly computation costs particularized for Diesel and electric traction systems.

By means of the original logical scheme and of the programme in ALGOL, the study of the optimalization of electrifyng and Diesel dotation of the railway can be performed by means of the digital computers.

By formulating the algorithm materialized in the logical scheme of fig. 1, and the mathematical models a practical and efficient means is put at the disposal of designing and exploitation, allowing to determine the conditions of profitableness for both Diesel and electric traction systems.

Appendix example of compution

Lot be a railway of a length s = 100 km. It is assumed that the railway network can operate with single (L = 0) and double (L = 1), lines. The notwork is proposed to be electrified (R = 0) and provided with Diesel traction (R = 1). The equivalent slope is assumed to vary between the values i_c = 0—15‰ at a 5‰ rate.

The following tractions will be considered: T_L = 1, single traction; T_L = 2, double traction; T_L = (3—4) multiple traction. The cost price of fuel oil P_{cD} = 800 lei/ton; and that of electric power P_{CE1} = 0.15 lei/kwh; P_{CE} = 0,30 lei/kwh. Traffic intensity Q = (5—25) 10^6 gross ton km/km at a rate of 5.10^6 and the train tonnage G_v = (500—2000) tons at a rate of 500 tons. Section speeds vary as follows: for V_{SD} = (40—100) km/h, for V_{SE} = (50 ÷ 100) km/h at a rate of 10 km/h. V_{1EC} = 0.95 V_{SE}; V_{1DC} = 0.95 V_{SC} for L = 1 and V_{EC} = 0.8 V_{SE} and V_{DC} = 0.8 V_{SD} for L = 0. $ALFA$ = 1.4; $ALFA_{1D}$ = 1.5; $ALFA_{1E}$ = 1.2 $ALFA_2$ = 1.2; I_{LD} = (4—5) 10^6 lei P_D = 2100 HP; I_{LE} = (6—8).10^6 lei P_E = 7350 HP. TRN = 10. TIL = 40

year; $TLV = 30$ year; $C_{sD} = 0.01$ lei/H.P.h. $C_{sE} = 0.0052$ lei/HPh, $A_1 = 5080$ lei, $LAMDA_1 = 1 - 0.398$; $LAMDA_2 = 0.398$; $C_v = 3030$ lei, $B_1 = 0.126$ lei/axle hour. $Q_{0B} = 13.8$ tons/axle; $A_{E1} = 25$ lei/h; $A_{E2} = 20$ lei/h.

$$G_{LD} = 120\,tf;\ r_{LD} = A_{LD} + B_{LD} V_{SD}^2$$

$$G_{LE} = 120\,tf;\ A_{LD} = 3.5;\ B_{LD} = 4.03.10^{-4}$$

$$A_{LE} = A_{LD};\ B_{LE} = B_{LD}$$

$$r_{VD} = A_{VD} + B_{VD} V_{SD}^2;\ A_{VD} = A_{VE} = 2;\ B_{VD} = B_{VE} = 5.10^{-4}$$

$$P_N = 0.1;\ I_{fD} = 1.310^6 \text{ lei};\ I_{fE} = 200\ 10^6 \text{ lei};\ N_C = 20$$

The number of goods trains N_m is

Table 1

G_v/Q_k	5.10^6	10.10^6	15.10^6	20.10^6	25.10^6
500	33	65	—	—	—
1 000	17	33	49	65	82
1 500	11	22	33	44	55
2 000	8	6	24	33	41

The expenses C_{RL}, C_{RV}, C_{RC} are determined on the basis of the indications in the literature (2) (13) and have the following values :

Table 2

Engine type	0.60 DA 800 lei/km	0.60 *EA* 0.30 lei/km/h	0.15 lei/km/h
C_c	0,64	1,084	0,525
C_{RL}	0.324 lei/gross ton km	0.184	0.184
C_{RV}	0.091 „ „	0.091	0.091
C_{RC}	0.447 „ „	0.447	0.447

$C_{LMD} = 1.500$ lei/gross ton km ; $C_{LME} = 0.3$ lei /gross ton km.

$C_{LME_1} = 1.242$ lei gross ton km, computing the mechanical work for $V_{SD} = V_{SE} = 100$ km there results.

Table 3

	i_c ‰ / G_v	500	1000	1500	2000
LMD	0	449	613	732	840
	5	634	863	1307	1650
	10	1134	2263	3392	4520
	15	1264	2323	3782	5040
LME	0	431	793	1169	1537
	5	741	1343	1972	2320
	10	1054	1853	2672	3700
	15	1364	1963	3762	3920

Comercial speeds for both types of traction and for single lines have the following values :

Table 4

	G_v / i_c	0	5‰	10‰	15‰	Remarks
V_{DC}	500	94.2	72.3	39.6	21	The denominator shows the number of engines
	1000	78.5	47.3	39.6/2	21/2	
	1500	65	36	39.6/3	21/3	
	2000	56.1	28.2	39.6/4	21/4	
V_{EC}	500	100	100	100	100	
	1000	100	100	96	85	
	1500	100	93.5	77	100/2	
	2000	100	86.1	96/2	85/2	

Operational costs, C_{TH}, for Diesel and for electric traction

Table 5

Single traction			Multiple traction	
			Traction typo	
G_v	C_{THD}	C_{THE}	C_{THD}	C_{THE}
500	269.1	278.1	—	—
1000	322.6	371.6	511.6	—
1500	370.1	377.1	752.1	582.1
2000	523.6	438.6	991.6	641.6

When the yearly computation expenses (Z) are determined, the values are found in the following table :

Table 6

G_v	i_c	Z	Q_k 5.10⁶	10.10⁶	15.10⁶	20.10⁶	25.10⁶
500	0/00	Z_D	11.3	31.1	—	—	—
		Z_{E1}	24.4	41.75	—	—	—
		Z_E	22.7	38.5	—	—	—
	5°/00	,,	15.12	41.1	—	—	—
		,,	29	52	—	—	—
			25	45	—	—	—
	10°/00	,,	29	62	—	—	—
		,,	35	64	—	—	—
			29	53	—	—	—
	15°/00	,,	405	114	—	—	—
			41	76	—	—	—
			35	61	—	—	—
1000	0/00	,,	7	15	25.1	38.5	79
			21.5	31.5	43.5	60.5	103.5
			19	27.1	37.2	87.5	
	5°/00	,,	11	23.5	32.2	68	122.2
			26	41	58.1	80.5	120
			22.5	34	47.55	66	104.5
	10°/00	,,	21.5	55	92.5	146	267.2
			30.1	51	72.5	99.8	147.6
			26.3	41	57.6	80	123.5
	15°/00	,,	33.1	77	132.1	221.1	—
			32	53.5	77	107.1	160.6
			26.8	43	61	86.3	133.1
1500	0/00	,,	5.8	12	19.1	27.8	39.1
			20.1	28.3	37 5	47.85	59.1
			18.1	24.5	31.5	43.3	49.7
	5°/00	,,	10.6	22.3	36.3	51.6	72.3
			23	38.5	52.5	67.3	84
			21.5	31.5	41.8	53.5	66.5
	10°/00	,,	24.7	51.3	82.6	117.2	162.2
			29.6	47.9	65.7	82.9	98.5
			24.8	38.1	52.2	67.5	85
	15°/00	,,	34.6	72.98	118.5	182.3	249.3
			36.20	52	77.36	113.25	145
			30.18	48	67	85.7	110
2000	0°/00	,,	6	12	18.5	27.3	36.5
			20	28	35.5	45	64
			18	24	31	37	43
	5°/00	,,	11.8	24.2	38	56	75
			23.5	35.5	47.5	60.5	74.5
			22	32	42.5	52.5	66
	10°/00	,,	24.15	46	77.5	108.5	142.5
			30	48.5	67.6	87	108
			25.5	38.5	52	67	826
	15°/00	,,	33,5	70.5	106.5	158.5	205.5
			31,5	51.5	72	97	113.5
			26,5	41	56	71.5	88.5

Comparing the computed date with those in the literature (2) (13), there results that electrifying is profitable for the following traffic inntensities Q_k:

Table 7

i_c / G_v	1000	1500	2000	Remarks
5‰	$22.5.10^6$	$20.5.10^6$	$20.6.10^6$	$P_{CE} = 0.15$ lei/kmh
	$24.8.10^6$	$24.5.10^6$	$24.7.10^6$	$P_{CE} = 0.30$ „
10‰	$6.6.10^6$	$5.7.10^6$	$6.5.10^6$	„
	$7.7.00^6$	$7.4.10^6$	$7.6.10^6$	„
15‰	$4.5.10^6$	3.10^6	$3.2.10^6$	„
	$4.8.10^6$	$4.25.10^6$	$4.7.10^6$	„

Taking into account the fact that the cost price of electric power tends to decrease, that electrifying becomes profitable for $Q_k = (20—22.5)10^6$ gross ton km/km. When $i_c = 5‰$. If $i_c = 10‰$ then $Q_k = (5.7—6.6)10^6$ gross ton km/km.

In the case or an equivalent slope $i_c = 15‰$; $Q_k = (3—4.5)10^6$ gross ton km/km. In all three cases, train tonnage may vary between (1000—2000) tons. In the case of double lines the profitableness of railroad electrifying is clear for the equivalent slopes taken into consideration, since the restrictions imposed for a single line disappear and the transportation capacity increases noticeably.

REFERENCES

1. * * * Directivele Congresului al IX-lea privind dezvoltarea economiei naționale și a energeticii pe perioada 1960—1975 (Directives of the IXth Congress regarding the development of national economy and of energetics for the period (1966—1957), Editura Politică, București 1965.

2. *A. Popa* and A. *Carabulea* „Contribuții la studiul tehnico-economic al sistemelor de tracțiune electrică și diesel" (Contributions to the technical-economical study of electric and Diesel traction systems) I.P.B. Bulletin nr. 2/1967.

3. *A. Carabulea* and *Gh. Lelescu* „Aspecte privind rentabilitatea căilor ferate electrificate în curent altrnativ" (Aspects on the profitableness of A. C. electrified railways). Comunicare la sesiunea științifică a „Centrului de Calcul Eocomic și Cibernetică Economică" iunie 1967 (Comunication at the Scientific Session of Centrul de Calcul Economic și Cibernetică Economică", June, 1967).

4. *A. Popa, N. Chimu* and *A. Neagu* „Tracțiunea trenurilor" (Train Traction). Editura Didactică și Pedagogică București, 1965.

Rolling Material Chaire
Polytechnic Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

5. *M. Garro* „Electriceskaia Taga", Edit. Gosudtransport, Izdatelstva : Moskow, 1959.

6. *A. Schächter* and *P. Teodoru* „Eficiența economică a tracțiunii diesel și a electrificării căilor ferate" (Economic efficiency of Diesel traction and of railway electrifying). Probleme economice nr. 11 (1966).

7. *V. Kaleaev* „Tifrovîi integrator" Gosizdat. Moscow, 1965.

8. *A. Korn* and *T. M. Korn* „Electronic Analog and Hybrid Computers" Mc. Graw Hill, New York, 1966.

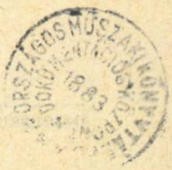
9. *G. A. Korn* „Randem process simulation and measurement". Mc. Graw-Hill, New-York, 1966.

10. *P. Nicorev* and *L. A. Stericov* „Modelul matematic pentru determinarea cu ajutorul mașinilor electronice de calcul a economiei termoficării" (Mathematical model for determining the economy of thermofication simultaneaus generating of thermal and electrical energy, by means, of electronic computers Teploenerghetica nr. 11 (1965).

11. *D. Van Demolen*, „Calculator hibrid (Hybrid computer) B.S.R.E. no. 3 Suppl., 1966.

12. *A. Carabulea* „Contribuții la studiul influenței liniilor electrice asupra circuitelor învecinate de telecomunicație cu ajutorul calculatoarelor cifrice" (Contributions to teh stdy of the influence of electric lines on the neighbouring telecommunication circuits, by means of digital computers). Comunication at the Scientific Session of the didactic staff, I.P.B., Oct. 1967.

13. *A. Popa* „Cu privire la determinarea tonajelor și vitezelor optime ale trenurilor de marfă remorcate cu locomotive Diesel 060 DA" (On the determination of optimum speed and tonnage for goods trains pulled by 060 Da Diesel engines). Buletinul I.P.B., Tom. nr. 6, 1966, p. 123—148 ; 13 fig. 12 tab. 3ref. bibl.



ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II, BUCUREȘTI — c. 7868

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1969 DEC 1

F 1130

REFERALVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXX NUMERELE 3—4 ANUL 1968
MAI—AUGUST

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

apare, cu șase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice științifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" și „Buletinul Politehnicei din București".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea științifică a corpului didactic din Institutul politehnic București. În limita spațiului disponibil, se pot publica și lucrări științifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondența și schimburile de publicații cu redacția și administrația Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(cu mențiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din București".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din București".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI
CALEA GRIVIȚEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

F 1130

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

TOMUL XXX – NUMERELE 3–4

MAI – AUGUST
1968

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. *G. Bărănescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici* ; Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli* ; Prof. Dr. *S. Călin* ; Acad. Prof. Dr. Docent *D. Dumitrescu* ; Prof. *S. Gâdea* ; Conf. Dr. *I. Grădișteanu*, Prof. *C. Ionescu-Bujor* ; Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu* ; Prof. *St. Mantea* ; Prof. Dr. *N. Marinescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu*; Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *R. Rădulet* ; Prof. *Al. Rău* ; Prof. *Al. Spătaru* ; Prof. *L. Stoicescu* ; Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu*.

Redactor responsabil: Prof. *C. Dinculescu*
Membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

Sumar

LIMBI STRĂINE

A. Selivanov, S. Ciungan, V. Dănilă, I. Farcaș, R. Gandelman, Z. Guțu, T. Rudner
Quelques problèmes concernant l'enseignement des langues vivantes dans l'Institut Polytechnique 29

MATEMATICA

M. St. Botez
Remarque sur la transformation pédale des coniques . . . 41

I. M. Miu
Contributions sur l'étude des polynomes différentiels . . 47

A. Tănăsescu
Über eine spezialle Netzprojektion 57

Z. Stoian
Asupra criteriului de condensare a lui Cauchy 67

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

I. Blum, Fr. Barca
Caracteristicile structurale ale unor concentrate petrografice separate din cărbunii românești 69

S. Solacolu, R. Dinescu, D. Popescu-Haș
Wallastonit — Steingutmassen im System CaO_2 SiO_2 — $3Al_2O_3 \cdot 2SiO_2$—SiO_2 81

O. Solomon, I. Z. Ciută
The Dependence of Huggins Constant with the Molecular Weight 87

FIZICA

H. Fuia, Tr. Crețu
Asupra unei îmbunătățiri a metodei de viscozimetrie radioactivă 97

MECANICĂ

C. Guță, Al. Marinescu
Considerații asupra unor manevre optime ale aparatelor cosmice propulsate de motoare reactive de mică tracțiune . . 103

HIDRAULICĂ

Д. Павел, Г. Зидару

Определение скорости на выходной кромке и точки застоя для некоторых изолированных профилей или в линейной профильной решетке 113

TEORIA MECANISMELOR

Iolanda Roban, I. Tempea

Asupra integrării ecuației diferențiale de mișcare a sistemului elastic cama-tachet 121

CENTRALE ELECTRICE

C. Dinculescu, P. Buhuș, E. Pavel

Systemes de reglage de l'éclairage de scène dans les théâtres et les studios de télévision 149

E. Constantinescu

Analyse et optimisation des schémas électriques d'alimentation des combinats industriels depuis le réseau 161

REȚELE ELECTRICE

E. Potolea

Studiul stabilității statice în sistemele electroenergetice cu caracteristici neliniare 173

MAȘINI TERMICE

M. Postelnicescu, C. Neaga

Evitarea coroziunii cazanelor în care se ard combustibili conținînd sulf, prin soluții dependente numai de funcționarea lor 191

ELECTRICA

Ed. Nicolau

A Cybernetical Approach to Learning Systems 211

D. Stanomir

Méthodes mathématiques pour les processus aléatoires et leur application dans le cas des processus aléatoires stationnaires 219

Резюме

Д. К. 374.59 : 534.8 778.5 : 4

А. Селиванов

Некоторые вонросы преподавания иностранных языков в политехническом вузе

На основании ислользования достижений еовременной лингвистики и методики, передового опыта, накопленного за последние десятилетия, в статье делается попытка объснить и всесторонне обосновывать цели, содержание и методы преподавания инстранных языков з технических вузах. Специфика преподавания языка в техническом вузе обусловливает необходимость работы по особым, специально составленным программе и учебникам.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 515 : 513.5/.6

М. Ст. Вотез

Примечание к педальному превращнию конических

Автор изучает диаметральные свойства педальных превращений конических и демонстрирует несколько теорем, касающихся соотношений между родами, точками и главными направлениями диаметральных кривых, соответствующих педальным превращениям конических и рассматриваемых конических.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 517.9

И. М. Миу

К изученню дифференциальных полиномов

Изучаются дифференциальные полиномы и решаются соответствующие им дифференциалные уравнения в различных случаях, а именно

$$P(D) = \prod_{i-1}^{p} (D^1 - \lambda_i D^0)^{\alpha_i} \; Q(D) \prod_{j-1}^{q} (D^1 - \mu_j D^0)^{\beta_j} \; \alpha_i > 1, \; \beta_j > 1$$

— Дифференциальные полиномы, имеющие факторы первого порядка, отделенные от факторов с постоянными коэффициентами.

— Дифференциальные полиномы, позволяюшие простые факторы первого порядка со степенью мультипликации.

Замечается, что изучение можно распространить и на другие случаи.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Summary

A. Selivanov DC. 374.59 : 534.8 : 778.5 : 4

Some Aspects in Connection with the Teaching of Foreign Languages in the Polytechnic Institute.

The present paper tries to explain and to lay a foundation for the purpose, contents and the teaching methods for foreign languages in Technical High Education Institutes. It is based on a linguistic, methodical and methodologic study, turning to account both personal experience and that of highly qualified specialists.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Şt. Botez DC. 515 : 513.5/6

Observations on the Pedal Transformation of Conics

The author studies the diametral properties of pedal transformations of conics and demonstrates some theoremes concerning the relations between main kinds, points and directions of diametral curves corresponding to the pedal transformations of conics and the considered conics.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

I. M. Miu D.C. 517.9

Contribution to the Study of Differential Polynominals.

The author studies differential polynominals and solves the corresponding differential equations in various cases, i.e.:

— Differential polynominals when to the right and to the left are admitted factors of order I with the multiplicity order > 1.

$$P(D) = \prod_{i-1}^{p} (D^1 - \lambda_i D^0)^{\alpha_i} Q(D) \prod_{i-1}^{q} (D^1 - \mu_j D^0)^{\beta_j} \sigma_1 > 1, \beta_j > 1$$

— Differential polynominals having factors of order I separate from factors of constant coefficients.

Differential polynominals admitting simple factors of order I with multiplication order > 1. We mention that the study can also be extended to other cases.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 515 : 517

А. Тэнэсеску

О проекции специальной решетки

В данной работе представлена проекция специальной решетки, производной из специальной двухосевой проекции определенной ригельной площадью (ψ, S, D) второго порядка с основной плоскостью.

Таким образом возможно осуществление топологического превращения ψ_A между точками двух линейных пространств S и D, которые можно рассматривать как две сплошные функции, возрастающие и убывающие монотонно. Сохраняя обозначения проекции решетки определяется эпюра решетки общей прямой D, в топологическом превращении ψ_A совокупностью следов $\left(d, D_A^{\pi}\right)$.

В продолжении представлены теоремы и модульные эпюры специальных параболических и гиперболических прекций решетки, полученных топологическим превращением (ψ_A, θ), где θ является гловым модулем эпюры.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 517

З. Стоян

Об конденсационном критерии Коши

В работе доказывается существование двух числовых рядов, сходимость или расходимость кот. рых опредляет сходимость или расходимость заданного ряда.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 662.66 : 66.065.8 : 543/545

И. Блум, Фр. Барка

Структуные характеристки некоторых петрографических концентратов выделенных из румынских углей

Работа представлет собой изучение, произведенное над физико-химическими свойствами углей и их петрографическими компонентами в различных стадиях углефикации.

Преследуются характерные изменения каждого этапа характерными структурными показателями и спектрами инфракрасной абсорбции исследуемых проб.

Работа выявляет существенные различия между петрографическими компонентами углей в различных этапах углефикации.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

A. Tănăsescu D.C. 515 : 517

About a Special Projection Network

The author presents in this work a special network projection derived from a special biaxial projection, defined by a ruled surface (ψ, S, D) of the second order, with directing plan.

It is thus possible to achieve a topological transformation, ψ_A between the points of two linear spaces S and D which can be considered as two continuous and monotonously rising or decreasing functions. By maintaining the significaces of the network projection, the network draught is defined for the general straight line D in the topological transformation ψ_A by the ensemble of the traces $\left(d, D_A^{\pi}\right)$.

The author further presents the theoremes and modular draughts of some special parabolic and hyperbolic network projections, obtained by the topological transformation (ψ_A, θ), where θ is the angular modulus of the draught.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Z. Stoian D.C. 517

About Cauchy's Condensation Criterion

The author demonstrates the existence of two numerical series, whose convergence or respectively divergence implies the convergence and divergence of a series of data.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.C. 662.66 : 66.065.8 : 543/545

I. Blum, Fr. Barca

The Structural Characteristics of Some Petrographical Concentrates Separated From Rumanien Coal.

The paper presents a study on the physical and chemical properties of coals and their petrographic components in various stages of carbonization.

The authors follow the alterations proper to each stage through the characteristic structural indices and infra-red absorbtion specira of the specimen considered.

The authors point out essential differentiations between the petrographic components of coals in various carbonization stages

Bul. Inst. politehnic „Cheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 514.1 : 546.284 : 661.8 ... 65 : 666.3/.7 : 666.11 : 666.29

С. Солаколу, Р. Динеску, Д. Попеску-Хаш

Волластонитические фаянсы системы $CaO.SiO_2$—Al_2O_3. $2SiO_2$—SiO_2.

Изучением термических равновесий в системе $CaO.SiO_2$—$3Al_2O_3$. $2SiO_2$—SiO_2 были определены зоны, в которых должны быть расположены кальциевые фаянсы, которые путем термического равновесия обеспечили себе количество стекловидной фазы, содержащейся между 20 и 50%.

Волластонитический скарн, добытый из залежей Бэица, сортированный или очищенный магнитным разделением и флотацией, может ооставить ценнное сырье для кальциевых фаянсов.

Механические характеристики и технологические параметры кальциевых фаянсов, изготовленных на основе волластонита Бэицы, являются лучшего качества чем щелочные фаянсы.

Полученные результаты полупромышленных экспериментов впоследствии показали, сто можно перейти к промышленному изготовлению фаянсов, приготовленных с 20%-ным волластонитом Бэицы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 678.5/.7/8

О. Ф. Соломон, И. Чугэ

Зависимость росталиной гюгенса от молекулярной массы

В настоящей работс представлны возможные соотношения между k_H [η] для различных систем полимер-растворителя. Как следует из анализа представленных, нельзя считать, что $k_H = f(\eta)$ может рассматриваться как применямая функция для разъяснения физической значимости k_H.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 532.13 : 539.16 : 661.728.84 : 535.3

Х. Фуиа, Тр. Крешу

О некотором улучшении метода радиоактивной вискозиметрии

С помощью предложенного метода, можно прямо вычислять скорость падения радиоактиного шарика в изучаемой жидкости, при последовательном определении скорости счета на определенном интервале времени. Пользуясь стеклянным шариком, внутри которого помещается радиоактивный источник Co^{60}, определялась скор сть падения шарика в силиконом масле с точностью 5%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.C. 541.1 : 546.284 : 661.8 . . . 65 : 666.3/7 : 666.11 : 666.29

S. Solacolu, R. Dinescu, D. Popescu-Haș

Wollastonitic Faiences in the $CaO \cdot SiO_2$ — 3 Al_2O_3 . 2 SiO_2 — SiO_2 System

By studying the thermal phase-equilibra in the $CaO \cdot SiO_2$ — 3 $Al_2O_3 \cdot SiO_2$ system, the authors have determined the areas in which should be located calcic faiences ensuring throught the thermal phase equilibrium a vitrous phase content, ranging between 20 and 50 per cent.

Wollastonitic skarn extracted from the Băița deposit, sorted out or purified by magnetic separation and ore dressing, can form a valuable basic raw material for calcic faiences.

The mechanical features and technologic parameters of calcic faiences manufactured on the basis of the Băița wollastonite are superior to the alcaline faiences.

The results obtained after semi-industrial experiments have shown that it is possible to start industrial manufacturing of calcic faiences prepared with 20 per cent Băița wollastonite.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

O. Solomon, I. Ciută D.C. 678.5/,7/.8

The Dependence of Huggins Constant with the Molecular Weight.

In the present paper, the authors present the possible correlations between k_4 and $[\eta]$ for various polymer-solvent systems. As results from the analysis of the laid out data, it is not possible that $k_H = f[\eta]$ be considered as a function which to can be used for the elucidation of the physical significance of k_H.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

H. Fuia, Tr. Crețu D.C. 532.13 : 539.16 : 661.728.84 : 535.3

About an Improvement in the Method of Radioactive Viscosimetry

By means of the suggested methods, it is possible to calculate directly the falling speed of a radioactive ball in the liquind under consideration from the succesive experimental determination of the follow-up speed at certain time intervals. Using a glass ball in which a radioactive source of maximum Co^{60} has been trapped, the authors have determined the falling speed into silicone oil with an accuracy of about 5 per cent.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 629.13 : 629.19 : 522

К. Гуцэ, Ал. Маринеску

К вопросу об оптимальной маневренности космигеских аппаратов, запускаемюх реактувнылш двигателями малой тяги

В работе определянтся выражение функционала минимального расхода топлива при движении космических аппаратов малой тяги по круговым орбитам

Также определяются и решаются уравнения экстремалей оптимального маневра перехода между круговыми орбитами, и устанавливается уравнение переходной траектории. Рещая задачу типа Майера, можно найти изменение составляющих скорости по времени, следовательно, закон уравнения для маневра встречи (стыковки) в минимальное время.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.22 : 532.13 : 533

Д. Павел, Г. Зидару

Определение скорости на выходной кромке и точки застоя для некоторых изолированных профилей или в профильной решетке

Изолированные профили или помещенные в линейной решетке профили, изученные в этом труде, получаются конформным отображением Жуковского или Вайнига. В потенциальных движениях из начальной плоскости на каждой окружности появляются две точки застоя.

Нм соответствуют отдельные от нуля скорости (6), (12), (23) на кромках сбега профилей и точки застоя (7), (13), 24 оголо входных кромок.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621-233 : 621.8.02 : 621.833.835.517.9.539.3

И. Робан, И. Темпеа

По поводу интегрирования дифференциального уравнения движения упругой кулачковой система

В одной нредыдущей работ [1] авторы излагали закон движения послеждего ведомого звена кулачковых механизмов, работающих с высокими скоростями.

В настоящей работе изучаются возможности интегрирования этих уравнений, на основе некоторых методов теории дифференциальных уравнений и теорий упругости.

Для тех случаев, для которых аналитическое интегрирование невозможно, прибегают к некоторым цифровым методам, используя счетные цифровые устройства. Даются также оценки и возможности практического применения и точность излагаемых методов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C. Guță, Al. Marinescu D.C. 629.13 : 629.19 : 522

Consideration on the Best Way of Handling Cosmic Missiles Propelled by Reactive Low Traction Engines

In the paper, the authors determine the expression of the minimum fuel consumption functional for low traction cosmic missiles manoeuvring on circular trajectories.

They also determine and solve the equations of the extremes for the best transfer manoeuvre between circular orbits, finally determining the transfer trajectory equation Starting with a problem of Meyer type, they determine the variation of the components in time, i.e. the law of direction for the encounter manoeuvre in the minimum of time.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D. Pavel, Gh. Zidaru D.C. 621.22 : 532.13 : 533

Trailing Edge Velocity and the Determination of the Stagnation Point for Aerfoils Single or Incorporated in Lattices.

The single airfoils studied in the present work are obtained by circle Joukovski — transformateur, whilst the airfoils of a lattice, are obtained by circle Weinig — transformatien.

In the potential motion of initial plane, there are two stagnation Points on the circle, corresponding — according to Joukovski's hypothesis — to final velocities (6), (12), (23) at the airfoils' trailing edges.

At the some time, the position (7), (13), (24) of the stagnation points are found at the airfoil leading edges.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

I. Roban, I. Tempea D.C. 621-233 : 621.8.02 : 621.833.835. 517.9 : 539.3

On the Integration of the Movement Differential Equation of the Cam-takket Elastic System.

In a previons paper, [1], the authors have presented the movement equation of the last driven element of cam mechanisms operating at high speeds. In the present paper they study, on the basis of some methods from the differential equations theory and the vibration theory, the possibilities, of integrating this equations. Some numerical methods readily applied by means of digital computers are used whens the analytical integration is not possible. The authors numerical consider the possibilities of a practical utilization and the accuracy of the methodes presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 628.9 : 621.316.7 : 725.82 : 727.94

К. Динкулеску, П. Бухуш, Е. Павел

Системы регулирования сценического освещения в театрах и в студиях телевидения

В работе представлены некоторые соображения относительно вопросов сценического освещения, действительные для Румынии в настоящем периоде, когда строятся главные театральные здания.

Представлены современные системы регулирования сценического освещения тиристорами и магнитными усилителями, сопоставляемыми с технической и экономической точки зрения. Учитывая результаты, которых можно добиться, а также перспективы будущего, авторы выражают свою предпочтительность относительно системы регулирования тиристорами.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.311 : 621.316.3 : 519 : 621.3.016.621.314 : 621.3.027.3

Е. Константинеску

Анализ и оптимизация электрической схемы питания промышленных комбинатов от сети

В данной работе разбираются три варианта электрических схем, примененных при питании промышленных комбинатов от сети глубоким замком при 110 кв.

Учитывая, что прерывания в питании электрической энергией причиняют большой ущерб потребителям, предусматривается 100%-ый запас для всех вариантов. Определение оптимального решения осуществляется, применяя критерий годовых расчетных затрат, где включается также и ущерб, причиненный прерываниями. Для его определения анализируются различные аварии и ревизии, простые или совмещенные, которые могут появиться во время работы и которые нарушают постоянство питания электрической энергией промышленного комбината.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.316 : 621.13.12 : 621.314 : 517.9 : 621.3.012 : 621.3.015

Е. Потоля

Изучение статической устойчивости в электротехнических системах с нелинейными характеристиками

Активные элементы электроэнергетической сети (генераторы и приёмники) являются нелинейными элементами, которые могут быть изображены в эквивалентой схеме инжектируемыми токами или эжектируемыми в узлах пассивной решетки. Постоянный расчет в схеме с нелинейными элементами требует применения метода последовательных приближений. Условия схождения последовательных приближений сводятся в конечном итоге к практическим критериям статической устойчивости в неинерциальных системах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C. Dinculescu, P. Buhuș, B. Pavel D.C. 623.9 : 621. 316.7 : 725.82 : 727.94

Control System for Scenic Lighting of the Theatre and Television Studios.

Some considerations concerning the scenic lighting problems, of present interest now that important theatrical edifices are being built in Romania, are brought up in the work.

The up-to-date systems of adjusting the scenic lighting with thyristors and magnetic amplifiers are presented and compared from the technical and economical point of view. Taking into account the performances that might be obtained and the future expeitations the authors express their preference for the control system with thyristors.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

E. Constantinescu D.C. 621.311 : 621.316.3 : 519 : 621.3. 016.621.314 : 621.3.027.3

Analysis and Optimizing of Electric Supply Schemes of Industrial Aggregate Works From Network.

The author analyses in this paper three variants of electric schemes used to supply industrial aggregate works from network through deep connection to 110 kV.

Taking into account the fact that breaks in power supply bring considerable losses to consumers, a 100 per cent reserve is achieved for all the variants. The best solution is determined by using the criterion of annual calculation expenses wherein the losses induced by breaks are also included. In order to determine them, the authors analyse various damages an overhauls, simple or superimposed, which may occur during operation and affect the permanent power supply of industrial work.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

E. Potolea D.C. 621.316 : 621.313.12 : 621.314 : 517.9 : 621.3. 012 : 621.3.015

Study of Static Stability in Electroengetics. Systems of Non-linear Characteristics.

The active elements of the electroenergy network (generators and receivers) are non-linear elements which can be represented in the equivalent diagram by currents injected or ejected to the passive network knots. The permanent calculation in the diagram with non-linear elements reguires the use of a method of successive approximations. The convergency conditions of successive approximations are finally reduced to the practical criteria of static stability in the non-inertial systems.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.18 : 621.165.620.193 : 66.046.2.662.76 : 621.43.06. : 661.2

М. Постельническу, К. Няга

Избежание коррозии котлов, в которых сгораются топлива, содержащие серу, решениями, зависящими лишь от их работы

В работе анализируются разные возможности избежания к ррозии конечных теплообменников котлов, работающих на топливах, содержащих серу решениями, зависящими лишь от непосредственной работы котла. Особо рассматриваются для различных решений, условия, для которых затрата топлива — весьма важный элемент — является минимальной.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.391. : 621.396/397 : 621.385

Эд. Николау

Некоторые заключения об обучающихся системах

В настоящей работе рассматриваются некоторые кибернетические заключения об обучающихся системах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Д. К. 621.396 : 517.3 : 621.391/394/395

Д. Станомир

Математические методы для стохастических процессов с приложением в случае стационарных процессов

В статье представляются математические методы для стохастических процессов с приложением в случае стационарных процессов.

В первой части дается фомула для исчисления некоторых интегралов, содержащих дельты и теоремы относящиеся к преобразованию случаиных величин. Во второй части доказываются некоторые теоремы, относящиеся к стационарности процессов, часто встречающиеся в 4 приложениях.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.C. 621.18 : 621.165.620.
193 : 66.046.2.662.76 : 621.43.06 : 661.2

M. Postelnicescu, C. Neaga

Avoiding Corrosion of Boilers in Which Fuels Containing Sulfur are Burnt by Means of Solutions Depending Only on their Operation.

The authors analyse in the work several possibilities of avoiding corrosion of the final heat exchangers of boilers operating with fuels containing sulfur by means of solutions depending only upon the direct operation of the boiler. The authors study mainly the conditions providing a minimum fuel consumption — a particularly important element for various solutions.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.C. 621.391 : 621.396/397 : 621.385

Ed. Nicolau

A Cybernetical Approach to Learning Systems.

The aim of this paper is to give a cybernetical approach to learning systems.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.C. 621.396 : 517.3 : 621.391/394/395

D. Stanomir

Mathematical Methods for Random Processes With Application to Stationary Random Processes.

In the paper are given some mathematical methods for random processes with application to stationary random processes. In the first part are included the calculus of a special kind of integrals containing deltas and some theorems concerning the transformation of the random variables. In the second part are given some theorems, concerning the stationarity of some processes,

Bul. Inst. poli ehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Résumé

A. Selivanov et collaborateurs C.D. 374.59 : 531.8 : 778.5 : 4

Quelques problèmes concernant l'enseignement des langues vivantes.

L'exposé tâche à expliquer et à établir le but, le contenu et les méthodes d'enseignement des langues vivantes dans les Instituts polytechniques.

A partir d'une étude linguistique et méthodique multilatérale, l'ouvrage met en valeur tant l'expérience acquise par les enseignants de la chaire de langues modernes de l'Institut Polytechnique de Bucarest, que celle des meilleurs spécialistes de ce domaine.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

M. Şt. Botez C.D. 515 : 513.5/.6

Remarque sur la transformation pédale des coniques.

L'auteur étudie les propriétés diamétrales des transformées pédales des coniques et développe quelques théorèmes concernant les relations entre les genres, les points et les directions principales des courbes diamétrales correspondant aux transformées pédales des coniques et les coniques considérées.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

I. M. Miu C.D. 517.9

Contribution à l'étude des polynômes différentiels.

On y étudie les polynômes différentiels et on y résout les équations différentielles qui leur correspondent en divers cas, à savoir.

— Polynômes différentiels qui admettent à gauche et à droite des facteurs du I-er ordre, à l'ordre de multiplications > 1.

$$P(D) = \prod_{i=1}^{p} (D^1 - \lambda_1 D^0)^{\alpha_i} \, Q(D) \prod_{i=1}^{q} (D^1 - M_j D^0)^{\beta_j}, \; \alpha_1 > 1, \; \beta_j > 1$$

— Polynômes différentiels qui ont des facteurs du I-er ordre séparés par des facteurs à coefficients constants.

— Polynômes différentiels qui admettent des facteurs du I-er ordre. simples, séparés par des facteurs de I-er ordre à ordre de multiplication > 1.

Nous remarquons que l'étude peut être étendue aussi à d'autres cas.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr 3—4 1968

Zusammenfassung

D.K. 374.59.534.8:778.5:4

A. Selivanov und Zusammenarbeiter

Einige Probleme des Fremdsprachen unterricht im Polytechnischen Institut.

In der vorliegenden Arbeit werden die Ziele, den Inhalt und die Methoden des Fremsprachenunterrichts an den technischen Hochschulen erklärt und begründet.

Von einem vielseitigen sprachwissenschaftlichen, methodischen un methodologischen Studium ausgehend verwertet der Aufsatz sowohl die eigene Erfahrung als auch die der auf diesem Gebiet hochqualifizierten Fachleute.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

M. St. Botez D.K. 515:613.5/16

Betrachtungen über die Pedall-Änderungen des Kegelschnittes.

Der Verfasser studiert die Diametraleigenschaften des Kegelschnitt Pedall-Transformatoren und bringt einige Sätze betreffend die Verhältnisse zwischen den Arten, Punkten und wichtigsten Richtungen der Diametralkurven, die den Pedall-Transformatoren des Kegelschnittes und den betrachteten Kegelschnitten entsprechen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

I. M. Miu D.K. 517.9

Beiträge zum Studium der Differentialpolynomen.

Es werden Differenzialpolynome studiert, und entsprechende Differentialgleichungen gelöst die diesen mannigfälltig entsprechen, und zwar:

— Differentialpolynome, wenn von links und rechts Faktoren I. Ordnung mit der Vielfachheitsordnung > 1 angenommen werden

$$P(D) = \prod_{i=1}^{p} (D^1 - \lambda_i D^0)^{\alpha_i} Q(D) \prod_{j=i}^{q} (D^1 - M_j D^0)^{\beta_j}, \alpha_1 > 1, \beta_j > 1$$

— Differentialpolynome die Faktoren I. Ordnung getrennt von den Faktoren mit beständigen Koeffizienten haben.

— Differentialpolynome die einfache Faktoren I. Ordnung, getrennt von den Faktoren I. Ordnung mit der Vielfachheitsordnung > 1 zulassen.

Wir bemerken, dass das Studium auch auf andere Fälle erweitert werden kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

A. Tănăsescu C.D. 515 : 517

Sur une projection de réseau spécial.

L'auteur présente dans cet ouvrage une projection de réseau spécial dérivé d'une projection biaxiale spéciale, définie par une surface réglée (ψ, S, D) du second ordre, à plan directeur.

De cette manière il est possible de réaliser une transformation topologique, ψ_A entre les points de deux expaces linéaires S et D que nous pouvons considérer comme deux fonctions continues croissant ou décroissant régulièrement. En gardant les signification de la projection de réseau, l'auteur définit l'épure de réseau de la droite générale D dans la transformation topologique ψ_A par l'ensemble des traces $\left(\frac{\pi}{A}\right)$.

L'auteur présente par la suite les théorèmes et les épures modulaires de certaines projections paraboliques et hyperboliques de réseau, obtenues par la transformation topologique (ψ_A, θ) où θ est le module angulaire de l'epure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

Z. Stoian C.D. 517

Sur le critère de condensation du Cauchy.

On démontre l'existence de deux série numériques dont la convergence, respectivement la divergence, implique la convergence ou la divergence d'une série donnée.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

I. Blum, Fr. Barca C.D. 662.66 : 66.065.8 : 543/545

Les caractéristiques structurales de quelques concentrés pétrographiques séparés des charbons roumains

L'ouvrage présente une étude des propriétés physico-chimiques des charbons et de leurs composants pétrographiques en différentes étapes de carbonification.

On y poursuit les modifications caractéristiques de chaque étape à l'aide des indices structuraux caractéristiques et des spectres d'absorbtion en infrarouge des essais examinés.

L'ouvrage met en évidence les différences essentielles entre les composants pétrographiques des charbons en différentes étapes de carbonification.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 515:517

A. Tănăsescu

Über eine spezialle Netzprojektion.

In dieser Arbeit wird eine spezielle Netzprojektion, die aus einer speziellen biachsialen Projektion abgeleitet ist, gezeigt, welche durch eine Regelstrahlfläche (ψ, S, D) zweiter Ordnung mit Leitebene definiert ist.

In dieser Art ist die topologische Veränderung ψ_A zwischen den Punkten zweier linearen Räume S und D möglich, die wir als zwei stetige und eintönig fallende oder wachsende Funktionen betrachten können.

Bei Beibehaltung der Bedeutung der Netzprojektion wird der Netzriss der allgemeinen Geraden D in ihrer topologischen Veränderung ψ_A die Gesamtheit der Spuren $\left(d, D_A^{\pi}\right)$ definiert.

Im Weiteren werden die Lehrsätze und modularen Risse einiger speziellen parabolischen und hyperbolischen Netzprojektionen die durch topologische Veränderung (ψ_A, θ) erhalten wurden, gezeigt, worin θ der Winkelmodul des Risses ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 517

Z. Stoian

Über das Kondenskriterium des Cauchy.

Man demonstriert die Existenz zweier numerischen Serien, derer Konvergenz oder Divergenz die Konvergenz oder die Divergenz einer gegebenen Serie verwickeln.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 662.66:66.065.8:543/545

I. Blum, Fr. Barca

Die strukturelle charakteristik einiger aus rumänischen Kohlen getrennten petrographischen Konzentrate.

Die vorliegende Arbeit bringt ein Studium über die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Kohlen und ihrer petrographischen Komponenten in verschiedenen Verkohlungszuständen.

Es werden die jeder Etappe eigene Änderungen durch strukturell kennzeichnende Kennziffern und die Absorbtionspektren im Infrarot der untersuchten Prüflinge verfolgt.

Die Arbeit hebt die wesentlichen Differenzierungen zwischen den petrographischen Komponenten der Kohlen in verschiedenen Verkohlungsetappen hervor.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 541.1 : 546.284 : 661.8 . . . 65 : 666.3/.7 : 666.11 : 666.29

S. Solacolu, R. Dinescu, D. Popescu-Haș

Faïences wollastonitiques dans le système $CaO \cdot SiO_2 - 3\ Al_2O_3 \cdot 2\ SiO_2 - SiO_2$.

En examinant les équilibres thermiques dans le système $CaO \cdot SiO_2 - 3\ Al_2O_3 - 2\ SiO_2 - SiO_2$, on a déterminé les zones où doivent être situées les faïences calciques Par l'équilibre thermique, on a garanti une teneur en phase vitreuse comprise entre 20 et 50%.

Le skarn wollsstonitique extrait du gisement de Băița, trié ou épuré par séparation magnétique et par flottation, peut constituer une précieuse matière première pour les faïences calciques.

Les caractéristiques mécaniques et les paramètres technologiques des faïences calciques fabriquées à partir du wollastonite de Băița sont supérieures aux faïences alcalines.

Les résultats obtenus à la suite des expériences semi-industrielles ont indiqué qu'on peut procéder à la fabrication industrielle des faïences calciques préparées avec 20% wollastonite de Băița.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

O. F. Solom, I. Ciută C.D. 678.5/.7/.8

La dépandance de la constante de Huggins de la masse moléculaire.

Dans le présent ouvrage on présente les corrélations possibles entre k_H et $[\eta]$ pour de différents systèmes polymère-solvant. Selon les résultats fournis par l'analyse des données présentées, on ne peut pas considérer que $k_H = f[\eta]$ peut être considérée comme une fonction utilisable pour élucider la signification physique de k_H.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

H. Fuia, Tr. Crețu C.D. 532.13 : 539.16 : 661.728.84 : 535.3

Sur une amélioration de la méthode de viscosimétrie radioactive.

A l'aide des méthodes proposées, on peut calculer directement la vitesse de chute d'une bille radioactive dans le liquide à étudier, en déterminant expérimentalement d'une manière successive, la vitesse de poursuite pour certains intervalles de temps déterminés. En utilisant une bille en verre, où l'on anfermé une source radioactive de Co^{60} on a déterminé la vitesse de chute dans l'huile de silicone avec une précision d'environ 5%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 541.1:546.284:661.8...65:666.3/.7:666.11:666.29

S. Solacolu, R. Dinescu, D. Popescu-Haș

Wollastronit-Steingutmassen im System $CaO.SiO_2$—3 Al_2O_3. 2 SiO_2 — SiO_2.

Dem Studium der Phasen thermischer Gleichgewichte im System $CaO.SiO_2$ —$3Al_2O_3$. $2SiO_2$ — SiO_2 zufolge, wurden die Zonen festgelegt, in welchen die Kalziumsteingüter sich eingrenzen, die an Hand des thermischen Gleichgewichtes einem Inhalt an flüssiger Phase von 20 bis 50% sicherstellen.

Das Wollastonitskarn aus dem Vorkommen Băița, sortiert oder mit Hilfe magnetischer Scheidung und Flotation veredelt, kann einen wertvollen Rohstoff für die Kalziumsteingüter darstellen.

Die mechanischen Kennzeichen und die technologischen Parameter der Kalziumoxyd-Steingütmassen, auf der Grundlage des Băița-Wollastonits fabrikmässig hergestellt, sind den Alkalisteingütern überlegen.

Die an Hand von halbindustriellen Versuchen erzielten Ergebnisse zeigen, dass man die fabrikmässige Herstellung der Kalziumsteingüter mit 20% Băița-Wollastonit einführen kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

O. F. Solomon, I. Ciută D.K. 678.5/.7/8.

Die Abhängigkeit der Huggins-konstante von dem molekulären Gewicht.

In vorliegender Arbeit werden die Korrelationen dargestellt die zwischen k_H und $[\eta]$ für verschiedene Polymer-Lösungsmittel-Systeme möglich sind.

Wie aus der Analyse der vorgeführten Angaben hervorgeht, kann nicht angenommen werden, dass $k_H = f\ [\eta]$ als eine zur Klärung der physikalischen Bedeutung des k_H benützbare Funktion betrachtet werden kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

H. Fuia, Tr. Crețu D.K. 532.13:539.16:661.728.84:535.3

Über eine Verbesserung der Methode zur radioaktiven Zähigkeitsmessung.

Mittels der vorgeschlagenen Methoden kann die Fallgeschwindigkeit einer radioaktiven Kugel in die zu studierende Flüssigkeit aus der aufeinanderfolgenden Versuchs-Bestimmung der Verfolgungsgeschwindigkeit in gewissen Zeitabständen direkt berechnet werden.

Da man eine Glaskugel benützte, in die eine radioaktive Quelle von C 60 eingeschlossen wurde, konnte man die Fallgeschwindigkeit in Silikonöl mit einer Genauigkeit von 5% bestimmen.

Gleichzeitig werden die Gleichungen der Extremalen zur optimalen Übertragungsbewegung zwischen den Kreisbahnen bestimmt und gelöst und schliesslich die Gleichung der Übertragungsbahn bestimmt.

Ausgehend von einer Aufgabe vom Meyer-Typ, wird die zeitgemässe Variation der Komponenten und dadurch das Führungsgesetz für das in minimaler Zeit durchkeführte Begegnungsmanöver bestimmt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C. Guţă, Al. Marinescu C.D. 629.13:629.19:522

Considérations sur quelques manoeuvres optima des appareils cosmiques propulsés par des moteurs à réaction de faible traction.

On y détermine l'expression de la fonctionnelle de la consommation minima en combustible pour les appareils cosmiques de faible traction évoluant sur des trajectoires circulaires.

On y détermine également et on y résout les équations des extrémales pour manoeuvre optima de transfert entre orbites circulaires, en déterminant finalement l'équation de la trajectoire de transfert. A partir d'un problème de type Meyer, on y détermine la variation des composantes de temps, donc la noi pour diriger la manoeuvre de rencontre en un temps minimum.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D. Pavel, Gh. Zidaru C.D. 621.22 : 532.13 : 533

La vitesse au bord de fuite et la détermination du point d'arrêt pour des profils isolés ou en réseau linéaire de profils.

Les profils isolés étudiés dans le présent ouvrage sont obtenus par la transformation de Joukovsky, tandis que les profils d'un réseau linéaire résultent par une transformation Weinig.

Dans le mouvement irrotationnel du plan initial, il y a deux points d'arrêt sur le cercle, auxquels peuvent correspondre — selon l'hypothèse de Joukovsky — des vitesses finies et non nulles (6), (12), (23) aux bords de fuites des profils. En même temps l'on précise la position (7), (13), (24) du point d'arrêt au bord d'attaque du profil.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.233:621.8.02:621.833.835.517.9:539.3

I. Roban, I. Tempea

Sur l'intégration de l'équation différentielle de mouvement du système élastique came — taquet.

En un ouvrage précédent [1], les auteurs ont présenté l'équation de mouvement du dernier élément conduit des mécanismes à came fonctionnant à un haut nombre de tours. Dans le présent ouvrage on examine en se basant sur certaines méthodes de la théorie des équations différentielles de la théorie des vibrations, les possibilités d'intégrer cette équation. — Pour les cas où l'intégration analytique n'est pas possible, on fait appel aux, méthodes numériques, facilement utilisables en employant les calculateurs digitaux.

On y apprécie les possibilités d'utilisation pratique et la précision des méthodes présentées.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 629.13:629.19:522

C. Guţă, Al. Marinescu

Betrachtungen über optimale Bedienung der kosmischen Geräte, die durch Reaktivmotoren mit geringer Zugförderung angetrieben werden.

In der Arbeit wird der Ausdruck der minimalen Brennstoffverbrauchs-Funktionale für die kosmischen Geräte mit einer geringen Zugförderung bestimmt, die sich auf Kreisbahnen bewegen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 621.22:532.13:533

D. Pavel, Gh. Zidaru

Die Geschwindigkeit auf der Abflusskante und die Bestimmung des Staupunktes für Einzel-oder Gitterprofile.

Die untersuchten Einzel-oder Gitterprofile sind durch die konformen Abbildungen nach Jukovski oder Weinig bestimmt. In den Potentialströmmungen der ursprünglichen Ebene entstehen zwei Staupunkte entshen an jedem Kreis. Diesen entsprechen die von Null verschiedenen Geschwindigkeiten (6), (12), (23) auf den Abflusskanten der Profile, sowie die Staupunkte (7), (13), (24).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 621.233:621.8.02:621.833.835.517.9:539.3

I. Roban, I. Tempea

Über die Integration der Bewegungs-Differentialgleichung des federnden Systems von Nocken-Stössel.

In einer vorhergehenden Arbeit (1) haben die Verfasser die Bewegungsgleichung des letzten geleiteten Elements der Nockentriebe die bei hoher Drehzahl laufen, angegeben.

In vorliegender Arbeit werden auf Grund einiger Methoden der Differentialgleichung-Theorie und der Vibrations-theorie, die Integrationsmöglichkeiten dieser Gleichung studiert. In den Fällen, in denen eine analytische Integration nicht möglich ist, werden einige Digitalmethoden, die durch Verwendung der zahlenmässigen Rechenmaschinen leicht benützbar sind, zu Hilfe genommen.

Es wird eine Schätzung der praktischen Verwendungsmöglichkeiten und der Genaugkeit der vorgeführten Methoden vorgenommen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 628.9:621.316.7:725.82:727.94

C. Dinculescu, P. Buhuș, E. Pavel

Systèmes de réglage de l'éclairage scénique dans les théâtres et les studios de télévision.

Dans cet ouvrage, les auteurs présentent quelques considérations concernant les problèmes de l'éclairage scénique, d'actualité en Roumanie, dans cette période, ou l'on construit d'importants édifices théâtraux.

On y présente notamment les systèmes modernes de réglage de l'éclairage scénique, à thyristors et amplificateurs magnétiques, qui sont comparés du point de vue technique et économique. Compte tenu des performances que l'on peut obtenir ainsi que des perspectives d'avenir, les auteurs expriment leur préférence pour le système de réglage à thyristors.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.311:621.316.3:519:621.0.016.621.314:621.3.027.3

E. Constantinescu

Analyse et optimisation des schémas électriques d'alimentation des combinats industriels du réseau.

Dans cet ouvrage on analyse trois variantes de schémas électriques utilisés pour l'alimentation des combinats indusstriels du réseau, par raccord profond à 110 kV.

Etant donné que les interruptions de l'alimentation en énergie électrique apportent d'importants dégâts aux consommateurs, on réalise une réserve de 100% pour toutes les variantes.

L'établissement de la solution optimale est réalisé en utilisant le critérium des dépenses annuelles de calcul, où se trouvent inclus aussi les dégâts produits par les interruptions. Pour leur détermination on analyse les diverses avaries et révisions, simples ou superposées, pouvant intervenir pendant le fonctionnement et qui affectent la permanence d'alimentation en énergie électrique du combinat industriel.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.316:621.313.12:621.314:517.9:621.3.012:621.3.015

E. Potolea

Etude sur la stabilité statique des systèmes électro-énergétiques à caractéristiques non-linéaires.

Les éléments actifs du réseau électro-énergétique (les générateurs et les récepteurs) sont des éléments non-linéaires, qui peuvent être représentés, dans le schéma équivalent, par des courants injectés ou éjectés aux noeuds du réseau passif. Le calcul permanent dans le schéma à éléments non-linéaires nécessite l'emploi d'une méthode par approximations successives. Les conditions de convergence des approximations successives sont réduites, finalement, aux critères pratiques de la stabilité statique dans les systèmes non-inertielles.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 628.9:621.316.7:725.82:727.94

C. Dinculescu, P. Buhuș, E. Pavel

Regelsysteme der Bühnenbeleuchtung in den Fernsehtheatern und studios.

In der Arbeit werden einige Betrachtungen die sich auf die Bühnenbeleuchtungsaufgaben beziehen, dargestellt, da diese für Rumänien in dieser Periode, in der sich wichtige Theatergebäude in Bau befinden, sehr aktuell sind.

Es werden die neuzeitlichen Regelsysteme der Bühnenbeleuchtung mittels Tiristoren und Magnetverstärker vorgeführt, die sowohl vom technischen, als auch vom wirtschaftlichen Standpunkt verglichen werden.

Die zu erzielenden Leitsungen und die Zukunftsperspektiven in Betracht ziehend, sprechen die Verfasser den Vorzug für das Tiristoren-Regelsysteme aus.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 621.311:621.316.3:519:621.3.016.621.314:621.3.027.3

E. Constantinescu

Analyse und Optimisierung des Schaltplanes zur Netzspeisung der Industriekombinate.

In dieser Arbeit werden drei Schaltplanvarianten analysiert, die zur Netzspeisung der Industriekombinate, durch tiefen Anschluss an 110 kW benützt werden.

Davon Rechnung tragend, dass die Unterbrechungen in der Speisung mit elektrtischer Energie den Verbrauchern grosse Verluste verursachen, wird eine 100% Reserve für alle Variaten erzielt.

Die Bestimmung der optimalen Lösung wird durch Benützung der jährichen Berechnungsausgaben als Kriterium erzielt, da darin auch die durch Unterbrechungen hervorgerufenen Verluste enthalten sind. Zu ihrer Bestimmung werden verschedenartige Schäden und Revisionen analysiert, die einfach oder überlagert während des Betriebs auftreten können und die Ständigkeit der Speisung des Industrie-kombinates beeinflusst.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 621.316:621.313.12:621.314:517.9:621.3.012:621.3.015

E. Potolea

Studium der statischen Stabilität in den elektroenergetischen Systemen mit nichtlinearen Charakteristiken.

Die aktiven Elemente des elektroenergetischen Netzes (Generatoren un Empfänger) sind nichtlineare Elemente, die im Ersatzschema durch bei den Knoten des Passivnetzes injektierten und ejizierten Strom dargestellt werden können.

Zur ständigen Berechnung im Schema mit nichtlinearen Elementen muss eine Methode von aufeinanderfolgenden Annäherungen benützt werden.

Die Konvergenzbedingungen der aufeinanderfolgenden Annäherungen werden endlich zu praktischen Kriterien der statischen Stabilität in den nichtinertialen Systemen reduziert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.18:621.165.620.193:66.046.2.662.76:621.43.06:661.2

M. Postelnicescu, C. Neaga

Comment éviter la corrosion des chaudières où l'on brûle des combustibles contenant du soufre, par des solutions dépendant uniquement de leur fonctionnement.

Dans l'ouvrage on analyse les différentes possibilités d'éviter la corrosion des échangeurs finaux de chaleur des chaudières fonctionnant avec des combustibles contenant du soufre, par des solutions dépendant seulement du fonctionnement même de la chaudière. On y examine, particulièrement, pour différentes solutions, les conditions déterminant la consommations minima de combustible, élément d'une importance tout à fait spéciale.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.391:621.396/397:621.385

Ed. Nicolau

Quelques considérations cybernétiques sur les systèmes éducables.

Le but de ce travail est de présenter quelques idées fondamentales sur les systhèmes éducables.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

C.D. 621.396:517.3:621.391/394/395

D. Stanomir

Méthodes mathématiques pour les processus aléatoires et leur application dans le cas des processus aléatoires stationnaires.

Dans l'ouvrage on présente des méthodes mathématiques pour les processus aléatoires et leur application dans le cas des processus stationnaires. Dans la prémière partie on donne: une formule pour la détermination de certaines intégrales contenant des deltas et quelques théorèmes concernant la transformation des variables aléatoires.

Dans la seconde partie on démontre quelque théoremes concernant la stationnarite des processus fréquemment utilisés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

D.K. 621.18:621.165.620.193:66.046.2.662.76:621.43.06.661.2

M. Postelnicescu, C. Neaga

Vermeidung der Korrosion in Kesseln, die zum Verbrennen der Brenstoffe mit Schwefelgehalt, durch Lösungen die nun in ihrer Funktion abhängig sind, dienen.

In der Arbeit werden verschiedene Möglichkeiten zur Vermeidung der Korrosion der End-Wärmeaustauscher der Kessel, die mit Brennstoffen mit Schwefelgehalt betrieben werden analysiert. Die Vermeidung soll mittels unmittelbar von dem Betrieb des Kessels abhängigen Lösungen durchgeführt werden.

Für verschiedene Lösungen werden besonders die Bedingungen untersucht, für die der Brennstoffverbrauch, ein besonders wichtiges Element, minimal ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1

D.K. 621.391:621.396/397:621:385

Ed. Nicolau

Einige kybernetische Grundgedanken über Unterrichtssysteme.

Das Ziel dieses Aufsatzes ist einige kybernetische Grundgedanken über die Unterrichtssysteme zu erläutern.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1

D.K. 621.396:517.3:621.391/394/395

D. Stanomir

Methoden für die mathematische Beschreibung der stochastischen Prozesse mit Anwendungen im Falle stationärer Prozesse.

In der Arbeit sind, einige Methoden für die mathematische Beschreibung der stochastischen Prozesse, mit Anwendung bei stationären Prozessen, dargestellt. Im ersten Teile sind: eine Formel für die Dirac -Funktionen enthalten und einige Lehrsätze im Zusammenhang mit der Transformation der zufällingen Variabeln, dargestellt im zweiten Teile sind, einige Lehrsätze in Bezug auf die Stationarität einiger, in Anwendungen oft begegneten, Prozessen, bewiesen.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 3—4 1968

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

BIBLIOTECA CENTRALĂ

LIMBI STRĂINE

C. Z.: 374.59 : 534.8 : 778.5 : 4

QUELQUES PROBLÈMES CONCERNANT L'ENSEIGNEMENT DES LANGUES VIVANTES DANS L'INSTITUT POLYTECHNIQUE *

A. SELIVANOV, S. CIUNGAN, V. DĂNILĂ, L. FARCAȘ, R. GANDELMAN, Z. GUȚU, T. RUDNER

Le stade actuel marque dans le monde „une révolution" dans l'enseignement des langues vivantes. Il s'agit d'un complexe d'orientations nouvelles qui ont pour point de départ la place que l'enseignement des langues doit occuper dans la linguistique ; elles envisagent les problèmes fondamentaux pour l'étape actuelle, les méthodes les plus adéquates pour une bonne connaissance de la langue, ainsi que les plus modernes procédés pour y aboutir.

Sans nier certains principes de base, l'enseignement des langues vivantes connaît un nouvel essor, étant donné leur rôle dans la consolidation des relations internationales à notre époque.

Linguistes, pédagogues, psychologues, chercheurs en sciences techniques collaborent en vue d'établir les principales directions pour enseigner les langues vivantes [1—2—3—4].

L'étude des langues vivantes, considérée à cette heure une science exacte, une branche de la linguistique appliquée, entraîne des facteurs psychologiques, sociologiques, ethnographiques, sans négliger l'apport de toute autre science.

C'est dans ce cadre général que cet article tâche à établir aussi la place que doit occuper l'enseignement des langues dans les instituts supérieurs techniques.

Il y a un objectif commun de toutes les méthodes modernes qui serait *l'utilisation pratique d'une langue*. La place la plus importante revient à son emploi oral, ce qui s'explique par la nécessité fondamentale de former chez les enseignés l'habitude de faire sans cesse une liaison spontanée entre *le son* et *le sens pour comprendre*, de même que entre *le sens* et *le son pour s'exprimer*.

Un premier problème qui se pose dans les instituts d'enseignement supérieur technique est celui de *la continuité* de l'étude d'une langue qui a commencé à l'école générale et au lycée ; cela parce que dans

* Ouvrage reçu à la rédaction le 10 Mai 1968.

l'enseignement supérieur technique cette étude a des caractères bien distincts.

L'étudiant en première année a déjà passé par plusieurs degrés : il possède nombre de mots ou expressions usuels, les questions fondamentales de la grammaire, puisque la matière a été présentée selon le critère grammatical pour la plupart des cas, ou bien, dans d'autres cas, moins nombreux, selon les méthodes modernes. Au lycée, dans les classes supérieures, les élèves ont étudié la littérature du peuple dont ils ont appris la langue. On peut dire que l'école fournit d'habitude une connaissance passive, si on tient compte des particularités de l'enseignement d'une langue hors pays.

Tandis que dans les facultés de philologie la langue constitue la matière à étudier, la spécialité même, envisagée sous divers aspects, jouissant de nombreux cours, l'étudiant de la première des instituts techniques continuent son étude, mais d'une façon tout à fait nouvelle, selon la spécialité technique.

Les heures de cours destinées aux langues doivent fournir au futur spécialiste un instrument de travail, un moyen de perfectionnement dans un certain domaine à l'aide de la littérature d'une spécialité quelconque, de même qu'un moyen de la communication entre spécialistes ou avec d'autres sujets parlants.

Par conséquent, l'étude des langues dans l'enseignement supérieur technique suppose, dès le début de préciser son objectif, son but, ainsi que son spécifique, de telle sorte que, au commencement de ce cours en première année on puisse déjà connaître les résultats auxquels on aboutira à la fin de la troisième.

Les objectifs découlent du spécifique même. Il y a, disons, une sphère plus restreinte de ces objectifs, la connaissance du langage technique de spécialité, son utilisation dans la communication orale et par écrit. Ce sont donc les besoins de la future profession des étudiants, le caractère de leur activité qui doivent être le point de départ. Il faut préconiser dès le début, les habitudes que l'étudiant va se former.

Il y a plusieurs façons d'apprendre une langue : l'étude en vue d'une communication active, ou la connaisance passive matérialisée dans la possibilité de consulter la littérature de spécialité.

En ce qui concerne l'enseignement supérieur technique, il vaut mieux poursuivre un *objectif combiné*, c'est-à-dire la communication entre spécialistes complétée par la possibilité d'utiliser la langue dans n'importe quelle circonstance.

Certes, le premier aspect doit prévaloir, parce que, dans la préparation des futurs ingénieurs, la connaissance au moins d'une langue vivante, comme partie intégrante, doit assurer un échange scientifique permanent entre les peuples.

De nos jours, les progrès scientifiques et techniques se succèdent à un rythme vertigineux. La connaissance des langues vivantes facilite l'information directe et à jour. Quelques perefectionnées que soient les machines à traduire, elles ne pourront jamais suppléer la connaissance d'une langue ; c'est parce que, dans cette interdépendance entre la

science, la technique et l'homme, c'est ce dernier qui reste le facteur essentiel.

L'établissement des objectifs concrets ainsi que la délimitation de l'aire d'application du matériel linguistique créent un parfait accord entre *le nécessaire* des connaissances lexico-grammaticales et *le volume* acquis par les étudiants.

Durant 6 sémestres d'étude, la langue doit devenir en premier lieu un *moyen de documentation* dans la spécialité. Le vocabulaire spécial ainsi que la structure de la phrase du style technique bien distincte de la phrase littéraire ou journalistique doivent être tout à fait familiers à l'étudiant. En outre, puisque les langues qu'on étudie sont des langues vi vivantes, d'une grande circulation internationale, celles-ci doivent être en même temps un moyen de communication, d'autant plus que les contacts directs entre spécialistes vont toujours croissants. Ce second aspect du but poursuivi a, outre sa portée professionnelle et culturelle, une valeur éducative. La connaissance d'une langue facilite la connaissance du peuple et de sa civilisation, ce qui crée le climat favorable au rapprochement entre les pays.

La réalisation du but suppose de prendre en considération les résultats obtenus en établissant un rapport entre l'objectif proposé au début de la première année et ce qu'on a réalisé après six sémetres d'étude, au point de vue quantitatif et qualitatif.

Il y a plusieurs voies pour atteindre ce but, mais l'essentiel c'est le matériel dont on se sert ; celui-ci doit être subordonné à l'objectif complexe et au but poursuivi.

La langue fonctionne en tant que système et nous pouvons l'utiliser comme moyen de communication et de matérialisation de la pensée seulement si nous connaissons tous ses composants dans leur interaction fonctionnelle. Mais le système d'une langue vivante, si riche et à multiples aspects, ne peut être appris tout à la fois et dans toute sa complexité.

Il y a une seule issue de ce dilemme : *l'organisation rationnelle du matériel à enseigner, sa sélection rigoureuse*, de telle sorte qu'il soit, autant que possible, accessible au point de vue des éléments de la langue, tout en gardant son *intégrité en tant que système*, en tant que moyen de communiquer et d'exprimer la pensée et enfin en tant qu'instrument de l'information technique et scientifique.

C'est ainsi que l'idée de la sélection du matériel, *de la grammaire minimale* et *des vocabulaires essentiels* a fait son apparition dans la méthodologie des langues :

„Selon que la technique moderne poursuit l'obtention d'un nombre maximal d'ensembles à partir d'un nombre minimal de pièces, de même la méthodologie des langues doit obtenir un maximum de syntagmes libres (ou bien groupements phraséologiques) avec un résultat optimal à partir d'un volume minimal de matériel linguistique".

Les succès considérables remportés par la méthodologie des langues pendant les dernières années prouvent que les résultats dépendent

essentiellement de la sélection rigoureuse ainsi que du dosage rationnel du matériel [1 ; 5—6, 7—8].

Tant la sélection que le dosage du matériel doivent satisfaire plusieurs conditions :

La première condition de la sélection du matériel est son fondement scientifique, à partir des critères précis et pas accidentels. Sans les présenter en détail [49], il faut mentionner que, avant tout, de toute la complexité du matériel il faut choisir ce qu'il y a de plus typique et de plus fréquent dans le domaine de l'activité de l'étudiant. Un critère de choix est le spécifique de l'institut, de la faculté et de ses sections avec leurs disciplines de base. Pour franchir avec succès cette étape-ci, les enseignants de la chaire des langues vivantes doivent collaborer avec des spécialistes.

La seconde condition de la sélection du matériel est d'assurer des résultats maximaux en utilisant un matériel linguistique minimal.

La troisième et en même temps la plus importante de ces conditions c'est son utilité, à savoir son orientation rigoureuse vers une fin concrète dans l'apprentissage de la langue, parce que, en dernier lieu, cette fin est décisive dans la sélection quantitative et qualitative du matériel. On peut conclure donc que le contenu concret de cette exigence sera différent dans des conditions différentes. La quantité, le contenu et le caractère du matériel sélectionné se distingueront en fonction des buts, des tâches et de la durée de l'étude.

Pour les instituts supérieurs techniques, l'orientation dans l'enseignement des langues dépend en premier lieu du principe d'une *sélection professionelle*, ce qui veut dire la sélection du langage technico-scientifique ou bien du *style technico-scientifique*.

La délimitation, à des fins didactiques, du style technico-scientifique ce n'est qu'un premier degré dans la sélection du matériel. Suivent aussi d'autres, non moins importants. Le point de départ c'est l'étude minutieuse du style choisi. Le style technico-scientifique de n'importe quelle langue, en tant que partie composante de la langue littéraire (un sous-système du système linguistique donné) possède *tous les traits fondamentaux* de ce dernier, mais en même temps il s'en distingue par toute une série de particularités qui lui sont propres et qui permettent sa délimitation comme style à part. La continuité de l'étude de la langue dans l'enseignement supérieur technique consiste entre autres, en ce que, apprenant un certain style de la langue, ayant son caractère propre, l'étudiant perfectionne la même langue, basée sur les mêmes règles, parce que ses traits essentiels sont communs à tous les styles.

Ce qui est différent forme en quelque sorte un second niveau superposé sur le niveau général de la langue littéraire.

Dans cet article, on se contentera à énoncer seulement quelques-uns des traits de ce style, sans en faire une analyse minutieuse (cela formera l'objet d'un travail à part) : la saturation du texte en terminologie, la fréquence élevée de certains termes et expressions caractéristiques, des syntagmes libres qui lui sont propres, des structures lexico-grammaticales appartenant exclusivement à ce style et ainsi de suite.

L'analyse minutieuse linguo-statistique du texte technico-scientifique permet l'élaboration des dictionnaires de fréquence et des modèles structuraux le plus souvent rencontrés. A partir de ces dictionnaires de fréquence et tenant compte aussi des principes de sélection on peut élaborer le vocabulaire essentiel de spécialité et la grammaire minimale. Les études entreprises pour la langue parlée par la linguistique, peuvent servir aussi à établir la fréquence des termes appartenant aux vocabulaires spéciaux.

Ce „minimum" doit se rapporter tout d'abord au matériel lexical de chaque spécialité et en deuxième lieu au matériel grammatical dont l'étudiant a besoin pour comprendre et pour traduire un texte de sa spécialité et pour former les habitudes nécessaires en vue de la conversation.

Le vocabulaire essentiel comprendra des mots et des expressions accompagnés d'explications grammaticales nécessaires au texte technico-scientifique. Il faut prendre en considération des termes dénommant des appareils, des machines, des opérations, des substances et des phénomènes d'une spécialité, les verbes et les adjectifs les plus utilisés. *

La grammaire minimale doit inclure aussi les mots-outils à grande fréquence dans la phrase du texte technique, c'est-à-dire le nombre minimal d'outils grammaticaux. Ceux-ci, tout en reflétant les lois du système grammatical de la langue, se lexicalisent en vertu du vocabulaire essentiel, en format le fondement de la compréhension du texte technico-scientifique et les modèles du discours.

La sélection est plus compliquée en ce qui concerne les structures grammaticales, puisque, outre le critère de la fréquence, complété, par l'accessibilité, il faut tenir compte des interférences avec le roumain. Si les structures grammaticales de la langue enseignée sont identiques à celles du roumain, elles en faciliteront la connaissance active. De même, les structures grammaticales *extensives* auront le primat.

D'autre part, l'élaboration de la grammaire minimale est facilitée par le fait que les structures lexico-grammaticales typiques ne se distinguent pas trop d'une spécialité technique à une autre.

Le style technico-scientifique se caractérise d'habitude par un certain volume de telles structures qui sont à peu près communes au style en question, considéré dans son ensemble. Cet aspect facilite l'élaboration d'une *grammaire minimale unique* pour chacune des langues enseignées, répartie selon les années d'étude. *

* Ce travail s'effectue à notre chaire pour le russe et l'anglais. L'analyse et la description des catégories des mots qui doivent être inclus dans le vocabulaire essentiel sont déjà effectuées pour le russe par les membres de notre chaire : Farcaș Ludmila, Iliescu Elena, l'oeuvre citée, pag. 33—40. Dans peu de temps des études similaires seront entreprises pour le français et l'allemand.

* En ce qui concerne le dosage et la gradation des structures grammaticales, leur étude ira du simple vers le complexe. Descartes dans ses „Règles pour la direction de l'esprit" précisait qu'il faut partir du simple pour arriver au complexe, en répartissant les difficultés en autant de degrés qui sont nécessaires pour les résoudre.

A partir du vocabulaire essentiel de spécialité et de la grammaire minimale on élabore le minimum lexico-grammatical de la langue enseignée. Quoique le minimum lexico-grammatical soit une condition essentielle du succès dans l'enseignement d'une langue vivante, il n'assure pas exclusivement la réalisation du but. Pour y aboutir, il faut que ce dernier soit matérialisé dans les manuels.

Le principal problème et en même temps le plus difficile à résoudre par les membres de notre chaire est celui de l'élaboration de manuels de langues vivantes pour l'Institut Polytechnique.

Les principes scientifiques et les procédés méthodologiques, si avancés soient-ils ne trouvent leur application que par l'intermédiaire du manuel, qui doit permettre la mise en pratique du programme d'enseignement.

Compte tenu du fait que les bases théoriques de la grammaire ont déjà été enseignées à l'école générale, nous estimons que dans les manuels destinés à l'enseignement supérieur polytechnique les explications théoriques pourront très bien être remplacées par un système d'exercices élaborés à partir des structures lexico-grammaticales et des terminologies nécessaires.

Certaines explications grammaticales pourraient éventuellement être insérées là où elles contribueraient pratiquement à la fixation d'un phénomène de langue. Mais, à notre avis, les manules destinés aux étudiants des Instituts Polytechniques ne doivent pas comporter une description complète des systèmes phonétique grammatical ou lexical, général, cet aspect ne constituant pas notre objectif. C'est pourquoi nous envisageons la présentation de tout le matériel d'étude de la langue étrangère uniquement sous la forme des modèles. Un manuel pour l'enseignement supérieur technique pourra atteindre son but seulement s'il représente un système unitaire d'éléments sélectionnés de la langue.

Suivant la méthodologie moderne des langues vivantes, plus on respecte une succession rationnelle des structures les plus typiques, ainsi qu'un coefficient de leur fréquence aussi élevé que possible, plus le processus d'enseignement de ces langues est efficace.

On aboutit à un tel résultat non seulement par une sélection rigoureuse des textes les plus caractéristiques pour chaque spécialité, mais aussi en les transformant et en les adaptant selon les besoins.

Sans détailler les questions spéciales posées par les méthodes à utiliser pour rendre plus accessibles les textes soulignos seulement que nous envisageons l'adaptation non sous la forme d'une simplification mais sous la forme d'un remaniement du texte à des fins didactiques.

Le problème complexe de l'élaboration des manuels de langues vivantes pour l'enseignement supérieur polytechnique ne saurait être résolu que par des enseignants hautement qualifiés, possédant une conception linguistique et pédagogique unitaire.

C'est l'expérience de la didactique mondiale des langues vivantes, complétée par les résultats de la liguistique générale et appliquée, qui doit former le point de départ pour l'élaboration de tels manuels, diver-

sifiés selon les langues et les spécialités, mais unifiés par ce qu'ils ont de commun, à savoir les nécessités, les principes généraux, le programme.

La réalisation d'un programme spécial d'études constitue un autre problème fondamental. Basé sur une étude linguistique et méthodologique, ce programme a la tâche de préciser aussi clairement que possible, le niveau de langue à étudier graduellement, du plus général au plus particulier, tout en relevant, pour chaque étape, son caractère spécifique.

Le but de l'enseignement des langues étrangères, le matériel à enseigner, ainsi que les conditions spécifiques de ce processus exigent l'élaboration d'un programme d'études différent de celui de l'enseignement universitaire.

On sait que tout programme d'études doit refléter :

1. ses principes méthodologiques,
2. la quantité et la qualité du contenu de la discipline à enseigner,
3. le rythme de la formation des aptitudes,
4. la sélection et la fixation du matériel à étudier,
5. les méthodes de travail utilisées à chaque étape.

L'élaboration d'un programme rationnel exige non seulement la connaissance de la langue à enseigner, mais aussi l'application d'une multitude de factuers : les particularités de la langue de départ et de la langue enseignée, le spécifique du niveau de cette dernière, le degré d'utilisation des connaissances acquises (langue écrite, langue parlée etc.), les procédés à utiliser en classe, ainsi que l'application de toute une série de méthodes pratiques destinées à favoriser l'apprentissage de la langue. Evidemment, tout ceci sera fondé sur la nature psycho-linguistique du processus d'étude d'une langue étrangère. En même temps, le programme doit créer les conditions requises pour que l'étudiant soit capable d'utiliser plus tard la langue apprise dans son activité professionelle.

Le programme pourra ainsi valoriser et synthétiser tout ce qui est nouveau et nécessaire d'une part, et d'autre part, tout ce qui s'est avéré utile dans l'enseignement des langues vivantes durant l'expérience acquise * à l'Institut Polytechnique de Bucarest.

Le programme d'étude des langues vivantes dans chaque faculté des instituts supérieurs techniques présente plusieurs aspects communs, tels que : le but à atteindre, le nombre des heures prévues, le temps disponible de l'étudiant, la technique du travail en classe, tandis que les différences consistent dans le spécifique de la langue enseignée et dans le lexique propre à la spécialité de chaque faculté.

Le programme que nous envisageons doit prévoir, outre l'unité des principes, l'unité du matériel lexico-grammatical en ce qui concerne

* Dès 1930, le professeur N. Vasilescu-Carpen avait précisé la place, le but et le contenu de l'enseignement des langues vivantes, dans le „Compte-rendu sur l'enseignement supérieur à l'École Polytechnique de Bucarest" (lecture des ouvrages techniques et conversation avec les étrangers, spécialistes ou non).

le contenu, son exposition successive à partir du minimum lexico-grammatical.

Afin de perfectionner à l'aide des modèles lexico-grammaticaux la capacité d'utiliser correctement la langue étrangère, il est nécessaire de procéder avec ordre, du simple au complexe, selon les années d'étude, en répartissant le materiel d'une façcon concentrique et en le répétant toujours sous de nouvelles formes, pratiquement, sans digressions théoriques. L'emploi d'éléments stables décrits par les modèles permet de reproduire facilement ces structures et, en même temps, d'en créer d'autres par analogie, ce qui constitue la base nécessaire en vue d'acquérir de nouvelles connaissances. On enseignera d'abord les modèles de formation des mots, d'éléments morpho-syntaxiques et de phrases typiques et on passera ensuite aux modèles de transformation et d'équivalence. Chaque type de modèles correspondra, en principe, à un certain degré ou plus exactement à une année d'études.

Pour ce qui est du vocabulaire, le programme doit prévoir que la répartition du materiel coincide avec le lexique des disciplines étudiées pendant l'année scolaire ; en première année, il comprendra des termes propres aux mathématiques (analyse mathématique, géométrie, etc.) à la physique, à la chimie générale, au dessin industriel, à la technologie ; en deuxième, il contiendra des termes tirés des chapitres de physique et des mathématiques étudiés au cours de cette année, ainsi que ceux de la mécanique, de la résistance des matériaux, des bases de l'électrotechnique, en fonction de la spécialité (mécanique, électricité, chimie, etc.), enfin, les terminologies à enseigner en troisième dépendront des principales sections de chaque faculté.

Si le programme d'étude, en tant que point de départ, peut et doit posséder le même schéma général pour toutes les spécialités, pour chaque faculté, il faut disposer d'un matériel unitaire du point de vue du contenu, valable pour toutes les langues enseignées (y compris le roumain enseigné aux étudiants étrangers).

Il est à recommander non seulement que la matière à étudier soit la même, mais, éventuellement, que le rythme, soit lui — aussi le même, ce qui permettrait d'aboutir à des résultats similaires quant au volume du lexique et à sa structure.

Le schéma général fixé, il va sans dire que l'enseignement de chacune des langues tiendra compte des particularités en vue de tirer le meilleur parti de l'étude de cette discipline.

Après avoir établi les domaines du lexique à enseigner, il convient de délimiter la quantité des unités lexicales à partir de leur sélection scientifique. Ce travail doit conduire à l'élaboration du vocabulaire essentiel, de spécialité et de la grammaire minimale, nécessaires pour l'étude et la compréhension du style technico-scientifique.

Un autre problème tout aussi important est celui de l'unité des principes pédagogiques selon lesquels le matériel, sélectionné et organisé doit être enseigné. C'est toujours le programme qui prévoit la longueur et la structure de chaque texte comme point de départ du cours pratique, le contenu et le volume du matériel à enseigner, ainsi

que les autres activités qui pourraient compléter l'étude des textes : présentation de films, de diapositives, d'appareils proprement dits, de schémas de processus technologiques, etc.

Tous ces aspects formant le spécifique de l'enseignement des langues vivantes dans les instituts supérieurs techniques, doivent se refléter dans le programme d'étude.

On atteindra les objectifs établis par ce programme, (c'est-à-dire comprendre la langue étrangère, la parler et l'utiliser dans la documentation), seulement si l'enseignement résulte d'un dosage judicieux des données tirées de la sélection préalable et si le contrôle de la fixation du matériel procède de l'analyse minutieuse des étapes qui ont permis la formation des automatismes. L'expérience acquise en utilisant les différentes méthodes psycho-linguistiques et l'enseignement programmé des langues, pourra également être mise à profit quant à la création des automatismes.

Parmi les moyens dont on dispose actuellement pour l'enseignement moderne des langues vivantes, il faut citer les vastes ressources électromécaniques utilisables à des fins instructives et éducatives. Leur emploi efficace constitue le problème — clé débattu, analysé, expérimenté par les enseignants soucieux de donner à leur activité le maximum d'efficience. Le professeur de langues vivantes doit savoir mettre en pratique les résultats des théories linguistiques fondamentales ; il doit également connaître, les progrès réalisés en psycologie et en pédagogie.

Le laboratoire de langues vivantes, existant à l'Institut Polytechnique de Bucarest répond aux exigences modernes techniques de cet enseignement. Ce laboratoire est doté d'une table de commande, de magnétophones, de cabines à casques et à microphones, d'un écran pour la projection des films techniques à partir d'une cabine de projection. Certes, adapter une technique nouvelle ce n'est pas seulement en inventer et en développer l'appareillage, c'est surtout créer et améliorer le système homme-machine dans le processus d'enseignement d'une langue moderne.

L'évolution des techniques utilisées entraîne la création de nouveaux matériaux. La sous-évaluation de ce problème conduîrait à l'utilisation incomplète ou inadéquate du magnétophone, ce qui ne correspondrait pas aux objectifs établis. Le professeur doit donc contribuer au développement des ressources techniques de l'enseignement en trouvant de nouvelles solutions pédagogiques aux nombreux problèmes posés par l'instruction. L'évolution des méthodes impose l'emploi de nouveaux types d'outillages tels que ceux de l'enseignement programmé. Les machines à enseigner pourraient devenir l'un des moyens d'étude des langues étrangères.

De nouveaux matériaux didactiques utilisables dans les laboratoires seront donc créés sous la forme des dialogues, des textes destinés à la lecture, des exercices. Ces derniers, fonctionnels et non formels,

doivent permettre de vérifier les connaissances déjà acquises et d'en apprendre de nouvelles par répétition, substitution, transformation, équivalence, réponse aux questions, expansion, rédaction, traduction et dictée.

Tout ce matériel auxiliaire sera enregistré sur bande magnétique ou sur disques et présenté ensuite aux étudiants comme modèle. Ces modèles, ils devront les apprendre soit en les écoutant plusieurs fois soit en résolvant les exercices. Elaboré selon les principes de la méthodologie moderne, d'après laquelle les habitudes se forment par la pratique intensive des modèles, ce matériel répond aussi aux exigences de la spécialisation des étudiants dans différentes branches techniques, ce qui demande de la part du professeur de longues années de travail et d'expérience.

Une leçon au laboratoire permet aux étudiants de mémoriser le texte et les structures lexico-grammaticales, de comprendre et d'apprendre la langue parlée avec l'intonation correcte. Tout ceci, évidemment, leur sera très utile plus tard, au moment où ils utiliseront un nouvel aspect de la langue étrangère — la communication scientifique.

Les succès remportés par les moyens audio-visuels employés pour l'enseignement des langues vivantes expliquent l'extension de ces moyens et la multiplication des laboratoires de langue. Les nombreux avantages qui en découlent sont dus à l'originalité des cours audio-visuels qui font appel à la fois à la mémoire visuelle et auditive. En écoutant sans cesse des enregistrements en langue étrangère, l'étudiant comprendra plus facilement la langue parlée. L'authenticité des voix enregistrées sur disques ou sur bandes (voix de ceux pour qui la langue enseignée est leur langue maternelle) contribue à ce que les structures de la langue soient parfaitement assimilées du point de vue du rythme et de l'intonation. La leçon ainsi présentée offre la possibilité d'une analogie correcte, processus par lequel les constantes de la langue, celles de la forme du groupement, de l'équivalence seront transférées dans de nouvelles situations et acquerront automatiquement, un nouveau contenu.

Le laboratoire permet en outre à l'étudiant de faire enregister sa propre voix afin de se rendre compte de ses progrès et de se corriger, tout en suivant les deux cycles d'apprentissage de la langue, entendre le modèle et répéter ce qui est enregistré comparativement ; entendre à nouveau le modèle et en même temps sa propre voix. C'est ainsi que l'étudiant, en s'écoutant lui-même, s'habitue à se corriger et commence à maîtriser les paradigmes et les règles grammaticales présentées dans les structures. La révolution technique de l'enseignement des langues est en plein essor. C'est au professeur de chercher et de trouver, d'organiser et de préparer de nouveaux matériaux audio-visuels pour toutes les langues enseignées.

*

* *

Sans partager l'opinion de ceux qui affirment qu',,un épais brouillard d'obscure clarté couvre aujourd'hui l'enseignement des langues" [13], il nous faut toutefois reconnaître que des tendances très différentes, parfois contradictoires, s'y manifestent. D'une part, on proclame comme principe fondamental la priorité de la langue parlée, l'utilisation de la conversation et des modèles, d'autre part on souligne la nécessité de ne pas renoncer aux principes classiques qui ont démontré leur viabilité.

Malgré la diversité des opinions exprimées, les spécialistes s'accordent pour reconnaître la nécessité d'enseigner tout d'abord une forme commune de la langue qui est la base de la production du langage [14], l'importance de la maîtrise du vocabulaire et des constructions qui constituent la norme [15] de la langue, afin de pouvoir en étudier ensuite les différents styles.

Quant à l'enseignement des langues étrangères dans les instituts supérieurs techniques, c'est justement cette norme qui en constitue le point de départ ; de nombreuses expériences ont démontré l'inefficacité d'un enseignement direct d'un langage de spécialité, sans en avoir acquis préalablement les structures grammaticales. Dans ces instituts techniques, la langue étrangère doit être une partie intégrante de la formation des futurs ingénieurs, étroitement liée aux disciplines de spécialité. ,,Au sujet du contenu de l'enseignement de culture générale, je voudrais souligner qu'il est nécessaire d'accorder l'importance requise à l'étude des langues étrangères. Il est notoire que, par ex., pour un ingénieur, la connaissance des langues vivantes est, peut-être aussi importante que l'étude des mathématiques, de la physique, de la chimie" [16].

Evidemment, les méthodes d'enseignement ainsi que les moyens utilisés diffèrent selon le but à atteindre. Etant donné que l'étude d'une langue de spécialité, c'est-à-dire de son style technico-scientifique, continue à un niveau qualitativement supérieur le processus commencé déjà à l'école secondaire, la sélection rigoureuse du matériel lexico-grammatical et l'élaboration d'un programme spécial pour l'enseignement supérieur technique s'avèrent indispensables.

Les méthodes modernes préconisent — comme nous venons de le voir — pour celui qui étudie les langues vivantes, la nécessité d'en saisir graduellement le système des valeurs. On aboutit à ce résultat, entre autres, par la comparaison que le professeur doit faire entre la structure des deux langues. L'étudiant ne doit pas être asservi par le système de sa langue maternelle ; il sera utile que le professeur lui dévoile, toutes les fois que ça sera possible, des structures grammaticales identiques pour les deux langues. Le professeur ne doit pas non plus perdre de vue les ressemblances et les dissemblances, afin de prévenir les interférences et de faire éviter les fautes typiques en ce qui concerne l'emploi du lexique ou la construction des phrases. Les exercices de traduction (version et thème), dont l'efficience pédagogique a été parfois contestée par les nouvelles orientations dans l'enseignement

des langues, restent, pour nous, nécessaires aussi bien pour faire éviter les interférences sémantiques et structurales que pour créer un système d'équivalences terminologiques en vue d'une meilleure documentation et communication entre les spécialistes.

La méthodologie des langues vivantes pose de nombreux problèmes, encore loin d'avoir été résolus. Voilà pourquoi nous estimons que tout débat sur ce thème ou tout échange d'opinions, particulièrement dans ce domaine beaucoup moins exploré des langues de spécialité présente une grande utilité, contribuant ainsi à la cristallisation des principes scientifiques de leur enseignement. C'est là un problème très actuel à notre époque où la science et la technique ne cessent de transformer le monde.

La chaire des langues vivantes
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Saraș M.*, Mijloacele audio-vizuale în predarea limbilor străine, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1967.
2. *Salistra I.*, Methodik des neusprachlichen Unterrichts, Volk und Wissen, Berlin, 1962.
3. *Lado R.*, Language Teaching, A. Scientific Approach, New-York San-Francisco — Toronto — London, 1964.
4. *Poghirc C.*, Observații asupra procesului de însușire a unei limbi străine, Probleme de lingvistică generală, vol. IV, Ed. Acad. Buc., 1962.
5. *Brăescu I.*, Modernizarea metodelor de studiere a limbilor străine, Ed. Didactică și Pedagogică, Buc. 1966.
6. *Michèa R.*, Limitation et sélection du vocabulaire dans l'enseignement des langues vivantes, Revue des langues vivantes, 1965.
7. *Roovet E., Steinfeld E.*, Concretizația țeli obucenia pri sostavlenîi iazîkovogo mininuma, Ruskii iazîc v național inoi școle, 1968.
8. *Girard D.*, Vers une conception scientifique de l'enseignement des langues, Le français dans le monde, 1965, 55.
9. *Farcaș L., Iliescu E.*, Necesitatea selecționării lexicului în predarea limbilor străine în învățământul cu profil nefilologic, Rev. Învățământului superior, 1967, 7. p. 37—39.
10. *Juilland A., Edwards P.M.H., Juilland I.*, Frequency Dictionary of Rumanian Words, Londra — Haga — Paris. 1965.
11. *Iosselson*, The Russian Word Count, Detroit, 1953.
12. *Steinfeld E. A.*, Ceastotnîi Slovar Sovremennogorusskogo literaturnogo iazîka, Tallin, 1963.
13. *Kenneth Mac Gowan*, De quoi s'agit -il ?, Le française dans le monde, 1968, 3.
14. *Dubois Jean*, La linguistique moderne, Pour l'enseignement moderne du français, Paris, Larousse 1968.
15. *Lagane R.*, Le Dictionnaire du Français Contemporain : son utilisation pédagogique, Pour l'enseignement moderne du français, Paris, Larousse, 1968.
16. *Ionescu T.*, Intervention à la Séance plénière du C.C. du P.C.R., Scînteia, 7683 du 24 avril 1968.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

MATEMATICĂ

C. Z.: 515 : 513.5./6

REMARQUE SUR LA TRANSFORMATION PÉDALE DES CONIQUES *

MIHAIL ȘT. BOTEZ

Les transformations pédales sont, d'après S. Lie, des transformations de contact qui peuvent être considérées comme produites par une polarité et une transformation par rayons réciproques.

C'est sont des courbes anagalmatiques ayant les points cycliques comme points doubles.

Je me propose d'étudier les proprietés des diamétrales des courbes ainsi obtenues et notamment des transformées pédales des coniques. Dans ce petit étude je part de la théorie envisagée par Mm. Piazzolla Beloch [1].

1— Soit :

$$f(xyz) = 0 \tag{1}$$

l'équation homogène d'une courbe (Γ) algèbrique d'ordre n et $P(\alpha, \beta)$ un point quelconque dans le plan de la courbe, du quel on mènent des perpendiculaires aux tangentes de la courbe (1).

L'équation de la tangente qui corrèsponde à un point de la courbe (Γ) est :

$$Xf'_x + Yf'_y + f'_z = 0 \tag{2}$$

et la perpendiculaire mennée par le point $P(\beta\alpha)$:

$$\frac{X-\alpha}{f'_x} = \frac{Y-\beta}{f'_y} \tag{3}$$

Si on amplifie le premier rapport de (3) par f'_x et le second par f'_y on a :

$$\frac{(X-\alpha)f'_x}{f'^2_x} = \frac{(Y-\beta)f'_y}{f'^2_y} = \frac{(X-\alpha)f'_x + (Y-\beta)f'_y}{f'^2_x + f'^2_y} = \frac{Xf'_x + Yf'_y - (\alpha f'_x + \beta f'_y)}{f'^2_x + f'^2_y} \tag{3'}$$

* Ouvrage reçu à la rédaction le 5 Novembre 1967.

Mais d'après la relation (2) on a que :

$$X f'_x + Y f'_y = - f'_z$$

Donc la relation (3') peut être exprimée par :

$$\frac{(X-a) f'_x}{f'^2_x} = \frac{(Y-\beta) f'_y}{f'^2_y} = - \frac{\alpha f'_x + \beta f'_y + f'_z}{f'^2_x + f'^2_y} \qquad (3'')$$

d'où :

$$X = \alpha - f'_x \frac{\alpha f'_x + \beta f'_y + f'_z}{f'^2_x + f'^2_y}; \quad Y = \beta - f'_y \frac{\alpha f'_x + \beta f'_y + f'_z}{f'^2_x + f'^2_y} \qquad (4)$$

En éliminant x et y entre les équations (1) et (4) on obtient l'équation de la courbe cherchée.

2 — a) Soit l'ellipse : $b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0$.
En appliquant pour cette équation le calcul envisagé, on obtient :

$$\sum_0^4 \varphi_i (x\,y) = [x^2 + y^2 - (\alpha x + \beta y)]^2 - [a^2 (x-\alpha)^2 + b^2 (y-\beta)^2] = 0 \qquad (5)$$

où :

$$\varphi_4 (x\,y) = x^4 + 2 x^2 y^2 + y^4$$
$$\varphi_3 (x\,y) = - 2 (\alpha x^3 + \beta x^2 y + \alpha x y^2 + \beta y^3)$$
$$\varphi_2 (x\,y) = (\alpha^2 - a^2) x^2 - 2 \alpha \beta x y + (\beta^2 - b^2) y^2$$
$$\varphi_1 (x\,y) = 2 (a^2 \alpha x + b^2 \beta y)$$
$$\varphi_0 (x\,y) = - (a^2 \alpha^2 + b^2 \beta^2)$$

Le diamètre conjugué à une direction m, de la courbe (5) a comme équation :

$$\left(\frac{\partial \varphi_4}{\partial x}\right)_m x + \left(\frac{\partial \varphi_4}{\partial y}\right)_m y + \varphi_3 (m) = 0 \qquad \left(m = \frac{y}{x}\right) \qquad (6)$$

Parceque :

$$\left(\frac{\partial \varphi_4}{\partial x}\right)_m = 4 (1 + m^2); \qquad \left(\frac{\partial \varphi_4}{\partial y}\right)_m = 4 m (1 + m^2);$$
$$\varphi_3 (m) = - 2 (\alpha + \beta m + \alpha m^2 + \beta m^3),$$

l'équation (6) peut être exprimée par :

$$2 (1 + m^2) x + 2 m (1 + m^2) y - (\alpha + \beta m + \alpha m^2 + \beta m^3) = 0 \qquad (7)$$

Si l'on designe par μ, le coefficient angulaire du diamètre (7), on a la relation evidente :

$$\mu m + 1 = 0$$

D'où résulte :

Tout diamètre de la courbe (5) est conjugué à la direction orthogonale.

Si l'on prendre : $\frac{\alpha}{2}$, $y = \frac{\beta}{2}$, on a la relation :

$$\varphi_3(x\,y) = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial \varphi_4}{\partial x} - \frac{\beta}{2}\frac{\partial \varphi_4}{\partial y}$$

C'est à dire que le point $M\left(\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}\right)$, est point principal de la courbe (5).

Puisque l'origine est le point principal, de l'ellipse, on peut énoncer le suivant,

THÉORÈME 1. *Le point principal de la courbe diamètrale de la transformée pédale de l'ellipse par rapport à un pôle quelconque est le milieu du segment qui réunit le pôle avec le point principal de l'ellipse.*

b) Soint maintenant [2] la courbe diamètrale de la transformée pédale, dont l'équation est :

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial x^2}\right)_m x^2 + 2\left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial x \partial y}\right)_m x\,y + \left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial y^2}\right)_m y^2 + 2\left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial x}\right)_m x + \tag{8}$$

$$+ 2\left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial y}\right)_m y + 2(\varphi_2)_m = 0$$

puisque :

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial x^2}\right)_m = 4(3 + m^2); \left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial x \partial y}\right)_m = 8m \text{ et } \left(\frac{\partial^2 \varphi_4}{\partial y^2}\right)_m = 4(3m^2 + 1)$$

et toutefois :

$$\left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial x}\right)_m = -2(3\alpha + 2\beta m + \alpha m^2)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi_3}{\partial y}\right)_m = -2(\beta + 2\alpha m + 3\beta^2)$$

$$(\varphi_2)_m = (\alpha^2 - a^2) + 2\alpha\beta m + (\beta^2 - b^2) m^2$$

l'équation (8) s'écrit :

$$4(3 + m^2) x^2 + 16 m x\,y + 4(3m^2 + 1) y^2 - 2(3\alpha + 2\beta m + \alpha m^2) x - \tag{8'}$$

$$- 2(\beta + 2\alpha m + 3\beta^2 m^2) y + 2[(\alpha^2 - a^2) + 2\alpha\beta m + (\beta^2 - b^2) m^2] = 0$$

dont le déterminant :

$$\delta = 4[(3 + m^2)(3m^2 + 1) - 4m^2] = 12(m^2 + 1)^2 > 0$$

quelque soit m. Donc on peut énoncer le,

THÉORÈME 2. *La courbe diamètrale de la transformée pédale d'une ellipse par rapport à un pôle quelconque, conserve le genre de la courbe transformée.*

Les proprietées diamètrales de la transformée pédale de l'hyperbole sont analogues, et la transformée pédale de l'hyperbole équilatère est la lemniscate de Bernoulli.

3— a) Soit la parabole : $y^2 = 2px$, dont la transformée pédale par rapport à un pôle quelconque $P(\alpha, \beta)$, est :

$$2(x-\alpha)[x^2+y^2-(\alpha x+\beta y)]+p(y-\beta)^2=0 \qquad (9)$$

ou,

$$\sum_0^3 \varphi_i(x\,y)=0$$

avec :

$$\varphi_3(x\,y)=2(x^3+x\,y^2)$$
$$\varphi_2(x\,y)=-4\alpha x^2-2\beta x y+(p-2\alpha)y^2$$
$$\varphi_1(x\,y)=-2\alpha^2 x-\beta(p-\alpha)y$$
$$\varphi_0(x\,y)=p\beta^2$$

d'où résulte :

$$\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial x}\right)_m=2(3+m^2);\ \left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial y}\right)_m=4m^2 \text{ et}$$
$$(\varphi_2)_m=-[4\alpha+2\beta m+(2\alpha-p)m^2],$$

donc l'équation du diamètre conjugué à la direction m, est :

$$2(3+m^2)x+4my-[4\alpha+2\beta m+(2\alpha-p)m^2]=0 \qquad (10)$$

ou encore :

$$m^2(2x-2\alpha-p)+m(4y-2\beta)+2x-4\alpha=0$$

Puisque m peut être considéré variable, le diamètre (10) enveloppe la conique :

$$4x^2+y^2+(2p-12\alpha)x-4\beta y+K=0 \quad (K=4\beta^2+8\alpha^2-4\alpha p)$$

qui est une ellipse. Donc on peut dire que : *l'enveloppe des diamètres de la transformée pédale d'une parabole par rapport à un pôle quelconque, est une ellipse.*

Afin que les diamètres soient orthogonals à la direction conjugée m, on doit avoir [3] vérifiée l'équation :

$$m\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial x}\right)_m-\left(\frac{\partial\varphi_3}{\partial y}\right)_m=0$$

qui, pour la transformée pédale de la parabole s'écrit :

$$m^2(3+m^2)-2m=0$$

dont les racines sont : $m = 0$ et $m = \pm i$.

D'où suit le,

THÉORÈME 3. *Il existe une seule direction réelle pour laquelle le diamètre de la transformée pédale de la parabole, soit conjugué à la direction orthogonale.*

b) La conique diamètrale de la transformée pédale de la parabole est :

$$\left(\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial x^2}\right)_m x^2+2\left(\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial x\,\partial y}\right)_m xy+\left(\frac{\partial^2\varphi_3}{\partial y^2}\right)_m y^2+2\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial x}\right)_m x+$$

$$+2\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial y}\right)_m y+2(\varphi_1)_m=0$$

ou encore :

$$6x^2+mxy+2y^2-2(4\alpha+m)x-2[(2\alpha-p)m+\beta]y-2p\beta m=0$$

avec le déterminant $\delta = 12 - m^2$, qui est nul pour les directions $m_{1,2} = \pm 2\sqrt{3}$.

D'où le suivant,

THÉORÈME 4. *Il existe seulement deux directions réelles pour lesquelles la conique diamètrale de la transformée pédale d'une parabole soit aussi une parabole.*

Pour $\delta \geqslant 0$ la conique diamètrale est une ellipse ou une hyperbole.

Puisque le déterminant δ ne contient pas les coordonnées du pôle, résulte que : *le genre de la conique diamètrale des transformées pédales des coniques, est indépendant du pôle.*

La chaire de géométrie descriptive et appliquée
Institut Polytechnique
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE:

1. M. *Piazzolla Beloch* — Teoria diametrale delle curve algebriche piane. S.A.I.G. 1949. Ferrara.

2. G. *Salmon* — Traité de Géom. Anal. — Courbes planes — Paris 1903.

3. B. *Antonio Rosina* — Sopra un quesito proposto da Steiner. Annali del Univ. Ferrara Vol. VI. 1947.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 517.9

CONTRIBUTIONS SUR L'ÉTUDE DES POLYNOMES DIFFÉRENTIELS *

I. M. MIU

Dans [1] Miron Nicolesco a étudié les polynomes différentiels et les équations différentielles linéaires, quand leurs dernier facteur d'ordre I a l'ordre de multiplicité > 1.

Dans notre ouvrage [2] nous avons étudié les équations différentielles linéaires, quand elles admettent à droite et a gauche des facteurs différentiels d'ordre I avec l'ordre de multipicité > 1.

Dans ce qui suit, nous examinerons les cas suivants :

a) Nous étudierons par une autre méthode les cas traités dans [2]

b) Nous étudierons les équations différentielles linéaires quand elles ont des facteurs d'ordre I avec les coefficients variables, séparés par les facteurs différentiels avec les coefficients constants.

c) Aussi nous étudierons les équations différentielles linéaires quand elles ont des facteurs différentiels simples d'ordre I séparés par les facteurs différentiels d'ordre I avec l'ordre de multiplicité > 1.

Chapitre I

Les polynômes différentiels qui ont à droite et à gauche des facteurs différentiels d'ordre I avec l'ordre de multicité > 1.

Nous considérons une équation différentielle linéaire et son polynome différentiel :

$$P(D)\,y = y^{(n)} + a_1\,y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1}\,y^1 + a_n\,y = 0 \qquad (1)$$

$$P(D) = D^n + a_1\,D^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1}\,D^1 + a_n\,D^0 \qquad (2)$$

où les coefficients a_k sont fonctions de variable x, continues sur l'intervalle $[a, b]$.

On peut énoncer le théorème suivant :

Théorème. Quand l'équation différentielle (1) admet à droite et à gauche des facteurs différentiels de prémier ordre avec l'ordre de multipicité > 1, il résulte :

* Ouvrage reçu à la rédaction le 30 Novembre 1967.

— Si l'équation différentielle est donnée sous la forme (1), on peut lui mettre en évidence ces facteurs.

— Dans ce cas, pour l'équation (1), on peut déterminer un nombre de solutions particulières indépendantes, égal avec la somme des ordres de multiplicité > 1 qui sont à droite.

Aussi pour l'équation adjointe de (1) on peut déterminer un nombre de solutions particulières indépendentes, egal avec la somme des ordres de multiplicité > 1 qui sont à gauche.

— On peut reduire l'ordre de l'équation (1) avec la somme des ordres de multiplicité > 1 de droite et de gauche.

I

La mise en évidence des factuers différentiels à droite et à gauche de prémier ordre avec l'ordre de multiplicité > 1.

A

Introduction (voir les détails dans [2], [3]).

Soient les polynomes différentielles :

$$P(D) = D^n + a_1(x)\, D^{n-1} + \ldots + a_n(x)\, D^0$$

$$Q(D) = D^m + b_1(x)\, D^{m-1} + \ldots + b_m(x)\, D^0, \quad m \leqslant n.$$

— Nous pouvons faire la division de ces polynomes à droite et à gauche ainsi (d, g signifient respectivement droite et gauche) :

$$\frac{P(D)}{[Q(D)]_d} = Q_g(D) + \frac{R_1(D)}{[Q(D)]_d} \tag{a}$$

La division se fait comme aux polynomes algébriques, et l'égalité précedente peut s'écrire :

$$P(D) = Q_g(D)\, Q(D) + R_1(D) \tag{a'}$$

Analoguement pour la division à gauche on a :

$$\frac{P(D)}{[Q(D)]_g} = Q_d(D) + \frac{R_2(D)}{[Q(D)]_g} \tag{b}$$

$$P(D) = Q(D)\, Q_d(D) + R_2(D) \tag{b'}$$

R_1 et R_2 ont les ordres $< m$.

— La dérivation d'un polynome différentiel :

$$[P(D)]' = n\, D^{n-1} + (n-1)\, a_1(x)\, D^{n-2} + \ldots + a_{n-1}(x)\, D^0$$

— Aussi la dérivation d'un produit de polinomes différentiels se fait comme dans algebre, mais sans changer l'ordre des facteurs.

$$[M(D) \cdot P(D) \cdot Q(D)]' = M'(D)\, P(D)\, Q(D) + M(D)\, P'(D)\, Q(D) + M(D)\, P(D)\, Q'(D).$$

— Pour trouver le plus grand commun diviseur à droite

$$[P(D),\ Q(D)]_d \text{ des } P(D),\ Q(D)$$

nous procédons de cette manière :

On fait la division à droite

$$\frac{P(D)}{[Q(D)]_d} = Q_{1g}(D) + \frac{R_{1d}(D)}{[Q(D)]_d}$$

où l'ordre de $R_{1d}(D)$ est $m_1 < m$.

Si $R_{1d}(D) \equiv 0$ on a $[P,\ Q]_d = Q(D)$.

Dans le cas contraire, on fait plus loin la division à droite

$$\frac{Q(D)}{[R_{1d}(D)]_d} = Q_{2g}(D) + \frac{R_{2d}(D)}{[R_{1d}(D)]_d}$$

et nous procedons ainsi, jusque nous arivons à un reste qui fait exact la division à droite. On aura

$$[P(D),\ Q(D)]_d = R_{jd}(D).$$

De même manière on trouve le plus grand commun diviseur à gauche. Dans cet cas les divisions succesives se font à gauche.

B

Il résulte de là, que si un polynôme posséde à droite (où à gauche) un facteur differentiel de prémier ordre avec l'ordre de multiplicité $k > 1$, sa dérivée a aussi à droite (ou à gauche) ce facteur avec l'ordre de multiplicitè k—1.

Le facteur précédent du dernier facteur et le suivant du prémier facteur — en géneral — n'aparaissent pas dans la dérivée.

Considérons le cas quand $P(D)$ posséde à droite les facteurs :

$$(D^1 - p_1 D^0)^{k_1},\ (D^1 - p_2 D^0)^{k_2},\ k_1 > 1,\ k_2 > 1$$

Nous avons

$$P(D) = P_2(D)(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}(D^1 - p_1 D^0)^{k_1}$$

$$P'(D) = P_2'(D)(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}(D^1 - p_1 D^0)^{k_1} + k_2 P_2(D)(D^1 -$$

$$- p_2 D^0)^{k_2 - 1}(D^1 - p_1 D^0)^{k_1} + k_1 P_2(D)(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}(D^1 - p_1 D^0)^{k_1 - 1}.$$

$$P'(D) = [P_2'(D)(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}(D^1 - p_1 D^0) + k_2 P_2(D)(D^1 -$$

$$- p_2 D^0)^{k_2 - 1}(D^1 - p_1 D^0) + k_1 P_2(D)(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}](D^1 - p_1 D^0)^{k_1 - 1}.$$

Le problème est analogue quand le facteur est à gauche du polynome.

Les facteurs de droite et de gauche du polynôme différentiel se trouvent tel comme nous avons indiqué plus haut (et dans [2] et [3]) avec le plus grand commun diviseur à droite et à gauche des $P(D)$, $P'(D)$.

On a :

$$P(D) = D^n + a_1 D^{n-1} + \ldots + a_{n-1} D^1 + a_n D^0$$

$$P'(D) = n D^{n-1} + (n-1) a_1 D^{n-2} + \ldots + a_{n-1} D^0$$

On trouve le plus grand commun diviseur à droite et à gauche, tel comme nous avons indiqué dans [2], etc.

En effet, posons :

$[P(D), P'(D)]_d$ le plus grand commun diviseur à droite des $P(D)$, $P'(D)$.

$[P(D), P'(D)]_g$ le plus grand commun diviseur à gauche des $P(D)$, $P'(D)$.

D'après ce qu'on a vu, si $P(D)$ admet à droite le facteur $(D^1 - p_1 D^0)^{k_1}$, on obtient en géneral : $[P(D), P'(D)]_d = (D^1 - p_1 D^0)^{k_1 - 1}$.

On divise $P(D)$ à droite avec $(D^1 - p_1 D^0)^{k_1}$ et soit le quotient $P_{1g}(D)$ (Nous avons noté avec P_{1g} le quotient à gauche).

Nous procederons de la même manière avec le polynôme $P_{1g}(D)$ at on aura :

$$[P_{1g}(D), P'_{1g}(D)]_d = (D^1 - p_2 D^0)^{k_2 - 1}$$

On divise $P_{1g}(D)$ à droite avec $(D^1 - p_2 D^0)^{k_2}$ et on obtient le quotient $P_{2g}(D)$, etc.

On procéde analogue pour les facteurs de prémier ordre à gauche avec l'ordre de multiplicité > 1.

(D'une autre manière on peuvent transformer les facteurs à gauche du polynome en facteurs adjoints à droite avec le théorème de Frobenius).

Supposons que nous avons un polynôme differentiel avec les facteurs différentiels à droite et à gauche avec l'ordre de multiplicité > 1.

Dans ce cas le polynome peut s'écrire ainsi :

$$P(D) = \prod_{i=1}^{m} (D^1 - \beta_i D^0)^{h_i} Q_{gd}(D) \prod_{j=r}^{1} (D^1 - \alpha_j D^0)^{k_j} \qquad (3)$$

où α_j, β_i sont fonctions en x continue sur $[a, b]$ et respectivement dérivables d'un nombre egaux avec l'ordre du polinôme différentiel qui se trouve à gauche des factuers respectifs.

Dans (3) nous avons noté :

$$\prod_{j=r}^{1} (D^1 - \alpha_j D^0)^{k_j} = (D^1 - \alpha_r D^0)^{k_r} (D^1 - \alpha_{r-1} D^0)^{k_r - 1} \cdot (D^1 - \alpha_1 D^0)^{k_1}$$

$$h_i,\ k_j > 1$$

Il résulte de (3) que l'équation (1) peut être reduite à l'équation :

$$Q_{gd}(D)\, y = 0 \qquad (4)$$

D'aprés l'équation (3) il résulte qu'on peut déterminer une intégrale prime de l'équation (1) donnée par l'équation :

$$\prod_{j=r}^{1} (D^1 - \alpha_j D^0)^{h_j} y = 0 \tag{5}$$

Aussi d'après (3) il résulte un intégrale prime pour l'équation adjointe de (1) donnée par :

$$\prod_{i=m}^{1} (D^1 + \beta_i D^0)^{h_i} y = 0 \tag{6}$$

Il en résulte de ce qui précède, que si l'on peut intégrer l'équation (4), on peut aussi intégrer l'équation (1).

II

L'intégration des équations (5), (6).

Nous allons intégrer ces équations par une nouveau méthode :

Dans ce qui suit, nous nous occuperons de l'équation (5) parce que l'équation (6) se résout analogue.

De l'ouvrage [4] (page 21, formule 32 et 33) résulte que si l'équation différentielle linéaire homogéne peut s'écrire sous la forme :

$$(D^1 - m_n D^0)(D^1 - m_{n-1} D^0) \dots (D^1 - m_1 D^0) y = 0, \tag{7}$$

elle a le système fondamentale :

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= e^{\int m_1 dx}, \quad y_2 = e^{\int m_1 dx} \int e^{\int (m_2 - m_1) dx} dx, \dots \\ y_p &= e^{\int m_1 dx} \int e^{\int (m_2 - m_1) dx} dx \dots \int e^{\int (m_p - m_{p-1}) dx} dx \dots \\ \dots y_n &= e^{\int m_1 dx} \int e^{\int (m_2 - m_1) dx} dx \dots \int e^{\int (m_n - m_{n-1}) dx} dx \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Pour résoudre l'équation (5) on applique succesif les formules (8).

Chapitre II

Les polinômes différentiels avec les facteurs différentiels à coefficients constants, séparés par les facteurs différentiels de premier ordre.

Nous avons le suivant

Théorème : Si un polynôme différentiel est un produit de facteurs différentiels avec coefficients constants, séparés par de facteurs differentiels de prémier ordre, l'équation différentielle respective se résout par quadratures.

Démonstration.

Prémière méthode.

Nous considérons le polynome (2) dont les coefficients satisfont sur l'intervale $[a, b]$ certaines conditions de dérivabilité, qui nous allons mettre en evidence.

D'aprés les conditions du théorème, le polynôme peut s'écrire sous la forme :

$$P(D)=(D^1-p_1 D^0)\,Q_1(D)\,(D^1-p_2 D^0)\,Q_2(D)\ldots Q_{j-1}(D)\,(D^1-p_j D^0), \quad (10)$$

où nous avons

$$Q_i(D)=D^{s_i}+A_{i_1}D^{s_i-1}+A_{i_2}D^{s_i-2}+\ldots+A_{is_i}D^0,$$

avec les coefficients A_{ij} constants.

Il faut démontrer l'integration par quadratures de l'équation (10). Nous considérons le cas plus simple :

$$P(D)=(D^1-q\,D^0)\,(D^{n-2}+A_1 D^{n-3}+A_2 D^{n-4}+\ldots \\ \ldots+A_{n-2}D^0)\,(D^1-p\,D^0) \quad (11)$$

où $A_1, A_2, \ldots, A_{n-2}$ sont nombres constants.

Pour déterminer les fonctions p, q et les nombres A_i, nous identifierons les coefficients du polynôme (11) avec les coefficients du polynome (2).

On aura :

$$D^n-(p+D^0)^{(n-1)}+(A_1-q)\,D^{n-1}-(A_1-q)\,(p+D^0)^{(n-2)}+ \\ +(A_2-q\,A_1)\,D^{n-2}-(A_2-q\,A_1)\,(p+D_1^0)^{(n-3)}+(A_3-q\,A_2)\,D^{n-3}- \\ -(A_3-q\,A_2)\,(p+D^0)^{(n-4)}+\ldots+(A_{n-2}-q\,A_{n-3})\,D^2-(A_{n-2}- \\ -q\,A_{n-3})\,(p+D^0)^{(1)}-q\,A_{n-2}\,D^1+q\,p\,A_{n-2}\,D^0\equiv P(D).$$

où

$$(p+D^0)^{(s)}=p\,D^s+C_s^1\,p'\,D^{s-1}+C_s^2\,p''\,D^{s-2}+\ldots+p^{(s)}\,D^0$$

Il résulte de là, les rélations :

$$\left.\begin{array}{c} p+q-A_1+a_1=0 \\ C_{n-1}^1\,p'+(A_1-q)\,p-A_2+q\,A_1+a_2=0 \\ C_{n-1}^2\,p''+C_{n-2}^1\,(A_1-q)\,p'+(A_2-q\,A_1)\,p-A_3+q\,A_2+a_3=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ p^{(n-1)}+(A_1-q)\,p^{(n-2)}+(A_2-q\,A_1)\,p^{(n-3)}+(A_3- \\ -q\,A_2)\,p^{(n-4)}+\ldots+(A_{n-2}-q\,A_{n-3})\,p'-q\,A_{n-2}\,p+a_n=0 \end{array}\right\} \quad (12)$$

Entre les équations (12) et ses dérivées nous éliminons les fonctions q, p et ses dérivées et on obtient une système algébrique d'équations en $A_1, A_2, \ldots A_{n-2}$.

La résolution de ce système nous donne une solution et ensuite on détermine les fonctions p, q.

Après cela, nous déterminons l'intégrale générale de l'équation $P(D)y=0$.

On peut proceder aussi de la manière suivante :

En éliminant la fonction q entre les prémières trois équation de (12) on obtient :

$$\left.\begin{aligned} C_{n-1}^{1}p'+(p+a_1)p-A_2+(A_1-a_1-p)A_1+a_2=0 \\ C_{n-1}^{2}p''+C_{n-2}^{1}(p+a_1)p'+[A_2+A_1(p+a_1-A_1)]p-A_3+ \\ +(A_1-a_1-p)A_2+a_3=0 \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Entre ces équations et la dérivée de la prémière équation on élimine p', p'' et on trouve la fonction p.

Ensuite la première équation de (12) donne la fonction q.

Les dernieres n—2 équations de (12) donnent les constantes $A_1, A_2, \ldots A_{n-2}$.

La méthode indiquée s'applique aussi dans le cas général quand le polynôme différentiel se présente sous la forme (10).

Deuxième méthode.

On considère un polynôme différentiel sous la forme :

$$P(D)=P_1(D)(D^j+A_1D^{j-1}+A_2D^{j-2}+\ldots+A_jD^0)(D^1-pD^0) \quad (14)$$

où $P_1(D)$ est un certain polynome différentiel et $A_1, A_2, \ldots A_j$ sont des constantes, $j=n-1$.

Nous démontrerons qu'on peut déterminer pour l'équation $P(D)y=0$ les solutions particulières qui correspondent à l'équation :

$$(D^j+A_1D^{j-1}+\ldots+A_jD^0)(D^1-pD^0)y=0 \quad (15)$$

Désignons par $r_1, r_2, \ldots r_j$ les racines de l'équation caractéristique :

$$r^j+A_1r^{j-1}+\ldots+A_{j-1}r+A_j=0$$

Cela posé, l'équation (15) devient :

$$(D^1-r_jD^0)(D^1-r_{j-1}D^0)\ldots(D^1-r_1D^0)(D^1-pD^0)y=0 \quad (16)$$

Cette équation admet les solutions :

$$y_1=e^{\int p\,dx},\ y_2=e^{\int p\,dx}\int e^{\int(r_1-p)\,dx}\,dx=y_1\int e^{r_1x}y_1^{-1}\,dx \quad (17)$$

En introduisant ces valeurs dans $P(D)y=0$ on obtient :

$$P(D)y_1=0,\ P(D)y_1\int e^{r_1x}y_1^{-1}\,dx=0 \quad (18)$$

La prémière équation de (18) a l'ordre n—1 par raport à p et la deuxième équation de (18) (en tentant compte de prémière) se réduit à l'ordre n—2.

Nous dérivons dans (18) la prèmiere équation n—2 fois et la deuxième n—1 fois et nous obtenons un système avec $2n$—1 équations différentielles.

Entre les équations différentielles de ce système on élimine $p, p', p'' \ldots p^{(2n-3)}$ et on obtient une équation algébrique en r_1.

Puis, on élimine $p', p'', \ldots p^{(2n-3)}$ et on obtient une équation en p.

D'après ce qui précede, il résulte que les coefficients du polynôme différentiel (2) doit, admettre des dérivées inclusive jusque l'ordre n—1 sur l'interval $[a, b]$.

Chapitre III

Polynômes différentiels avec des facteurs différentiels de premier ordre, séparès par des facteurs différentiels de premier ordre avec l'ordre de multiplicité > 1.

Nous avons le suivant.

Théorème. Si un polynôme différentiel est un produit de facteurs différentiels de premier ordre, séparés par de facteurs différentiels de premiers ordre avec l'ordre de multiplicité > 1, *l'équation différentielle réspective peut s'integrer par quadratures.*

Démonstration. La démonstration peut se faire par deux méthodes, analoguement comme dans le chapitre précédent.

Nous allons montrer seulement la deuxième méthode.

Soient le polinôme differentiel (2) où ses coefficients ont des dérivées inclussivement jusqu l'ordre $2n$—4.

Nous supposons que le polynôme satisfait les conditions d'être mis sous la forme :

$$P(D)=(D^1-p_1 D^0)\, S_1(D)\, (D^1-p_2 D^0)\, S_2(D) \ldots S_{j-1}(D)\, (D^1-p_j D^0) \qquad (19)$$

où $S_i(D)$ sont polynôms différentiels avec des facteurs differentiels de première ordre qui ont les ordres de multiplicité > 1 et il faut démontrer que l'équation $P(D)y=0$ peut s'intégrer par quadratures.

Considérons le cas quand $P(D)$ satisfait les conditions d'etre mis sous la forme :

$$S(D)=Q(D)\, (D^1-q(x)\, D^0)^m\, (D^1-p(x)\, D^0), \qquad (20)$$

où $Q(D)$ est un certaine polynôme différentiel et $m > 1$.

Il faut démontrer qu'on peut réduire l'équation $S(D)y=0$ à l'équation $Q(D)y=0$, en déterminant pour $S(D)y=0$ toutes les solutions qui correspondent à l'équation

$$(D^1-q\, D^0)^m\, (D^1-p\, D^0)\, y=0 \qquad (21)$$

On peut écrire l'équation (21) sous la forme

$$S(D)\, y=Q(D)\, (D^1-q\, D^0)^{m-2}\, (D^1-q\, D^0)\, (D^1-q\, D^0)\, (D^1-p\, D^0)\, y=0$$

et avec les formules (8) on obtient pour cette équation les solutions

$$y_1=e^{\int p\,dx},\ y_2=y_1 \int e^{\int q\,dx}\ y_1^{-1}\,dx,\ y_3=y_1 \int x\, e^{\int q\,dx}\ y_1^{-1}\,dx \qquad (22)$$

La substitution des solutions (22) dans l'équation $S(D)y=0$ donne les résultats :

$$\left.\begin{aligned} S(D)\,y_1=0,\ S(D)\,y_1\int e^{\int q\,dx}\ y_1^{-1}\,dx=0 \\ S(D)\,y_1\int x\,e^{\int q\,dx}\ y_1^{-1}\,dx=0 \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Il résulte donc trois équations (23) en m et p.

Si dans les deux dernières équations (23) on tient compte respectivement d'équations precedentes, on aura :

La prémière équation a l'ordre m—1 en p, la deuxième équation a l'ordre m—2 en p et m—3 en q et la troisième a l'ordre m—3 en p et q.

Nous dérivons les équations (23) ainsi :

La prémière $2m$—6 fois, la deuxième $2m$—5 fois et la troisième $2m$—4 fois.

Nous obtenons en total $6n$—12 équations. Entre ces équations on élimine $p', p'', \ldots p^{(3m-7)}$, $q, q', \ldots q^{(3m-7)}$ et on obtient une équation algébrique en p.

Ainsi nous avons la solution $y_1 = e^{\int p\,dx}$.

Puis on divise à droite (voir l'introduction et [3]) par D^1—pD° le polynôme (20) et on obtient un polynôme différential qui a à droit le facteur $(D^1—qD^\circ)^m$, et le problème se résout comme dans le chap. I.

(Si le problème est simple on peut obtenir par élimination une equation algébrique en m).

Observation. Dans le cas étudiés aux chapitres II, III, les problemes d'integrations reviennent à resoudre des équations algébriques.

Errata : Dans l'ouvrage [6] page 19, ligne 16, lire :

$$\left| y'z - yz' \right|_{x_1}^{x_2} > 0$$

et ligne 21, lire : $z(x_2) = 0$.

La chaire de mathématique III
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

LITTÉRATURE

1. *Nicolescu, Miron.* Sur la décomposition des polynomes différentiels en facteurs du premier ordre. Matematische Zeitschrift, 35 Band, 1932.

2. *Miu, I. M.* Asupra descompunerii în factori a polinoamelor diferentiale. Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, 1965, Nr. 5.

3. *Miu, I. M.* Asupra ecuaţiilor diferenţiale adjuncte. Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, 1963, Nr. 1.

4. *Miu, I. M.* Uber die Partikuläre Lösung der linearen inhomogenen differentialgleichung. Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, 1963, nr. 2.

5. *Miu, I. M.* Integrarea unor clase de ecuaţii diferenţiale cu ajutorul operatorilor diferenţiali. Buletinul Institutului Politehnic Bucureşti, 1960, nr. 2.

6. *Miu, I. M.* Sur les zéros des solutions des certaines équations différentielles. Bul. Inst. politehnic Bucureşti, 1965, nr. 6.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 515 : 517

ÜBER EINE SPEZIELLE NETZPROJEKTION *

AURELIAN TĂNĂSESCU

a) *Netzprojektion. Lineare Geradenkomplexe. Geradenkongruenten, Lineare Geradenserien.*

Die Netzprojektion ist eine Darstellung des projektiven dreidimensionalen punktualen Raumes auf einer Massebene π als Richtpunkt durch eine Strahlkongruenz oder, anders gesagt, durch ein Strahlnetz G gewählt.

Das Strahlnetz G kann elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch sein, je nachdem die Leitgeraden bzw. zwei imaginäire Geraden, zwei reelle Geraden unterschiedliche unkoplanäre oder zwei reelle verwechselte Geraden sind.

Im allgemeinen muss die Richtebene keine der zwei Leitgeraden enthalten.

Die Strahlkongruenz ist von der Gesamtheit der gemeinsamen Strahlen an zwei lineare Strahlkomplexe bestimmt.

Wenn nun die linearen Komplexe die Beiwerte a, b, c, d, e, f und a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1 haben, gehört die Kongruenz dem linearen Büschel von linearen Komplexe :

$$(a_1+\lambda a)\,p_{12}+(b_1+\lambda b)\,p_{34}+(c_1+\lambda c)\,p_{13}+(d_1+\lambda d)\,p_{42}+(e_1+ \\ +\lambda e)\,p_{14}+(f_1+\lambda f)\,p_{23}=0.$$

wo λ ein variables Parameter und p_{ik} Plückers Koordinaten der Geraden sind.

Im allgemeinen existieren zwei Werte für λ die den entsprechenden Komplex als einen besonderen aufstellen, d.h. die Beziehung zu geben :

$$(a_1+\lambda a)(b_1+\lambda b)+(c_1+\lambda c)(d_1+\lambda d)+(e_1+\lambda e)(f_1+\lambda f)=0$$

Es existieren also, im allgemeinen, zwei spezielle Komplexe in einem Büschel von linearen Strahlkomplexe.

Wenn die Achsen dieser speziellen Komplexe die zwei Leitgeraden sind, ergibt sich dass die Kongruenz aus den Strahlen die sich auf den

---

* Mitteilung, dargebracht bei der wissenschaftlichen Jahrestagung der Matematischen Gesellschaft der D,D.R. vom 11—18 Febr. in Rostock, 1968.

beiden Leitgeraden stütz gebildet ist. Durch jeden Raumpunkt der nicht zu den Leit geraden gehört führt also je ein Kongruenzstrahl, der eigentlich der Durchschnitt der vom Punkt definierten Ebenen, bzw. mit den zwei Leitgeraden ist.

Analog können lineare Reihengeraden definiert werden, d.h. die Geraden die gleichzeitig zu drei lineare Strahlkomplexe gehören. In diesem Fall, wenn die linearen Komplexe besonderer Art sind, werden sie als Achsen drei Geraden haben, die von den Strahlen der linearen Geradenreihe begegnet werden müssen. Die Strahlen der linearren Geradenreihe bilden die Erzeugenden einer Regelstrahlfläche zweiter Ordnung, ausgenommen die Fälle in die die Leitgeraden in demselben Punkt konkurrent oder koplanär sind, ein Zustand in dem die Strahlen der linearen Geradenreihe einem Geradenstern oder einer Ebene gehören.

Wenn wir uns zum linearen Geradenkomplex wenden, können wir stets durch eine Gleichung von der Form :

$$a p_{12} + b p_{34} + c p_{13} + d p_{42} + e p_{14} + f p_{23} = 0,$$

diesen linearen Komplex ausdrücken. Mit anderen Worten definiert die Gesamtheit der Geraden D deren Plückerkoordinaten P_{ik} diese Gleichung mit den Koeffizienten a, b, c, d, e, f, die konstant sind, befriedigen, den entsprechenden linearen Komplex. Wenn diese Konstanten respektiv gleich mit den Koordinaten P_{ik} in einer Geraden S sind, also wenn wir die Beziehung :

$$ab + cd + ef = 0$$

haben, stellt die o.g. Gleichung die Konkurrenzbedingung zwischen der Geraden $D(p_{ik})$ und einer fixen Geraden $S(p'_{ik})$ dar.

Das lineare Komplex ist von den Geraden $D(p_{ik})$ gebildet, die die Leitgerade $S(p'_{ik})$ gennant die Komplexachse, treffen und das lineare Komplex ist speziell genannt.

Durch jeden Punkt A des Raumes der nicht dem Träger S gehört, geht also ein Geradenbüschel des Komplexes durch, der die Mitte im gegebenen Punkt A hat und S als Richtungsgerade hat.

Im Folgenden werden wir stets die Richtungsgeraden der linearen speziellen Komplexe, die in einem derselben Ebene eingeschlossen sind, betrachten, gewählt als Richtpunkt des Darstellungssystems und die Mittelpunkte dieser linearen speziellen Komplexe werden in ihrer Reihe nach einem gewissen Satz einer Leitgeraden gehören, die nicht in der Ebene des Richtpunktes eingeschlossen ist.

b) *Über die spezielle Netzprojektion der Regelstrahlfläche*

Nehmen wir als Richtpunkt der Netzprojektion die Massebene π und als Leitachse die Gerade S (welche eine doppelte Gerade sein kann und deren Spur in Richtpunkt S ist (Abb. 1.) Betrachten wir gleichfalls eine Gerade D die uninzident mit der Leitgeraden, nicht parallel und nicht senkrecht zur Ebene π ist. Die Geraden S und D werden also getrennt

(disjunkt) sein. Nehmen wir d als die Spur der Geraden D auf der Richtpunktebene und ψ eine beliebige Ebene die mit der Ebene π trifft.

Behalten wir die Benennung der allgemeinen Geraden für die Geraden der Art. D. Offenbar, dass durch jeden Punkt des projektiven dreidimensionale Raumes eine Gerade D geführt werden kann.

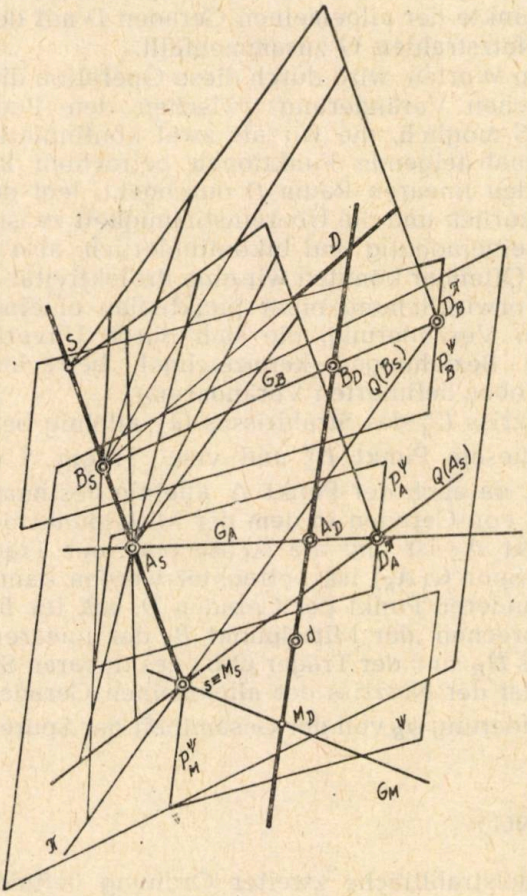


Abb. 1

Wenn wir annehmen würden, dass die Elementen (ψ, S, D) eine Regelstrahlfläche zweiter Ordnung uzw einen hyperbolischen Paraboloid definieren, dann wird die durch einem beliebigen Punkt A_D der Geraden D geführte Ebene $P_A \parallel \psi$ im Punkt A_S von der Leitgeraden durchgeschnitten und die Erzeugende G_A des hyperbolischen Paraboloids wird ihrerseits den Richtpunkt im Punkt D_A^{π}, der sich offenbar auf der Spur P_A^{ψ} befindet durchschneiden.

Den Punkt D_A^{Π} werden wir als Netzriss des Netzstrahles G_A bezeichnen. Wenn wir berücksichtigen, dass die Spur d der Geraden auf der Ebene des Richtpunktes festliegt, werden wir den Netzriss der allgemeinen Geraden D in der Veränderung ψ_A als die Gesamtheit der Punkte nennen (d, D_A^{π}).

Man kann leicht einsehen, dass in dieser Weise die Gesamtheit der Netzrisse der Punkte der allgemeinen Geraden D mit der Gesamtheit der Netzrisse der Netzstrahlen G zusammenfällt.

Mit anderen Worten, wird durch diese Operation die Verwirklichung einer topologischen Veränderung zwischen den Punkten der beiden Räume D und S möglich, die wir als zwei kontinuierlich und eintönig hinauf oder hinabsteigende Funktionen betrachten können. Während der Punkt A_D den linearen Raum D durchgeht, legt der Punkt A_S den linearen Raum zurück und die Übereinstimmigkeit zwischen den Punkten A_D und A_s ist eineindeutig und bikontinuierlich, also die Veränderung ist topologisch. Offenbar könnten wir eine Projektivität als das einfachste Beispiel von Verwirklichung einer punktualen eineindeutigen und bikontinuierlichen Veränderung, die sich durch Unveränderlichkeit der an-armonischen Beziehungen kennzeichnet, betrachten. Bleiben wir jedoch zur hier oben definierten Veränderung.

Da der Netzriss D_A^{π} des Strahlrisses G_A alleinig bestimmt ist, ergibt sich die von diesem Punkt D_A^{π} und vom Träger S definierte Ebene $Q(A_S)$, so dass, da auch der Punkt A alleinig bestimmt ist, der lineare Spezialkomplex von Geraden in dem der Mittelpunkt des linearen Komplexes der Punkt A_S ist und die Achse oder der Träger des linearen Komplexes die Spur $Q(A_S)$ ist, betrachtet werden kann.

Für einen anderen Punkt der Geraden D, z.B. für B_D wird der Netzstrahl G_B entsprechen ,der Mittelpunkt B_S des linearen Spezialkomplexes, der Netzriss D_B und der Träger $Q(B)$ des linearen Spezialkomplexes. In diesem Fall ist der Netzriss der allgemeinen Geraden D in der topologischen Veränderung ψ_B von der Gesamtheit der Spuren (d, D_B^{π}) (Abb. 1) gegeben.

BEMERKUNG :

Da die Regelstrahlfläche zweiter Ordnung definiert von den Elementen (ψ, S, D) eine zweite Richtebene ψ' zeigt, kann die Frage eines analogischen Studiums durch topologische Veränderung $\psi'_{A'}$ aufgestellt werden.

c) *Die Bestimmung des Netzrisses des Netzstrahles und der allgemeinen Geraden*

Betrachten wir als Richtpunkt die waagerechte Ebene auf der wir einen modularen Riss mit dem Winkelmodul θ (Abb. 2). Ohne die Allgemeinheit des Problems zu beschränken sollen wir $\theta = 45°$ um eine leichtere Verfolgung der Risse zu gewährleisten.

Es sei der Träger S mit der Spur s und der Umlegung S_0, und die allgemeine Gerade D mit der Spur d und die Umlegung D , und die Ebene P_A^{ψ} in der topologischen weiter oben definierten Veränderung (ψ, θ).

Mit Hilfe der beliebigen Punkte k und r können in der Umlegung die Punkte A_{S_0}, A_{D_0} hergeleitet werden, also um zurückzukehren ergeben

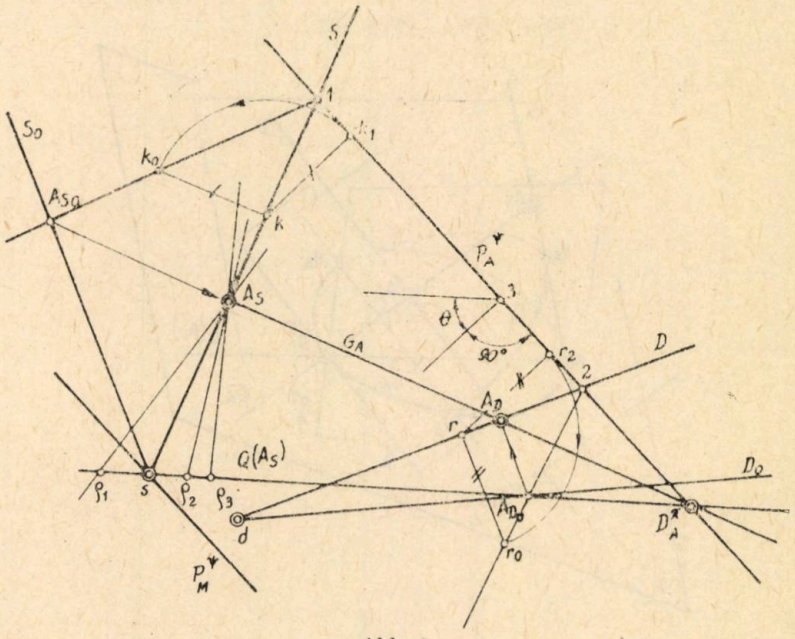


Abb. 2

sich die Punkte A_S und A_D, die den Netzstrahl G_A definieren werden. Dieser Netzstrahl durchschneidet die Spur P_A^{ψ} im Punkt D_A^{π} der demnach der Netzriss des Netzstrahls G_A oder des Punktes A_D ist. Wenn nun die Spur s mit D_A vereinigt wird, ergibt sich $Q(A_S)$, d.h. der Träger des linearen speziellen Komplexes dessen Mittelpunkt A_S ist. Die Strahlen $A_S\varrho_1$, $A_S\varrho_2$, $A_S\varrho_3$ ... dieses linearen spziellen Komplexes können auf dem Riss mit Leichtigkeit bestimmt werden uzw. abhängig von den auferlegten Bedingungen.

Die Gesamtheit der Spuren (d, D_A^{π}) definiert den Riss, der Netzriss der allgemeinen Geraden D in der topologischen Veränderung ψ_A.

d) *Über die spezielle Projektion des parabolischen Netzes*

Wenn wir dem Netzriss der allgemeinen Geraden D in topologischer Veränderung ψ_A die Spur S des Trägers anschliessen, merken wir dass diese drei Spuren (s, d, D_A^{π}) von denen nur die ersten zwei festliegen,

uns zum Büschel der Kreise C_A mit den grundsätzlichen Punkten s und d (Abb. 3) führen. Also $C_A = (s, d, D_A^\pi)$. Im allgemeinnen ist es leicht einzusehen, dass die Spur P_A^ψ, von der Veränderung (ψ_A, θ) herkommend, immer wieder eine Sekante des Kreises C_A sein wird und der Netzriss D_A^π einen der Schnittpunkte darstellt. Sei M_A der zweite Schnittpunkt, also $M_A = C_A \cap P_A^\psi$.

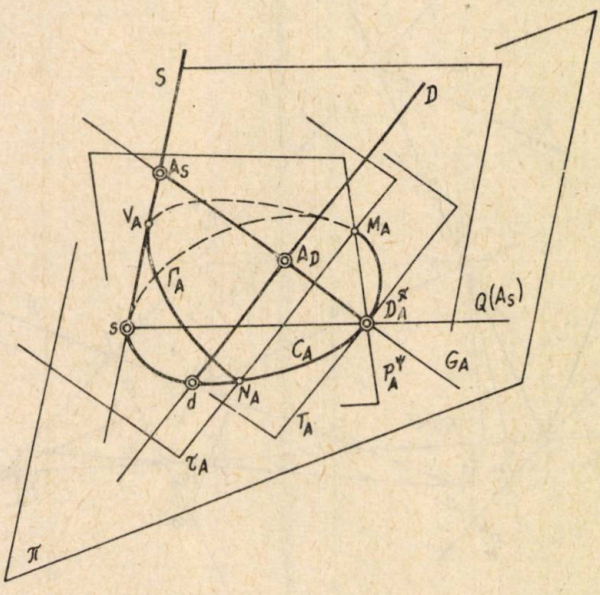


Abb. 3

Betrachten wir im Weiteren die kegelige Oberfläche definiert von der Richtkurve C_A und vom Punkt A_S als Mittelpunkt des linearen speziellen Komplexes. Es sei T_A die tangente Ebene dieser kegeligen Oberfläche länge der von dem Netzstrahl G_A gebildeten Erzeugenden. Wenn durch den Punkt M_A die Ebene τ_A parallel mit der tangenten Ebene T_A betrachtet wird, ergibt sich eine Schnittkurve in kegeliger Oberfläche und das ist die Parabel Γ_A.

Wir können also folgenden Lehrsatz aussagen:

Lehrsatz (1): *Jedem Punkt* A *der allgemeinen Geraden* D *entspricht in topologischer Veränderung* (ψ_A, θ) eine Parabel Γ_A *als Schnitt in der kegeligen Oberfläche* (A_S, C_A).

Es ergibt sich in dieser Weise eine eineindeutige Korrespondenz zwischen den Punkten der allgemeinen Geraden D und dem Netz der Parabeln Γ_A ergeben aus der von der topologischen Veränderung definierten Projektion (ψ_A, θ).

e) *Der Riss der spezielle parabolischen Netzprojektion*

Der Riss der parabolischen Netzprojektion in topologischer Veränderung $(\psi_A \cdot \theta)$, wo $\theta = 45°$ ist in Abb. 4 wiedergegeben. Die Konstruktionselemente sind grösstenteils gemeinsam mit den in Abb. 2 und 3 geklärten, woher wir auch die Notation beibehalten haben. Als neues

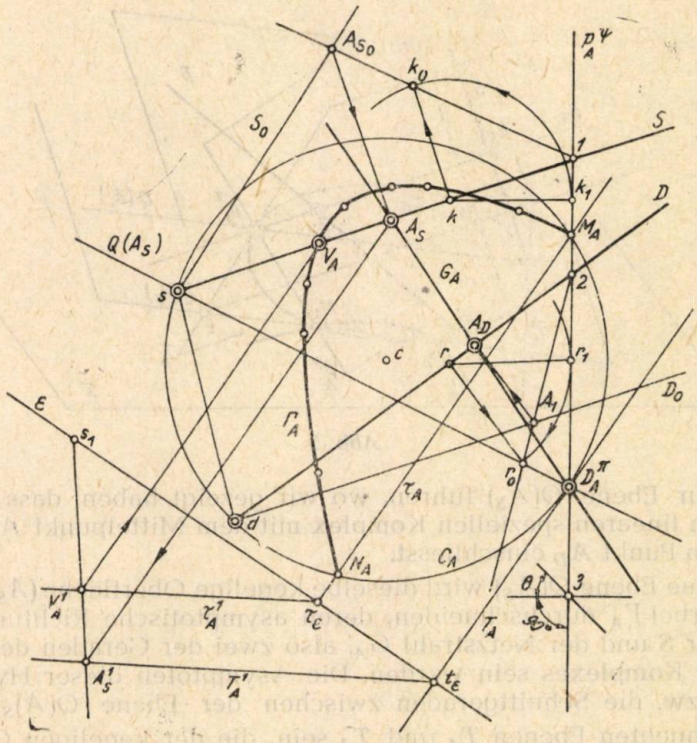


Abb. 4

Element aut ciesem R ss erscheint die Bestimmung des Punktes der Parabel welcher sich auf der Leitgeraden S befindet. Dieser Punkt ist V . Mit Hilfe dieses Punktes und durch eine Reihe omologischer Veränderungen können leicht andere Punkte der Parabel Γ_A entdeckt werden. Gleichfalls, können weiter die anderen Elemente des parabolischen Netzes als Spitzen, Achsen usw. über die wir nicht weiter hier sprechen werden, bestimmt werden.

f) *Über die spezielle hyperbolische Netzprojektion*

Wenn wir uns an die für die Art der parabolischen Netzprojektion weiter oben gemachten überlegungen wenden, könnten wir nach Bestimmung des Punktes M_A, der alsder zweite Schnittpunkt zwischen dem

Bündel von Kreisen C_A und die Spur P_A^{ψ} der von der topologischen Veränderung (ψ_A, θ) herkommend definiert wurde, die Überlegung wechselt. In der Tat, statt die Ebene τ_A durch M_A parallel zur Ebene T_A tangent der kegelischen Oberfläche (A_S, C_A) längs des Netzstrahles G_A zu betrachten, können wir eine andere Ebene, auch alleinig bestimmte wählen undzwar können wir durch die Spur M_A die Ebene $\overline{Q}(A_S)$ (Abb. 5)

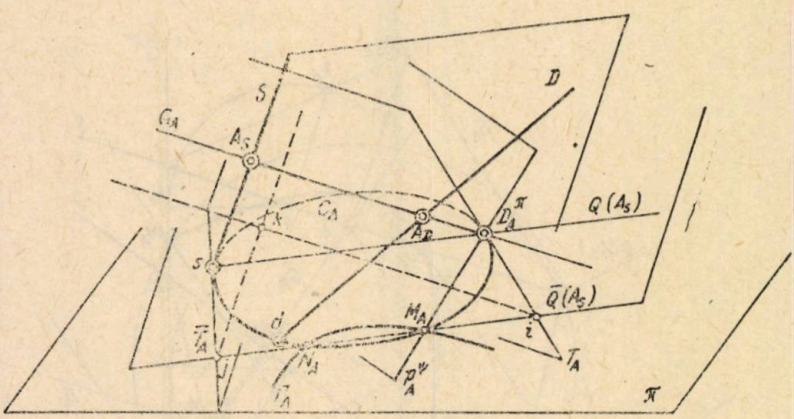


Abb. 5

parallel zur Ebene $Q(A_S)$ führen, wo wir gezeigt haben, dass die Ebene $Q(A_S)$ den linearen speziellen Komplex mit dem Mittelpunkt A_S entsprechend dem Punkt A_D einschliesst.

Die neue Ebene $\overline{Q}(A_S)$ wird dieselbe kegelige Oberfläche (A_S, C_A) nach der Hyperbel Γ_A durchschneiden, deren asymptotische Richtungen eben der Träger S und der Netzstrahl G_A, also zwei der Geraden des linearen speziellen Komplexes sein werden. Die Asymptoten dieser Hyperbel Γ_A werden bzw. die Schnittgeraden zwischen der Ebene $Q(A)_S)$ und die beiden tangenten Ebenen $\overline{T}_A$ und T_A sein, die der kegeligen Oberfläche entlang des Trägers S und des Netzstrahls G_A geführt wurden.

Wir können also folgenden Lehrsatz formulieren :

Lehrsatz (2) : *Jedem Punkt* A_D *der allgemeinen Geraden* D *entspricht in topologischer Veränderunge* (ψ_A, θ) eine Hyperbel Γ_A als Schnitt *in der kegeligen Oberfläche* (A_S, C_A).

In dieser Weise kann eine eineindeutige Übereinstimmung zwischen den Punkten der allgemeinen Geraden D und dem Netz von Hyperbeln Γ_A erzielt werden, die sich aus der Netzprojektion die durch derselben Veränderung (topologischen) (ψ_A, θ) definiert ist, ergibt.

g) *Der spezielle hyperbolische Netzprojektionsriss*

In dem Riss der Abb. 6 haben wir den hyperbolischen Netzprojektionsriss in topologischer Veranderung (ψ_A, θ) ausgeführt wobei wir von einigen auf der Abb. 4 erhaltenen Konstruktionen vorgegangen sind.

Der Unterschied stammt von der Verwendung der Schnittebene $\overline{Q}(A_S) \parallel Q(A_S)$. Die Hyperbel Γ_A des hyperbolischen Netzes hat die Asymptoten ki, kj. Da wir die Asymptoten der Hyperbel und zwei Punkte M_A; L_A der Kurve kennen, können leicht alle anderen notwendigen Elemente eines ausführlichen Studiums für den ganzen Netz gefunden werden.

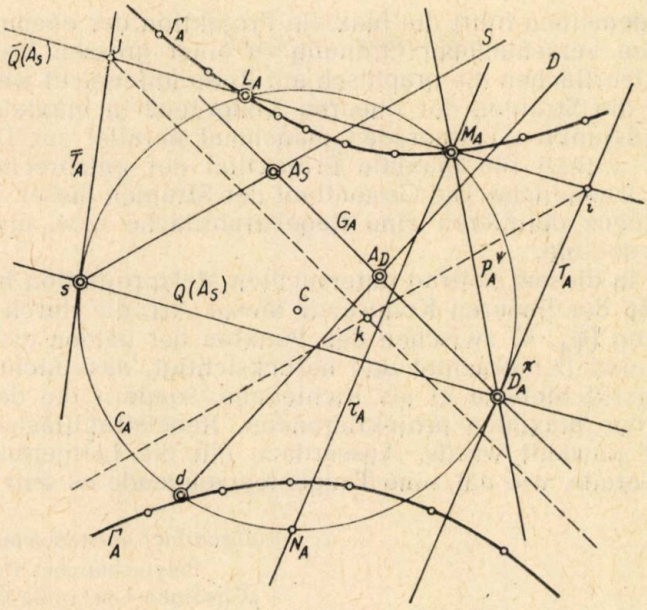


Abb. 6

h) *Die Verbindung zwischen der spezielle Netzprojektion und der ebenen Darstellung des biaxialen Projektionssystems*

Die axiale Projektierung ist im allgemeinen die Methode der Projektion durch einen, zwei oder drei Ebenenbüscheln, mit deren Hilfe die Projektionen eines jeden Systems von Punkten auf einer Geraden, auf einer Ebene oder auf einer Oberfläche erahlten werden können. Am anfang dieses Beitrages haben wir gezeigt, dass die Projekierung durch zwei Ebenenbüschel, die eigentlich eine biaxiale Projektion ist, wenn die Leitgeraden disjunkt sind, als eine Strahlkongruenz, also als eine Projektion von Kongruenzstrahlen 1. und 2. Ordnung betrachtet werden kann.

In der biaxialen Projektion mit zwei disjunkten Leitgeraden sind die Strahlen der linearen Kongruenz. d.h. die Schnittgeraden der entsprechenden Ebenen von den zwei Ebenenbüschel, die Strahlen der biaxialen Projektion und bilden eine projektierende Regelstrahlfläche auch biaxiale Regelstrahlfläche oder kurz gesagt biaxiale Oberfläche genannt.

In diesem Fall kann die biaxiale Projektion einer Geraden oder einer Kurve als das Ergebnis des Schnitts zwischen der biaxialen Regelstrahlfläche und der Darstellungsebene betrachtet werden. So ist die biaxiale Projektion für einer Geraden im allgemeinen eine kegelige, und für eine Kurve zweiten Grades ist ihre biaxiale Projektion eine Kurve vierten Grades, da auch die biaxiale projektierende Regelstrahlfläche eine vierten Grades ist.

Im allgemeinen führt die biaxiale Projektion der ebenen oder krummen Kurven verschiedener Ordnung zu einer grossen Verschiedenheit biaxialer Oberflächen die graphisch auf Risse untersucht werden können.

Wenn die Strahlen der linearen Kongruenz in biaxialer Projektion mit zwei disjunkten Leitgeraden manchmal parallel zur Darstellungsebene sind, enthält die biaxiale Projektion der entsprechenden Kurve Punkte ins Unendliche. Die Gesamtheit der Strahlen dieser Art der linearen Kongruenz definieren eine Regelstrahlfläche uzw. einen hyperbolischen Paraboloid.

In der in diesem Beitrag untersuchten Netzprojektion haben wir nur die Strahlen der linearen Kongruenz dieser Art. die durch topologische Veränderung (ψ_A, θ) zwischen den Punkten der beiden disjunkten Leitgeraden S und D betrachtet und berücksichtigt, dass nicht die Darstellungsebene (Richtebene π) als Richtebene, sondern die den Elementen (ψ, S, D) der biaxialen projektierenden Regelstrahlfläche definierten Richtebene gewählt wurde. Ausserdem, gilt die Leitgerade S als eine doppelte Gerade, wie d.B. eine Tangenteerzeugende es sein würde.

Katheder der darstellenden Geometrie II
Polytechnisches Institut
„Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bukarest

LITERATUR

1. *Bereis, R., Klix, W. D.:* Parabolische Netzprojektion, Wiss. Zeitschr. der TU Dresden, 15/1966/Heft 3.

2. *Klix, W. D., Tănăsescu, A.:* Eine spezielle Hiperbolische Netzprojektion, Wiss. Zeitschr. der TU Dresden, 1968.

3. *Tănăsescu, A.:* Ein Achsial-Helikoidales Projektionssystem, Bul. Inst. Polyt. Bukarest, Tom XXVII, 1965, nr. 1.

4. *Vrănceanu, Gh.:* Geometrie analitică și proiectivă, Buc. 1945.

5. *Tănăsescu, A.:* An dem Biaxialen Projektionssystem Angeschlossene Modularrisse, Mitt. b. der Wiss. Jahrestag. der Math. G. der D.D.R., Berlin, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

NOTĂ

C.Z. 517

ASUPRA CRITERIULUI DE CONDENSARE AL LUI CAUCHY *

ZAHARIA STOIAN

Teoremă. Fie $\sum_n U_n$ o serie de termeni pozitivi; pentru orice număr natural $k \geqslant 2$ există două serii: $(A) = \sum_n k^n U_{p_n}$ și $(B) = \sum_n k^n U_{q_n}$ unde $k^{n-1} \leqslant p_n \leqslant k^n - 1$ și $k^{n-1} \leqslant q_n \leqslant k^n - 1$ astfel încît:

1) dacă seria $\sum_n U_n$ este convergentă, atunci și seria (A) este convergentă.

2) dacă seria $\sum_n U_n$ este divergentă, atunci și seria (B) este divergentă.

3) dacă seria (B) este convergentă, atunci și seria $\sum_n U_n$ este convergentă.

4) dacă seria (A) este divergentă, atunci și seria $\sum_n U_n$ este divergentă.

Demonstrație. Seriile (A) și (B) se obțin în modul următor: scriem seria

$$\sum_n U_n = (U_1 + U_2 + \ldots + U_{k-1}) + \ldots + (U_{k^{n-1}} + U_{k^{n-1}+1} + \ldots + U_{k^n-1}) + \ldots$$

Fie mulțimea finită $A_n = \{U_{k^{n-1}}, U_{k^{n-1}+1}, \ldots, U_{k^n-1}\}$
să notăm $U_{p_n} = \min A_n$ și $U_{q_n} = \operatorname{Max} A_n$
cu elementele U_{p_n} și U_{q_n} construim seriile (A) și (B).

1) Să notăm $W_{n-1} = U_{k^{n-1}} + U_{k^{n-1}+1} + \ldots + U_{k^n-1}$
Seriile $\sum_n U$ și $\sum_n W_n$ au evident aceiași natură.

---

* Manuscris predat la redacție la 21 februarie 1968.

După felul cum a fost ales U_{p_n} rezultă

$$W_{n-1} \geqslant k^{n-1}\,(k-1)\,U_{p_n}$$

Deci dacă $\sum_n U_n$ este convergentă rezultă că $\sum_n W_n$ este convergentă, și în baza criteriului comparației urmează că seria (A) este convergentă.

2) După felul cum a fost ales U_{q_n} rezultă

$$W_n \leqslant k^n\,(k-1)\,U_{q_{n+1}}$$

prin urmare dacă $\sum_n U_n$ este divergentă deducem că $\sum_n W_n$ este divergentă, în consecință seria (B) este divergentă.

Analog se demonstrează punctele 3) și 4).

Consecința 1. Dacă în seria cu termeni pozitivi $\sum_n U_n$ presupunem $U_n \geqslant U_{n+1}$. atunci seriile : $\sum_n U_n$ și $\sum_n k^n\,U_{k^n}$, cu $k \geqslant 2$, $k \in N$ au aceiași natură.

Demonstrație. Într-adevăr observăm ca atunci

$$U_{p_{n-1}} = U_k \text{ și } U_{q_n} = U_{k^n}$$

Consecința 2. Dacă în seria cu termeni pozitivi presupunem $U_n \geqslant U_{n+1}$ atunci seriile $\sum_n U_r$ și $\sum_n 2^n\,U_{2^n}$ au aceiași natură. Obținem astfel criteriul de condensare al lui Cauchy [1].

Catedra de matematici II
Institutul politehnic
„Gheorghe Gheorghiu-Dej", București

BIBLIOGRAFIE

1. *M. Nicolescu.* — Analiză Matematică, vol. I, pag. 254, Editura Tehnică, București, 1957.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C. Z.: 662.66 : 66.065.8 : 543/545

CARACTERISTICILE STRUCTURALE ALE UNOR CONCENTRATE PETROGRAFICE SEPARATE DIN CĂRBUNII ROMÂNEȘTI *

I. BLUM, FR. BARCA

Problema caracterizării corecte a stadiului de huilă și a etapelor de carbonificare specifice acestui stadiu, dă posibilitatea stabilirii unei baze teoretice moderne pentru procesele pirogenetice și de cunoaștere și folosire rațională specifică a diverselor tipuri de cărbuni.

Metodele curente de analiză, utilizate în diverse țări [1, 2] sau standardizate pe plan internațional [3], pentru diferențierea huilelor de celelalte tipuri de cărbuni și a diverselor stadii de carbonificare, cunoscute pentru huile, sînt insuficiente și prezintă numai aspecte parțiale, de cele mai multe ori bazate pe probe pur tehnologice, ale căror rezultate pot fi influențate și de alți factori nespecifici structurii cărbunelui respectiv cum ar fi conținutul de cenușă etc. Lucrări mai vechi [4] au scos în evidență principalele deficiențe ale acestor metode.

Trebuie precizat de la început că metodele curente utilizate pentru caracterizarea huilelor prin însușirile de plastifiere, își au rolul lor de necontestat pentru stabilirea procesului tehnologic în diverse uzine, fapt pentru care pot fi caracterizate ca o primă etapă de cunoaștere grosieră a acestor materiale.

Faptul că ele nu determină elemente structurale caracteristice fiecărei etape de carbonificare, ci caracterizează huilele prin însușirile lor de aglutinare și cocsificare, pune în evidență necesitatea completării lor cu alte metode, care pot da mai multe indicații asupra structurii acestor materiale, mai ales în cazul cînd determinările folosesc pentru studiul posibilităților de utilizare a unor tipuri de huilă sau pentru cunoașterea teoretică a diverselor procese pirogenetice.

Caracterizarea structurii huilelor prin metode fizico-chimice de analiză a constituit și constituie una din preocupările de bază ale cercetărilor noastre teoretice, datorită specificului zăcămintelor noastre de cărbuni cu predominanță de huile tinere, pentru care sînt necesare condiții speciale de utilizare în diversele procese pirogenetice.

Cu cîteva decenii în urmă s-a stabilit drept criteriul chimic caracteristic ce diferențiază stadiul de huilă de stadii inferioare de carboni-

* Manuscris predat la redacție la 22 decembrie 1967.

ficare, inexistența acizilor humici și s-a demonstrat că zăcămîntul oligocen din Valea Jiului, deși terțiar a ajuns totuși la stadiul de carbonificare numit huilă [5].

De la posibilitățile de diferențiere ale huilelor de alte tipuri de cărbuni prin metode chimice de analiză existente acum cîteva decenii și pînă astăzi, cercetarea științifică în acest domeniu a evoluat destul de mult, scoțînd în evidență noi metode, noi posibilități de cunoaștere a cărbunilor și a structurii acestora.

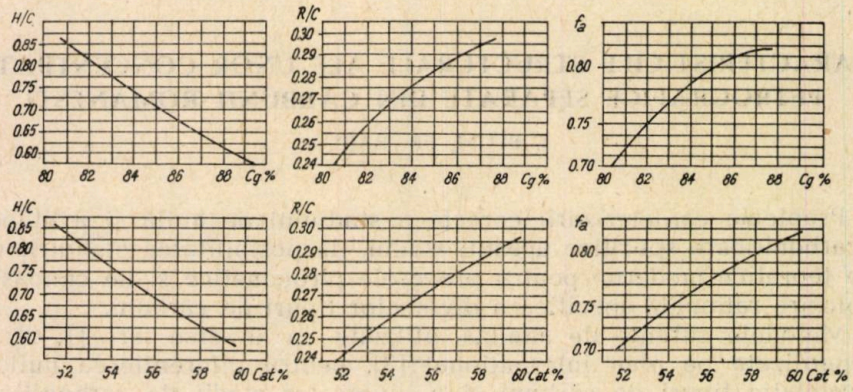


Fig. 1. Variația factorilor H/C, R/C și f_a funcție de conținutul de carbon exprimat în procente gravimetrice și atomice (curbe trasate pe baza rezultatelor obținute din studiul diverselor tipuri de huile românești).

Această lucrare continuă activitatea în domeniul susmenționat [6—15] și urmărește evidențierea unor particularități ale componenților huilelor în diverse stadii de carbonificare utilizînd metode fizico-chimice de analiză. Aceste particularități sînt exemplificate pe baza rezultatelor obținute din studiul unor huile românești în diverse stadii de carbonificare.

Ea sintetizează lucrările efectuate pentru a pune în evidență particularități structurale ale unor componenți caracteristici pentru structura și însușirile huilelor prin metode chimice și fizico-chimice de analiză.

Analiza elementară și factorii ce se pot calcula din rezultatele acestei analize, H/C, R/C, f_a., *) factori care după van Krevelen [16] constituie elemente de caracterizare a structurii huilelor, au fost utilizați pentru a indica unele diferențieri ce apar la diverși componenți petrografici ai huilelor în diferite stadii de carbonificare. Dacă urmărim curbele de variație ale factorilor H/C, R/C, f_a în funcție de conținutul de carbon, exprimat în procente atomice sau gravimetrice, curbe trasate pe baza rezultatelor obținute din studiul diverselor tipuri de huile românești și prezentate în figura nr. 1, se observă acele creșteri sau

*) Factori calculabili din analiza elementară după Van Krevelen [16] R/C = 0,448—0,258; H/C (pentru huile — numărul de inele aromatice pe atomul de carbon); f_a = (1—H/C)+(1—2R/C) gradul de aromaticitate. Acești parametri caracterizează structura huilelor.

descreşteri firești datorită procesului de carbonificare, cunoscute şi dezbătute amplu în literatura de specialitate.

Existența posibilităților de separare prin metode gravimetrice a unor concentrate petrografice din huile, ne-a determinat să efectuăm această operație şi să trasăm curbele privind variația factorilor susmenționați pentru fiecare densitate în parte, pentru fiecare concentrat petrografic în parte obținuți din cărbunii românești.

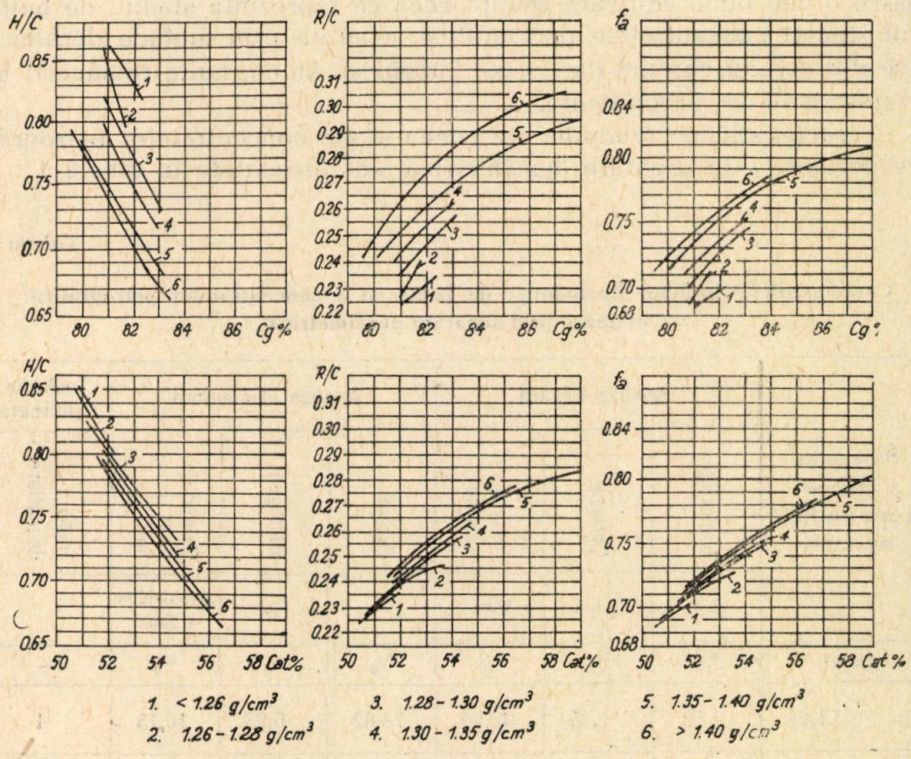


Fig. 2. Variați afactorilor H/C, R/C şi fa, funcție de conținutu de carbon (exprimat în procente gravimetrice şi atomice) în cazul unor concentrate petrografice separate din cărbunii românești.

Elementul nou care se observă din studiul acestor curbe, prezentate în figura nr. 2 este că, deşi sensul de variație al caracteristicilor structurale rămîne acelaşi, elementele componente ale huilelor se diferențiază analitic în procesul de carbonificare.

Vitritul, duritul, fuzitul şi oricare alt component petrografic diferă de la un cărbune la altul nu numai prin microcomponenții rezultați din materialul genetic, ci şi prin gradul lor diferit de metamorfozare.

Din figura 2 se vede că factorii H/C, R/C, sau f_a sînt variabili pentru aceste concentrate petrografice, funcție de gradul de carbonificare, de conținutul de carbon al huilei din care au fost extrase.

Elementele structurale diferă de la un vitrit la altul, ceea ce înseamnă că nu este posibilă o caracterizare petrografică a huilelor, fără o caracterizare chimică a gradului de carbonificare a acestor componenți.

Diferențierile existente între analizele elementare și factorii calculabili din acestea pentru diverse concentrate petrografice rezultă și din spectrele de absorbție în infraroșu ale concentratelor susmenționate. Pentru o mai bună edificare asupra ceea ce reprezintă stadiul de huilă s-au studiat concentratele petrografice separate prin metode densimetrice din diverși cărbuni de Lonea, Lupeni și Anina, huile românești în diverse stadii de carbonificare.

Caracteristicile cărbunilor de Lonea și ale concentratelor petrografice obținute prin separare densimetrică sînt prezentate în tabela 1.

Tabela 1

Caracteristicile huilelor flambante * de Lonea și a concentratelor petrografice obținute prin separare densimetrică

Densitatea a mediului în care s-a făcut separarea	Analiza tehnică			Analiza elementară			Indici de aglutinare
	Umiditate	Cenușă	Materii volatile	Carbon	Hidrogen	Oxigen + Azot + Sulf	Indici de umflare*)
	W^a	A^{anh}	V^{mc}	C^{mc}	H^{mc}	$O^{mc}+N^{mc}+S^{mc}$	
g/cm³	%	%	%	%	%	%	—
< 1,28	2,50	1,35	49,26	78,62	5,23	16,15	1
1,28 — 1,30	3,42	1,74	43,35	77,97	5,15	16,88	1/2
4,4 — 1,35	3,57	2,07	42,41	76,85	5,01	18,14	—
1,35 — 1,4	3,41	8,11	45,31	75,44	4,30	19.76	—
> 1,4	2,75	31,01	46,20	69,30	4,51	26,15	—
— LONEA — CĂRBUNE TOTAL	3,85	7,85	43,50	75,75	5,06	19,19	1/2

* Clasificarea ISO (3).

Caracteristicile cărbunilor de Lupeni și Anina și a concentratelor petrografice obținute prin separare densimetrică sînt prezentate în tabela nr. 2 și 3.

Tabela 2

Caracteristicile huilelor de gaz Lupeni și a concentratelor petrografice obținute prin separare densimetrică

Densitatea a mediului în care s-a făcut separarea	Analiza tehnică			Analiza elementară			Indici de aglutinare
	Umiditate	Cenușă	Materii volatile	Carbon	Hidrogen	Oxigen + Azot + Sulf	Indici de umflare*)
	W^a	A^{anh}	V^{mc}	C^{mc}	H^{mc}	$O^{mc} + N^{mc} + S^{mc}$	
g/cm³	%	%	%	%	%	%	—
< 1,26	2,04	1,11	45,45	82,26	5,63	12,11	3
1,26 — 1,28	2,31	2,07	43,25	81,62	5,44	12,94	3
1,28 — 1,30	1,90	4,02	41,40	81,34	5,41	13,25	3
1,30 — 1,35	1,96	6,88	41,20	81,20	5,26	13,54	2½
1,35 — 1,4	1,60	14,01	42,25	80,72	5,20	14,08	2
> 1,4	1,16	35,25	43,15	89,02	5,22	14,76	1½
— LUPENI — CĂRBUNE TOTAL	2,03	8,16	42,01	80,90	5,34	13,66	2

* Clasificarea ISO (3).

Probele astfel obținute au fost cercetate spectrografic în infraroșu cu ajutorul unui spectrograf Leitz. S-a lucrat în pastile de bromură de potasiu cu o concentrație de 0,04% cărbune. Spectrele au fost înregistrate cu viteza de 1,2 minute/μ. Spectrele obținute sînt prezentate în figurile nr. 3, 4 și 5.

Din cercetarea tabelelor și a spectrelor, ținînd seama de zonele în care influența sterilului este puternică [17], putem observa următoarele :

Spectrele de absorbție în infraroșu ale concentratelor petrografice diferă în general prin absorbția de fond. Trebuie remarcat însă că la

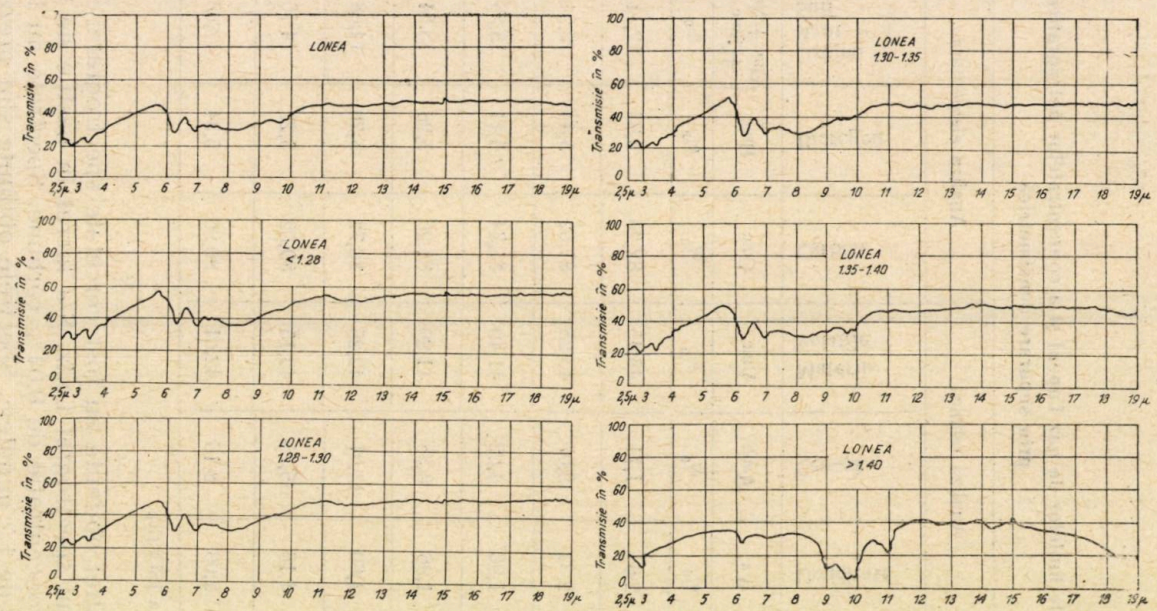


Fig. 3. Spectre de absorbție în infraroșu ale unor concentrate petrografice separate din cărbunii de Lonea

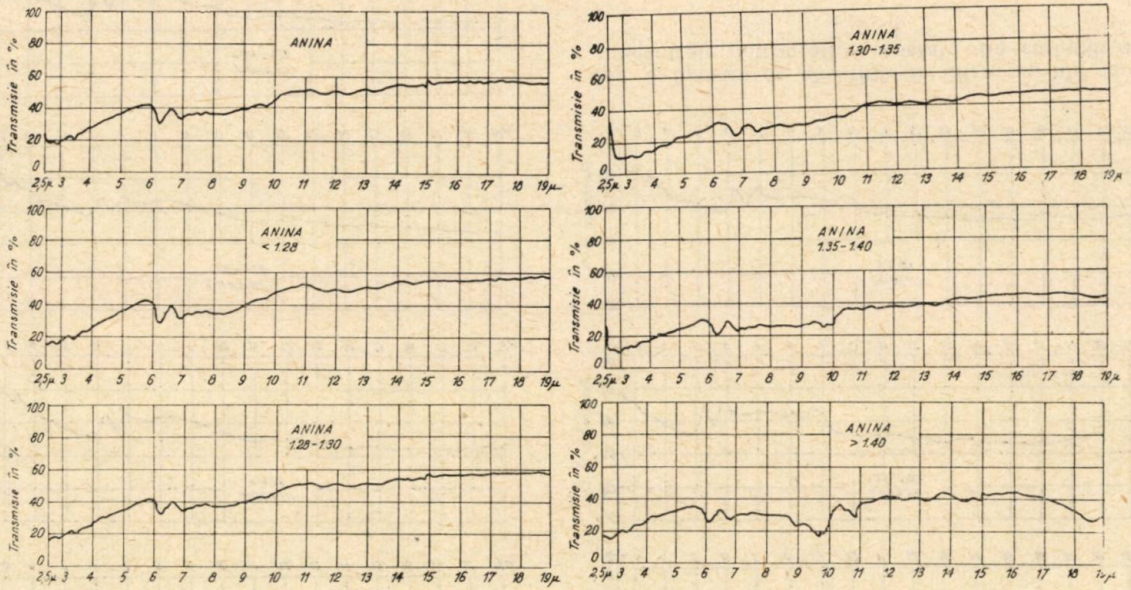


Fig. 4. Spectre de absorbție în infraroșu ale unor concentrate petrografice separate din cărbunii de Anina

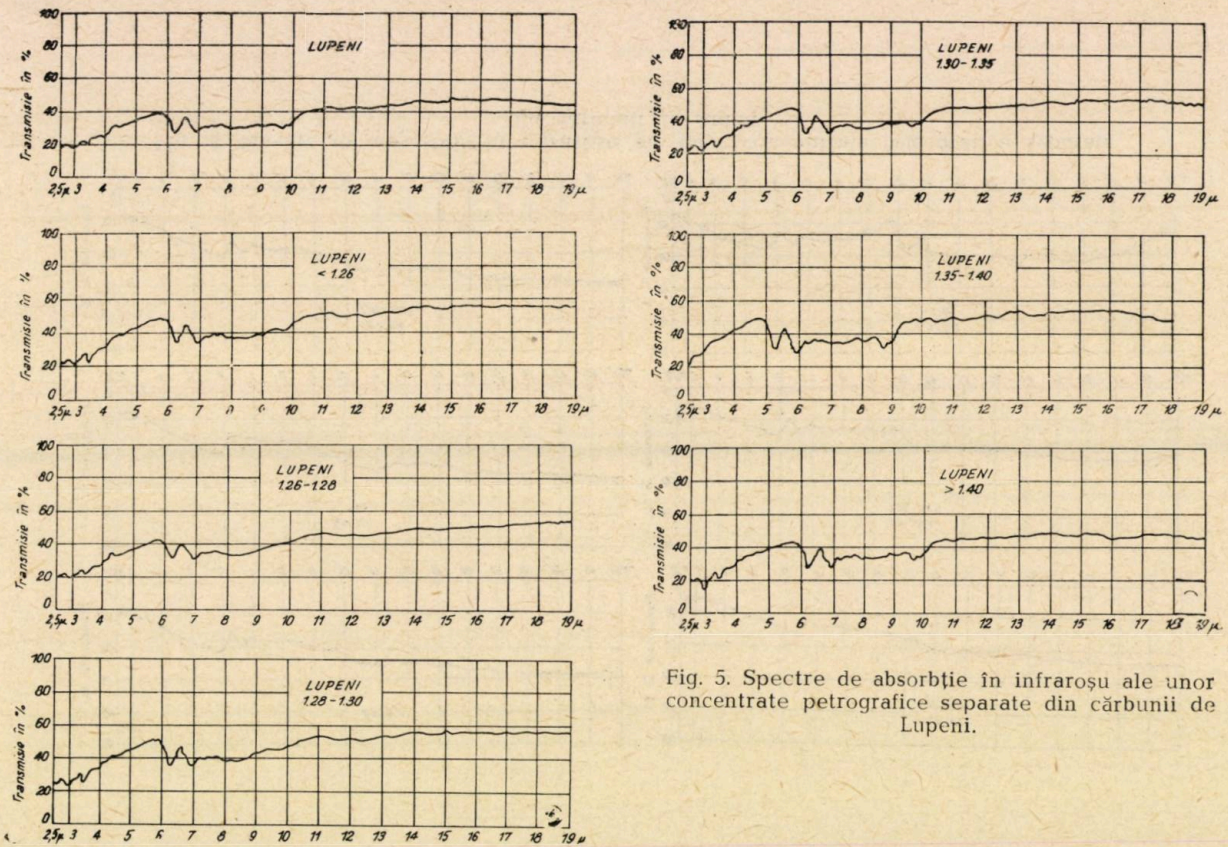


Fig. 5. Spectre de absorbție în infraroșu ale unor concentrate petrografice separate din cărbunii de Lupeni.

Tabela 3

Caracteristicile huilelor de cocs de Anina și a concentratelor petrografice obținute prin separare densimetrică

Densitatea a mediului în care s-a făcut separarea	Analiza tehnică			Analiza elementară			Indici de aglutinare
	Umiditate	Cenușă	Materii volatile	Carbon	Hidrogen	Oxigen + Azot + Sulf	Indici de umflare*)
	W^a	A^{anh}	V^{mc}	C^{mc}	H^{mc}	$O^{mc}+N^{mc}$ S^{mc}	
g/cm³	%	%	%	%	%	%	—
1,28	1,62	0,52	33,01	84,13	5,07	10,80	4
1,28 — 1,30	1,93	1,32	33,04	83,95	4,97	11,09	3
1,30 — 1,35	2,03	4,11	30,54	84,17	4,73	11,10	3
1,35 — 1,4	1,98	8,04	32,14	84,15	4,63	11,22	2½
1,4	1,84	37,22	33,01	83,75	4,40	11,85	2
— ANINA — CĂRBUNE TOTAL	1,89	9,88	30,91	84,47	4.57	11,06	2½

* Clasificarea ISO (3).

huilele cu însușiri de aglutinare și cocsificare și în special la acele concentrate petrografice la care aceste însușiri sînt mai dezvoltate, există o zonă în care apar frecvențe caracteristice în spectru și anume zona 11,5 μ (869,6 cm^{-1}) — 14,5 μ (689,7 cm^{-1}).

Dacă în zona 12,5 μ (800 cm^{-1}) — 18,5 μ (542 cm^{-1}) apar și frecvențe caracteristice unor oxizi metalici, din sterilul existent în cărbune, zona 11,5 μ (869,6 cm^{-1}), 12,5 μ (800 cm^{-1}) poate fi interpretată ca o zonă în care se manifestă în spectru elementele structurale ale cărbunilor cu însușiri de aglutinare. Literatura de specialitate atribuie frecvențele din zona 900—700 cm^{-1} structurii aromatice [18, 19, 20] deci putem considera că existența unei anumite structuri aromatice (ce se poate manifesta prin frecvențe în această zonă) este necesară pentru ca să existe astfel de însușiri la cărbunii studiați.

Lipsa acestor însuşiri de aglutinare la cărbunii de Lonea rezultă şi din spectre, în comparaţie cu cărbunii de Lupeni şi Anina. Analiza spectrografică în infraroşu poate completa deci metodele chimice şi tehnologice în cunoaşterea huilelor.

Concluzii

— Cunoaşterea petrografică a huilelor şi microcomponenţilor acestora nu este suficientă pentru a putea clasifica comportarea lor chimică şi tehnologică. Componenţii petrografici separaţi dintr-un tip de huilă, diferă din punct de vedere al caracteristicilor fizico-chimice şi tehnologice de aceeaşi componenţi separaţi dintr-un alt tip de huilă cu un grad de carbonificare mai mult sau mai puţin avansat.

— Metodele chimice de cunoaştere a compoziţiei şi structurii huilelor, trebuiesc corelate cu probele tehnologice şi cu rezultatele analizei fizice şi petrografice deoarece, fiecare dintre ele luate în parte, dă indicaţii insuficiente pentru cunoaşterea acestor materiale ; corelarea rezultatelor într-un stadiu complex poate fi considerată cea mai eficientă.

— Cercetarea concomitentă chimico-tehnologică, petrografică şi prin spectre de absorbţie în infraroşu constituie numai exemple privind posibilităţile de corelare a metodelor de studiu a cărbunilor, exemple care pot fi amplificate prin folosirea şi a altor metode de studiu.

Laboratorul de combustibili
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *H. H. Lowry*, Chemistry of Coal utilisation — New York — London (1964).
2. *I. Blum, Fr. Barca* — Chimia şi prepararea cărbunilor — Bucureşti (1966).
3. * * * Classification Internationale des houilles par nature — Genéve, Nations Unies, VIII (1965).
4. *I. Blum, Fr. Bolchi, I. Nistor* — Freiberger Forschungshefte A141 (1960) 1—23.
5. *I. Blum* — Revista Analelor Minelor, Bucureşti, 1—2 (1927).
6. *I. Blum, D. Bircă-Gălăţeanu, I. Nistor* — Bucureşti, Revista de Chimie ASIT 11, (1952) 613—17.
7. *I. Blum, I. Nistor* — Acad. R.S.R. Studii şi cercetări de energetică, 3, (1962), 349-57.
8. *I. Blum* — Freiberger Forschungshefte A147 (1960).
9. *I. Blum, C. Ionescu-Panaitescu* — Klassifikation der rumänischen Kohlen nach repräsentativen Typen — Bukarest (1959).
10. *I. Nistor* — Elemente caracteristice de cocsificare ale unor huile româneşti. Lucrare de dizertaţie. Institutul Politehnic — Bucureşti (1957).
11. *I. Blum* — The role of humic acids in briquetting brown coals. III-th International conference of bituminous coals, Pittsburg (1931).

12. *I. Blum, Fr. Bolchi, I. Nistor, I. Imbrea, V. Ciolac* — Studii și cercetări de energetică — 2 (1960) 115—24.

13. *I. Blum, I. Nistor* — Acad. R.S.R. — Studii și cercetări de energetică, 1 (1960) — 51—9.

14. *I. Blum, I. Nistor* — Acad. R.S.R. — Studii și cercetări de energetică 4 (1961) 458—65.

15. *I. Blum, C. Ionescu-Panaitescu, E. Pohl* — Acad. R.S.R. — Studii și cercetări de energetică, 2 (1959), 245—54.

16. W. *van Krevelen*, — Coal Science, London (1961).

17. *I. Blum, Fr. Barca, G. Muscă, A. Bidulescu* — Der Einfluss der Kohleasche auf die I.R.-Absorptionsspektren Vortrag, II Kolloquium „Chemie und Tehnologie der festen und flüssigen Brennstoffe — Freiberg (1967).

18. *J. D. Brooks, R. A. Durie, D. Sternhell* — Australlian J. Appel. Sci. 9 (1958) 63—80.

19. *R. M. Elaison* — Can. J. Chem. 35 (1957) 926—31.

20. *S. Fujii, F. Yokayama*, — Nenryno Kyokalski (1958) 643—7.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 541.1 : 546.284 : 661.8...65 : 666.3/.7 : 666.11 : 666.29

WOLLASTONIT-STEINGUTMASSEN IM SYSTEM $CaO.SiO_2$ - $3Al_2O_3.2\,SiO_2$ - SiO_2 *

S. SOLACOLU, R. DINESCU, D. POPESCU-HAȘ

1. *Allgemeine Betrachtungen*

Die kalziumoxydhaltigen Porzellane und Steingutmassen besitzen wertvolle technisch-mechanische und elektrische Eigenschaften. Eine wichtige Kategorie dieser Stoffe bilden die Steingutmassen. Die Steingutmassen sind im allgemeinen kalziumoxyd-oder kallium-natriumoxydhaltig, wobei die kalziumoxydhaltigen Steingüter überwiegen. Diese enthalten CaO bis zu 20%, die sich als Flussmittel kennzeichnen.

Die kalziumoxydhaltigen Steingutmassen kennzeichnen sich durch eine tiefere Garbrandtemperatur als diejenigen der kaliumnatriumoxydhaltigen Steingüter; ausserdem durch einen grösseren Reflexionsgrad des Lichtes und durch eine bessere Anpassung zwischen Masse und Glasur (1).

Das Kalziumoxyd wird gewöhnlich als Kalkstein, Kreide, Marmor oder als Dolomit eingeführt. Der Gebrauch dieser Rohstoffe ist von einigen technologischen Schwierigkeiten bedingt, nämlich von der Ausscheidung von CO_2 aus den Karbonaten.

Aus diesem Grunde erscheint die Nachforschung nach dem Gebrauch anderer kalziumhaltiger Rohstoffe, welche die angedeuteten Nachteile nicht aufweisen, als gerechtfertigt. Einer von diesen, der in Betracht kommt, ist in erster Reihe der Wollastonit.

In der Tat, der nadelfaserige Aufbau des Wollastonits sowie die Abwesenheit der Dissoziationsreaktionen bewirkt, dass die Wollastonit-Steingutmassen eine Reihe von spezifischen Kennzeichen erhalten (2, 3, 4, 5), nähmlich :

Grabrandtemperaturen von 950°—1100°C, bei einer Branddauer zwischen 40 und 150 Minuten; verminderte Schwunde am Trockengut und Endprodukt; Vergrösserung der thermischen Beständigkeit; Verminderung des Feuchteschwundes, bezw. Vergrösserung der Haariss beständigkeit von Glasur.

Die Feststellung, in verschiedenen Ländern, von Wollastonitvorkommen im Zustand grosser Reinheit (6) sowie auch die Syntese des

* Manuskript zum Redaktion im 28 November 1967 aufgegeben.

Wollastonits (7), haben Untersuchungen mit positiven Endergebnissen veranlasst. Die Wollastonit-Steingüter haben die Mechanisierung und Automatisierung gewisser Herstellungsphasen der Steingutplatten ermöglicht (8, 9, 10).

2. *Kennzeichen des rumänischen Wollastonits von Băița*

Der Wollastonit ist ein Gestein mit Kalziummetasilikat ($CaO.SiO_2$), dessen Zusammensetzung der theoretischen sehr naheliegend sein muss ($SiO_2 = 51,75\%$ u. $CaO = 47,25\%$) und womöglichst frei von Fremoxyden wie : Fe_2O_3, MgO u. MnO.

Die mikroskopische Prüfung des Naturwollastonits (β-Wollastonit) zeigt einen faserigen Aufbau aus monoklinen, nadelförmigen Kristallen, deren Länge 15 mal grösser ist als deren Durchmesser. Die Dilatometerkurve ist bis zu 700°C linear, dessen Ausdehnungskoeffizient zwischen 6,5 und $7,10^{-6}$ inbegriffen ist. Bei 1160° geht β-Wollastonit in α-Wollastonit über, durch einen grossen Aktivitätszustand gekennzeichnet. Er reagiert mit Kaolinit und bildet Anorthit und Mullit :

$$CaO.SiO_2 + 4(Al_2O_3.2SiO_2) \rightarrow CaO.Al_2O_3.2SiO_2 + 3Al_2O_3.2SiO_2 + 5SiO_2.$$

Zwischen dem in Băița ausgebeuteten Mineralien, befinden sich Vorkommen von Wollastonitskarn, welcher ein wichtiger Rohstoff für unsere keramische Industrie bilden kann.

Der Wollastonitskarn im Vorkommen von Băița bildet zwei Sorten: Die eine ist schwach mit Fremdmineralien, die andere reich mit Metallmineralien, Schwefelverbindungen und Scheelit versetzt. Die erste, durch sorgfältige Auslese erhaltene Sorte, die ein Minimum an Metallfremdstoffen sicherstellen soll, kann als Rohstoff für die Steingutplatten und im allgemeinen für die porösen feinkeramischen Massen Anwendung finden. Die zweite Sorte muss einer mechanischen Vorbereitung (magnetische Scheidung und Flotation) unterzogen werden, mit deren Hilfe alle wertvollen Metallmineralien und die unerwünschten Fremdstoffe in den Kerammassen beseitigt werden.

Makroskopisch besitzt das ausgeschiedene Material ein nadelartiges Gefüge, dessen Fasern zwischen Zehntelmilimeter bis zu 2—3 cm lang sein können und deren Dicke zwischen 0,1—1 mm schwankt. Dieses ist nicht rein, sondern weist Maschen, Nester von Granatskarn mit gelblichgrüner Farbe auf.

Die chemische Analyse eine Durchnittsprobe (11) ist folgende :

H_2O	0,34 %	K_2O	0,17 %
P.C.	0,44 %	Na_2O	0,16 %
SiO_2	49,88 %	Cr_2O_3	abwesend
Fe_2O_3	0,77 %	V_2O_5	„
FeO	0,37 %	MoO	0,006 %
Al_2O_3	0,92 %	Bi_2O_3	Spuren
TiO_2	abwesend	ThO_2	0,12 %
CaO	44,30 %	MnO	1,30 %

Die beiläufige mineralogische Zusammensetzung ist folgende:

— Wollastonit	cca 70%
— Pyroxen	„ 16—17%
— Granat	„ 2—3%
— Zeolith	„ 10%
— Karbonat	„ 2%

In der Zussammensetzung des Wollastonits von Băiţa macht sich die Anwesenheit des Fe_2O_3 bemerkbar und insebesondere das MnO, dessen Menge 1,30% erreicht.

Da die mineralogische Analyse die Anwesenheit im Kristallgitter von Mn_2^+ — Ionen durch die isomorphe Substitution der Ca^{2+} — Ionen angibt, geht hervor, dass wenige Möglichkeiten einer Minderung des MnO-Inhalts bestehen. Deswegen ist der Gebrauch des Wollastonits von Băiţa als Rohstoff nur für diejenigen Massen begrenzt, bei welchen die Anwesenheit des Mangans durch die Farbe der Glasphase nicht störend wirkt. Da die Steingüter poröse Massen darstellen, also mit einem verwinderten Inhalt an Glasphase, ist die Anwesenheit der Melanokratelemente, so z.B. des Mangans, weniger schädlich als im Falle der Porzellane, welche mehr Glasphase enthalten. Andererseits hat die Farbe der Steingutmasse keinen direkten Einfluss auf das Aussehen der Erzeugnisse, da diese mit undurchsichtigen Glasuren überdeckt sind.

Vorliegende Arbeit bezweckt die Zusammensetzung der Kalziumsteingutmassen mit Wollastonit von Băiţa bei entsprechenden physikalisch-mechanischen Kennzeichen hervozuheben und bei welchen die Anwesenheit des Mangans nicht störend wirkt. Zu diesem Zweckt wurde von der Erwägung ausgegangen, dass solche Massen bei der Höchstbrandtemperatur der Steingütter von 1300°C einen Inhalt an flüssiger Phase unter 50% haben müssen. Die Zusammensetzung dieser Steingutmassen wurde im Vergleich mit den Porzellantypen (mit flüssiger Phase über 50%) entsprechend den Phasen thermischen Gleichgewichtsdiagrammen des Systems $CaO.SiO_2$ - $3Al_2O_3.2SiO_2$ - SiO_2 berechnet.

3. *Die Phasen der thermischen Gleichgewichte im System* $CaO.SiO_2$ - $3Al_2O_3.2\,SiO_2$ - SiO_2

Die Lage der keramischen Massen die aus Wollastonit, Quarz und Kaolin hergestellt sind, befinden sich im System CaO-Al_2O_3-SiO_2 im Rahmen der Untersysteme I: $CaO.SiO_2$ - SiO_2 - $CaO.Al_2O_3.2SiO_2$ mit dem Eutektikum E_1 mit der Schmelztemperatur von 1170°C und der Untersystem II: SiO_2 - $CaO.Al_2O_3.2\,SiO_2$ - $3Al_2O_3.2\,SiO_2$ mit dem Eutektikum E_2 mit der Schmelztemperatur von 1345°C. Wenn man in Betracht zieht, dass die Steingüter Massen darstellen, deren Inhalt an flüssiger Phase unter 40—50% ist, bei Brandtemperaturen im allgemeinen unter 1300°C — geht hervor, dass die Lager solcher Massen nur im Untersystem I zu finden sind.

Die Prüfundg der Phasen thermischer Gleichgewichte in dem erwähnten Untersystem fand statt, indem die Zonen der Porzellane und der

Steingüter abgegrenzt wurden, deren Brandtemperaturen höher liegen als diejenigen des Eutektikums (entsprechend 1170°C), nämlich 1200°C, 1250°C und 1300°C. Zu diesem Zweck wurden die Isohygre von 20,50 und 80% flüssiger Phase für die erwähnten Temperaturen errechnet.

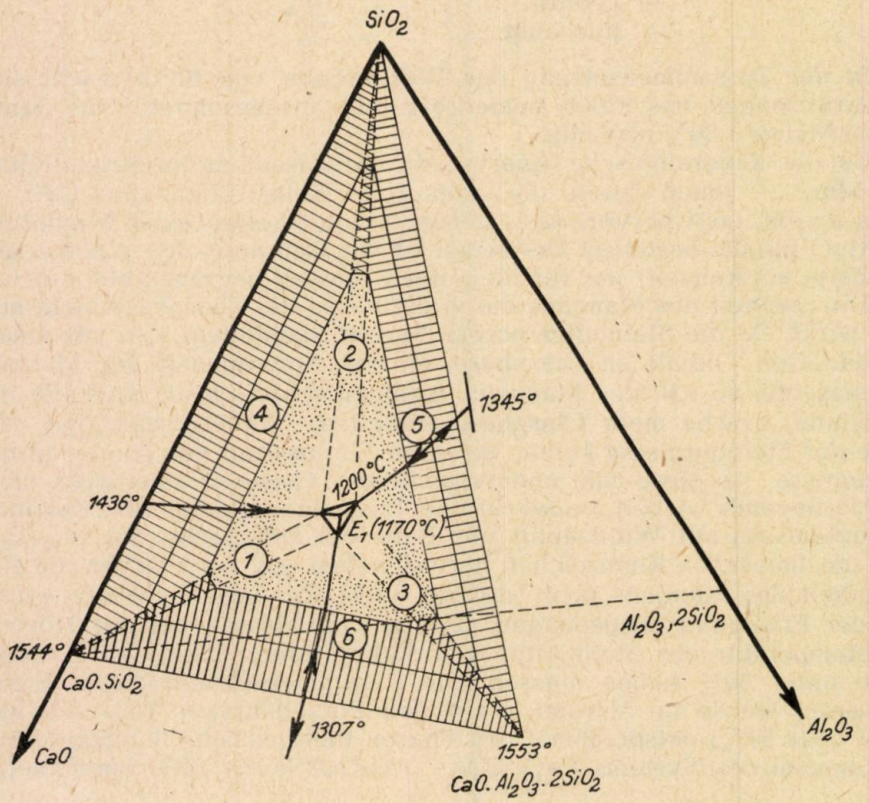


Bild. 1. *Zeichenerklärung:* Unäre Porzellane und Steingüter.
1 — wollastonitische; 2 — cristobalitisce; 3 — anorthitische.
Polynäre Porzellane und Steingüter
4 — wollastonit-cristobalitische; 5 — cristobalit-anorthitische; 6 — wollastonit-anorthitische

Die Systematisierung der Massen nach der Anzahl und Natur der enthaltenen Kristallphasen hat folgende Porzellan- und Steinguttypen hervorgerufen:

unäre: wollastonitische, anorthitische und cristobalitische Massen,
polynäre: wollastonit-anortitische, wollastonit-cristobalitische und cristobalit-anortitische Massen.

Die Porzellane nehmen die Zentralzonen (Bild 1) und die Steingüter die peripherischen Zonen ein. Die grösste Ausbreitung weisen die Massen mit cristobalitinhalt auf, während die Wollastonit- und Anorthit-

massen beschränktere Bereiche einnehmen. Man bemerkt zugleich, dass nur von Wollastonit und Kaolin ausgehend keine Möglichkeit besteht, anorthitische Porzellane zu erhalten, sondern nur Steingüter von diesem Typ.

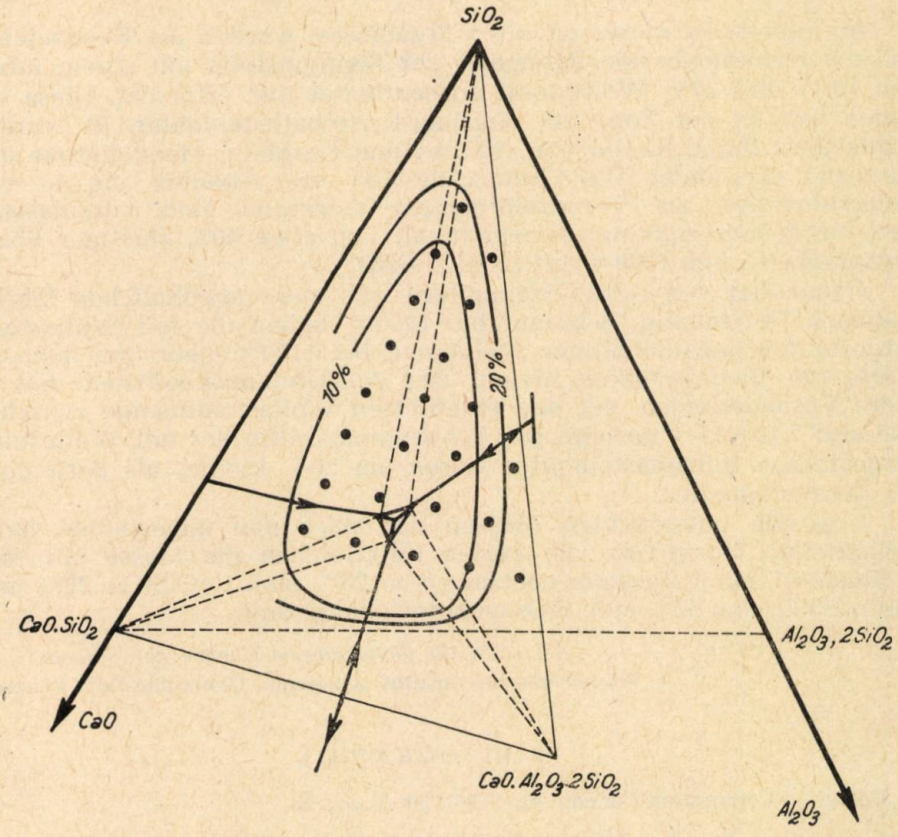


Bild 2. *Zeichenerklärung* : — Wasseraufnahme, %.

4. *Die experimentelle Prüfung der Phasen thermischer Gleichgewichte im System : $CaO.SiO_2$ - $CaO.Al_2O_3.2\,SiO_2$ - SiO_2*

In der Absicht, die Phasen thermischer Gleichgewichtsbeziehungen im erwähnten System zu überprüfen, wurden Massen in Betracht gezogen, bei derem Zubereitung Băiţa - Wollastonit, Chinakaolin und Miorcanniflint gebraucht wurden. Die Probekörper wurden bei einem Druck von 200 kg/cm² hergestellt und bei 1200°, 1250° und 1300°C gebrannt.

Die Bestimmung der Kurven gleicher Porösität and Hand der bei 1200°C gebrannten Proben (Bild 2) und die mikroskopische Prüfung der verhältnismässigen Bildung der Phasen bei dieser Temperatur, haben

eine zufriedenstellende Einreihung dieser in der Steingutzone gezeigt, bestimmt von den Isohygrokurven der 20 und 50% flüssigen Phase aus dem Gleichgewichtsdiagramm.

5. *Fabrikmässige Anwendungen*

In Anbetracht dieser erzielten Ergebnisse, wurden die Kennzeichen und die technologischen Parameter der Steingutstoffe mit einem Inhalt von 10,15 und 20% Wollastonit ausgearbeitet und erforscht. Diese befinden sich in der Zone der Kalzium-Kristobalitsteingüter. Es wurden Wollastonit Băița, Kaolin von Aghireș und Harghita, Medgidiatone und Burusand verwendet. Die Eisenoxyde und die Alkalien die in den Naturrohstoffen als Verunreinigungen anwesend sind, veranlassen, dass die Brandtemperatur, einem Inhalt von etwa 40% flüssiger Phase entsprechend, von 1200°C auf 1100°C. sinkt.

Gegenüber den Alkali-Steingütern aus der gewöhnlichen fabrikmässigen Herstellung, gebrannt bei 1250°C haben die mit Wollastonit hergestellten kalziumhaltigen Steingüter, bei 1100°C gebrannt, doppelte Werte der Biegefestigkeit erzielt. Der Ausdehnungskoeffizient hat lineare Veränderungen, mit der angeführten Wollastonitmenge zwischen 4,66 und $7{,}10 \times 10^{-6}$ gezeigt. Die Schwindungswerte der mit Wollastonit hergestellten Kalziumsteingüter waren um 30% kleiner als derjenigen der Alkalisteingüter.

Von den untersuchten Massen hat, nach den angestellten halbindustriellen Versuchen, die besten Kennzeichen die Masse mit 20% Wollastonit, einer Zusammensetzung von 23% mol. $CaO.SiO_2$, 22% mol. $Al_2O_3.2\,SiO_2$ und 52% mol. SiO_2 entsprechend gezeigt.

Lehrstuhl für Physikalische Chemie der Silikate
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bukarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *„Cabot"* — Corporation-Ceramic Age. 1961, Nr. 3, pag. 64
2. *Wanie, W.* — Glass-Email-Keramo-Technik, 1958, Nr. 4, pag. 128.
3. * * * — Sprechsaal-Fragekasten, 1964, Nr. 15, F2—F3.
4. *Hizanșlivi u.a.* — Steklo i Keram., 1964, Nr. 5, pag. 27.
5. *Keeling, Z. A.* — Trans. Brit. Ceram. Soc.. 1963, Nr. 10. pag. 877.
6. *Fabranberger, U* — Keram. Zeitsch., 1966, Nr. 4.
7. *Nasova, Z. A.* — Steklo i Keram., 1964, Nr. 4, pag. 15.
8. *Polar, A.* — Ceram. Ind., 1959, Nr. 6, pag. 70.
9. *Polar, A. u.a.* — Bull. Amer. Cer. Soc., 1959, pag. 466.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 678.5/.7/.8

THE DEPENDENCE OF HUGGINS CONSTANT WITH THE MOLECULAR WEIGHT *

O. F. SOLOMON, I. Z. CIUTA

The dependence of the intrinsic viscosity with the concentration of polymer solutions is expressed by the known relations of Huggins [1], Kraemer [2], and Schultz and Blashke [3].

$$\eta_{sp}/c = [\eta] + k_H [\eta]^2 c \tag{1}$$

$$ln\ \eta_{rel}/c = [\eta] - k_K [\eta]^2 c \tag{2}$$

$$\eta_{sp}/c = [\eta] [1 + k_{sB}\ \eta_{sp}] \tag{3}$$

k_h, k_k, k_{sp} being characteristic constants for a given system polymer-solvent but they are likely to change in the case of using different solvents for the same polymer.

In a previous paper, we proposed the equation :

$$[\eta] = \frac{\sqrt{2}}{c} \sqrt{\eta_{sp} - ln\ \eta_{rel}} \tag{4}$$

and recently we published another equation an the data obtained whith both this equations [4].

This equation is important enough for the systems polymer-solvent for which the mentioned constants are not yet established.

It is also possible to calculate the intrinsic viscosity from one point measurement.

The interest showed for the study of dependence of k with molecular weight, becomes the greater, the more one analyses the fact that for the determination of the intrinsic viscosity by Huggins, Kraemer or Schultz-Blaschke equation, it is necessary to consider these constants known only from mathematical point of view.

It is necessary also to consider that there are not completely established the cases when the constants of the type k depend by the molecular weight, which is the physical signification of this dependence.

We proposed for intrinsic viscosity determination the equation [5]

$$c/\eta_{sp} = -k c + \frac{1}{[\eta]} \tag{5}$$

* Manuscript received December 12, 1968.

which permits to determine also k from Huggins, or from Schutz and Blasche's equations.

But taking into consideration that case we propose the reanalyzation of the data obtained for k in several papers.

How this dependence appears using Huggins, Kraemer or Schultz-Blaschke equations for the determination of intrinsic viscosity?

The data from the litterature concerning the variation of k_H with molecular weight are contradictory.

Fox and Flory consider that it doesn't exist any variation of the k_H with the molecular weight mentioning that k_H is a characteristic constant of the polymer solvent system and is independent of the molecular weight [6]. Of the same opinion are also P. H. Plesch and R. P. Rutheford [7].

Alfrey, Bartovics and Mark consider that there are cases when the value of k_H may be constant, but it can be also variable, depending of certain physical conditions of the process for obtaining the polymer [8].

Mc Cormick [9] agrees that the value of k_H is aproximatively constant for the thermally obtained polystyrene and variable in the case of anionically polystyrene when it is observed a diminishing of the k values with increasing of molecular weight the variations being more important in the range of low molecular weights.

There were proposed some empirical formula in order to show the dependence of k_H with molecular weight, which have not a unitary signification, as it results from their analyse.

So Stern [10] propose the equation

$$k_H = D + E(\eta)^{-2} \tag{5}$$

and Utracki and Simha [11]

$$k_H = \text{const.}\, M^{-n} \tag{6}$$

where, D, E and n are constants independent of the molecular weight.

The named ecuations are useful only in a narrow molecular weight distribution.

H. Sotobayashi [12] propose the empirical ecuation

$$k_H = \frac{a}{M\,c} + b \tag{7}$$

useful in a wider molecular weight distribution.

For the case of polystyrene [9] in toluene between molecular weight 6000 to 1000000 the values of the constants a and b are respectively 15 and 0,32, and for poly N-vinylcarbazole in benzene [12] 160 and 0,54.

Discussions

The way k varies in fonction of the value of (η) or molecular weight for the case of the same system polymer-solvent is represented in the fig. 1, 2, 3, or for diferent cases of polymer syntheses in fig. 4.

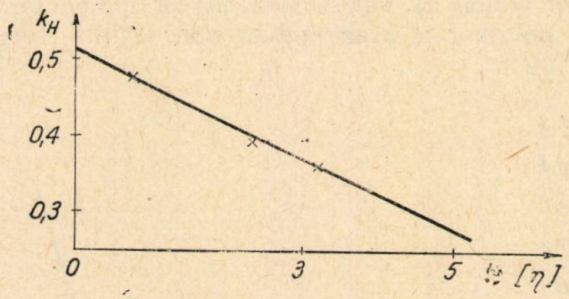


Fig. 1. Plot of k_H vs. (η) for polystyrene in toluene after the data of Goldberg (13).

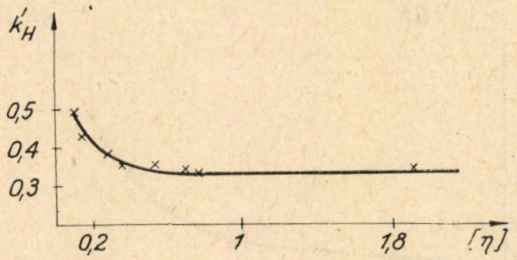


Fig. 2. Plot of k_H vs (η) for anionic polystyrene in toluene after the data of McCormick (9).

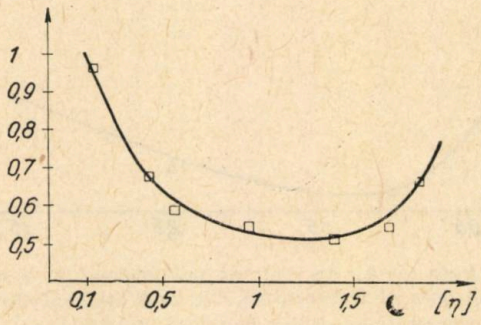


Fig. 3. Plot of k_H vs. (η) for thermical polystyrene in toluene after the data of McCormick (9).

As it results from the diagrams presented in fig. 1, 2, 3 and 4, k_H has a different variation even in the case of the same polymer-solvent system.

The constant k_H shows a very complex variation in the case of solvent systems with different chemical nature, as can be seen in the diagrams from the fig. 2, 5, 6, 7, 8.

The way in which k_H varies with (η) or molecular weight in the case when the polymer is branched or not, results from the diagrams showed by the fig. 9.

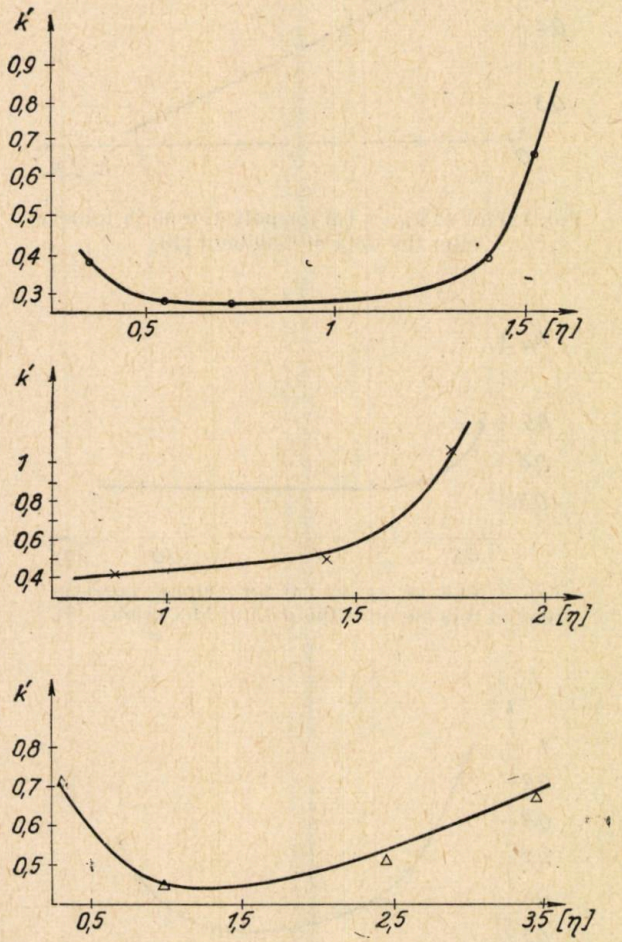


Fig. 4. Plots of k_H vs. (η) for polyetylene in p-xilene after the data of Schuurmans (14) and Trementozzi (15).

⊠ -- polyetylene of high pressure (Schuurmans)
⊗ — polyetylene of high pressure (Trementozzi)
× — polyetylene of high pressure (Trementozzi)
Δ — polyetylene of low pressure K. Ziegler (Trementozzi)

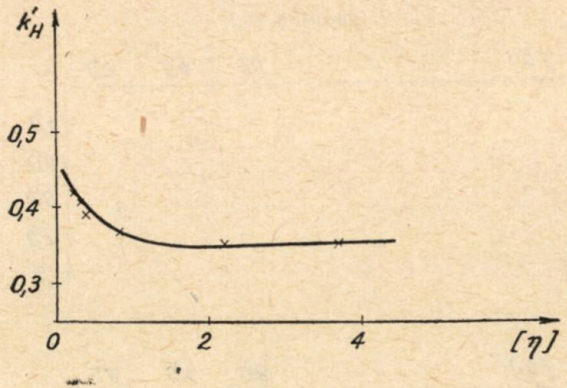


Fig. 5. Plot of k_H vs. (η) for anionic polystyrene in benzene after the data of Altares (16)

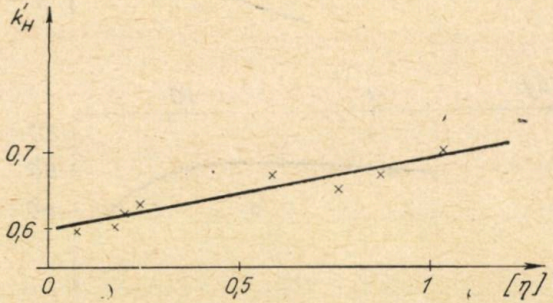
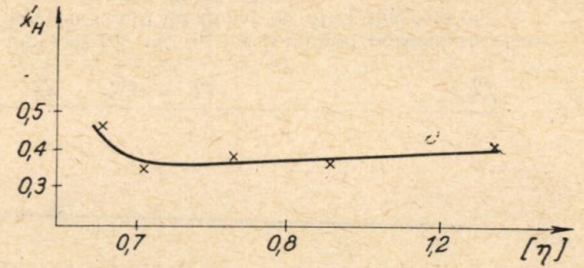
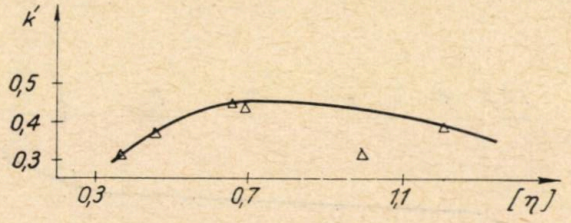


Fig. 6. Plot of k_H vs. (η) for anionic polystyrene in ciclohexane after the data of Altares (16).





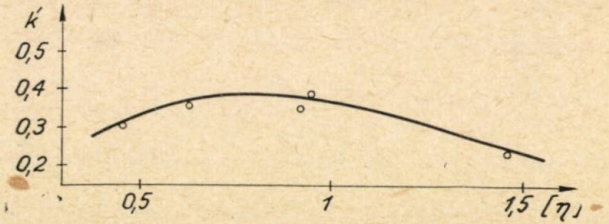


Fig. 7. Plots of k_H vs. (η) for polyacetate in various solvents after the data of Moore (17).
× — acetone Δ— chlorobenzene ⊗— chloroform

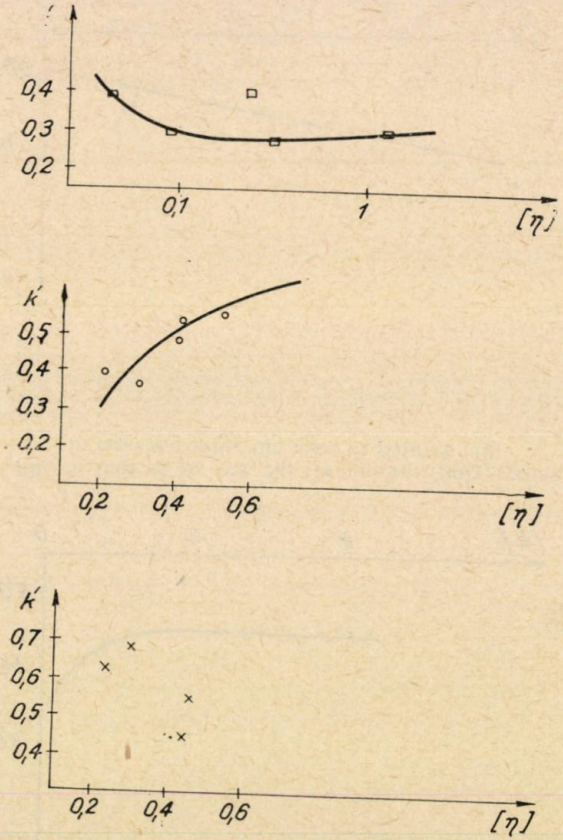


Fig. 8. Idem

☒ — dioxane ⊗ — methanol × – toluene

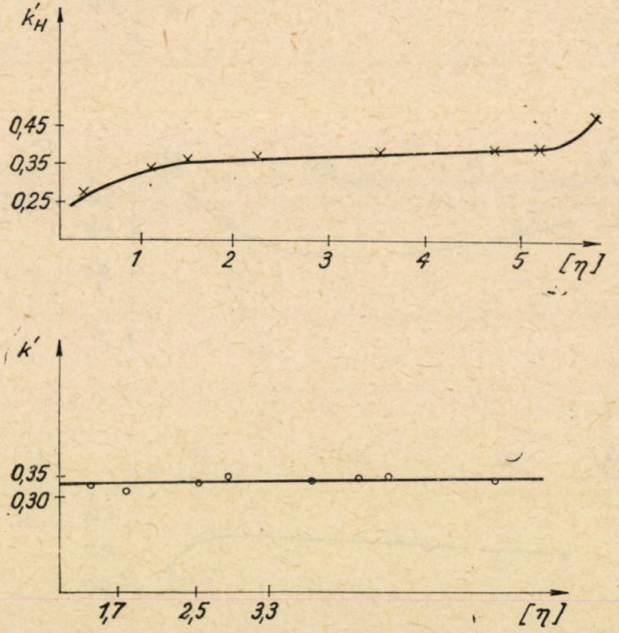


Fig. 9. Plots of k_H vs. (η) for franched polyvinylacetate in benzen x and for linear ⊗ after the data of Hobbs (18).

In the case of different polymer solvent systems k_H varies with (η) or molecular weight by different ways fact which one can see from the diagrams from the figures 2, 4, 7, 9, 10, 11, 12.

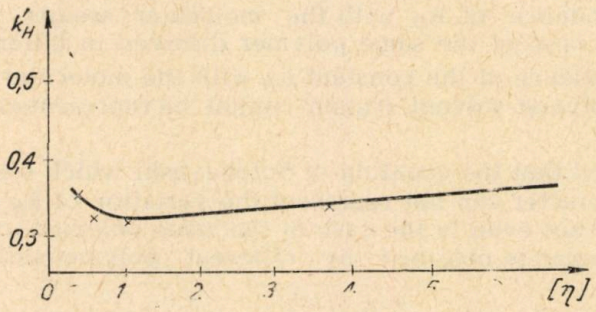


Fig. 10

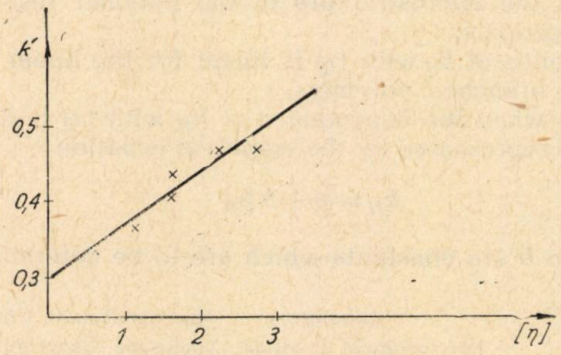


Fig. 11. Plot of k vs. (η) for cellulose acetate in acetone after the data of Sookne (20).

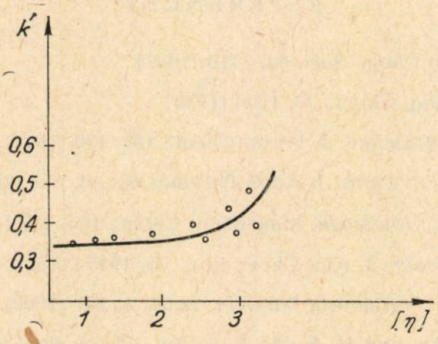


Fig. 12. Plot of k vs. (η) for SBR rubber in benzene after the data of Cragg (21).

Conclusions

From all the data analysed above one can see that k_H varies more with molecular weight in the cases of low molecular weights.

The dependence of k_H with the molecular weight has different aspects in the case of the same polymer disolved in different solvents.

The dependence of the constant k_H with the molecular weight even in the same polymer-solvent system cannot be represented only by one ecuation.

We learned that the ecuation of Sotobayashi which seemed to have a generaly character can not represent the variation of k_H with the molecular weight not even in the case of the same polymer-solvent system when the polymer is obtained by different polymerisation methods (Fig. 1, 2, 4).

These differences may be the consequence of some different microstructures obtained from the polymerisation process.

Then in order to definite the dependence of the constant k_H with the molecular weight even in the same polymer-solvent system, we have to consider also the microstructure of the polymer resulted from the type of polymer process.

The dependence of k_H with (η) is linear for the linear polymers and not linear for the branched polymers.

In the cases when the dependence of k_H with (η) is linear, this dependence can be represented by the empirical ecuation

$$k_H = a + b\,[\eta] \tag{8}$$

Where a and b are constants which are to be determined for every case.

— *Laboratory of Macromolecular Chemistry*
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"-Bucharest

REFERENCES

1. *Huggins, M. L.*, J. Am. Chem. Soc., 64, 2716 (1942).
2. *Kraemer, E. O.*, Ind. Eng. Chem., 30, 1200 (1938).
3. *Schultz, G. V. and F. Blaschke*, J. Praht. Chem., 158, 130 (1941).
4. *Solomon, O. F., and I. Z. Ciută*, J. Appl. Polymer Sci., 6, 683 (1962).
5. *Solomon, O. F., and B. Gotesman*, Makromol. Chem., 104, 177 (1967).
6. *Fox, T. G., and P. J. Flory*, J. Am. Chem. Soc., 73, 1915 (1951).
7. *Plesch, P. H., and R. P. Rutheford*, Polymer, Lond. 1, 271 (1960).
8. *Alirey, T., A. Bartovics and H. F. Mark*, J. Am. Chem. Soc., 65, 2319 (1943).
9. *McCormick, H. W.*, J. Colloid Sci., 16, 635 (1961).

10. *Stern, M. D.*, The 142th National Meeting of the American Chemical Society Atlantic City, N. J., September 1962.

11. *Utracki, L., and R. Smiha*, J. physic. Chem., 67, 1052 (1963)

12. *Sotobayashi, H.*, Makromol. Chem., 83, 235 (1964).

13. *Goldberg, A. I., W. P. Hohenstein, and H. Mark*, J. Polymer Sci., 2, 503 (1947).

14. *Schurmans, H. J. L.*, J. Polymer Sci., 57, 557 (1962).

15. *Trementozzi, Q. A.*, J. Polymer Sci., 23, 887 (1957).

16. *Altares, T. jr., D. P. Wyman and R. Allen*, J. Polymer Sci., 2, 4540 (1964).

17. *Moore, W. R., and M. Murphy*, J. Polymer Sci., 56, 519 (1962).

18. *Hobbs, L. M., and V. C. Long*, Polymer, Lond., 4, 479 (1963).

19. *Billmeyer, F. W. jr.*, J. Polymer Sci., 4, 83 (1949).

20. *Sookne, A. M., and M. Harris*, Ind. Eng. Chem., 37, 475 (1945).

21. *Terutake Homma et al.*, J. Appl. Polymer Sci., 8, 2853 (1964).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1963, Numerele 3—4

FIZICĂ

C. Z.: 532.13 : 539.16 : 661.728.84 : 535.3

ASUPRA UNEI ÎMBUNĂTĂȚIRI A METODEI DE VISCOZIMETRIE RADIOACTIVĂ*

H. FUIA, TR. CREȚU

Determinarea viscozității fluidelor prin metode radioactive [1] prezintă o serie de avantaje față de metodele clasice folosite. Metodele de viscozimetrie radioactivă, indicate în literatură [2, 3], folosesc în majoritatea lor aparatură relativ complicată și costisitoare. În laboratorul de tehnica nucleară a catedrei de Fizică II, din Institutul politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", s-a reușit elaborarea unei metode [4] de determinare a viscozității fluidelor, folosind o singură sursă radioactivă cu un canal de măsurare. Acest lucru simplifică mult aparatura utilizată. Cu toate avantajele ei multiple, această metodă necesitînd o etalonare prealabilă bazată pe măsurări statistice, este greu de aplicat în toate măsurările industriale, deoarece efectuarea etalonării indicate influențează negativ rapiditatea obținerii valorii viscozității fluidelor, condiționată de unele procese industriale.

În scopul înlăturării acestor neajunsuri am căutat o metodă directă de calcul a vitezei de deplasare a bilei radioactive în lichidul de studiat din determinarea succesivă a vitezei de numărare la anumite intervale de timp.

Bila A este lăsată, fără viteză inițială, să cadă în lichid (fig. 1). Dacă considerăm că contorul numără într-un interval de timp Δt_1 suficient de mic pentru ca în acest interval bila radioactivă să rămînă practic în repaus, putem scrie că numărul de impulsuri înregistrat de contor în acest interval va fi :

$$N_1 = \frac{S\varepsilon}{4\pi D^2} e^{-\mu_a D} \tag{1}$$

După un interval de timp $\Delta t_2 >> \Delta t_1$ bila radioactivă se va afla la distanța $D + \Delta t_2$ de control și dacă se deplasează cu o viteză constantă v, numărul de impulsuri înregistrat de contor în acest caz va fi :

$$N_2 = \frac{S\varepsilon}{4\pi (D + v\Delta t_2)^2} e^{-(D\mu_a + v\Delta t_2 \mu_e)} \tag{2}$$

* Manuscris predat la redacție la 10 noembrie 1967.

La un interval de timp Δt_2 de la această măsurare, bila se va afla la distanța $D+2v\Delta t_2$ de contor, iar numărul de impulsuri va fi :

$$N_3 = \frac{S\,\varepsilon}{4\pi(D+2v\Delta t_2)^2} \cdot e^{-\mu_a D} \cdot e^{-2\mu_e v\Delta t_2} \qquad (3)$$

unde :

S — este suprafața eficace a contorului,

ε = eficacitatea de înregistrare a contorului,

μ_a, μ_e = coeficienții de absorbție a radiației γ utilizate în aer, respectiv, în lichidul de studiat.

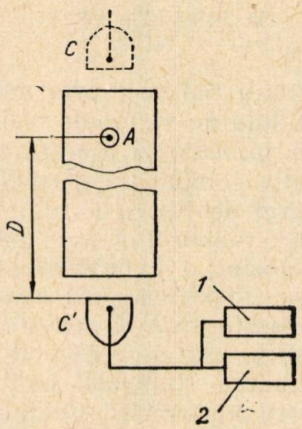


Fig. 2. Schema de ansamblu a vîscozimetrului radioactiv utilizat.
A = bila radioactivă
C și C' = contori G—M.
1 = Cronometru electronic
2 = numărător electronic

Din relațiile (1)—(3) putem determina viteza de cădere a bilei radioactive :

$$v = \frac{D}{\Delta t_2}\left[(\beta-1) \pm \sqrt{\beta(\beta-1)}\right] \qquad (4)$$

unde prin β am înlocuit raportul $\frac{\sqrt{N_1 N_3}}{N_2}$.

Semnul (+) în fața radicalului corespunde cazului deplasării bilei ilustrată în fig. 1 cînd contorul ocupă poziția C, iar semnul (—) cazului în care contorul ar fi așezat în poziția C'.

Formula (4) a fost dedusă în ipoteza că intervalul de timp Δt_1 este foarte mic în comparație cu intervalul de timp Δt_2 de deplasare a bilei

între două măsurări. Pe de altă parte din necesitatea măsurării cu o statistică cît mai bună se impune ca Δt_1 să fie pe cît posibilă mai mare. Pentru ca deplasarea bilei în intervalul Δt_1 să fie cît mai mică, trebuie ales un raport optim între dimensiunile și densitatea bilei pe deoparte și vîscozitatea lichidului pe de altă parte.

De asemenea se observă că pentru distanțe D mari, mărimile $v\Delta t_2$ vor fi neglijabile față de valoarea lui D și deci valorile vitezelor de numărarea N_1, N_2 și N_3 vor fi foarte apropiate, adică erorile de măsurare vor crește odată cu distanța D. Această deficiență poate fi înlăturată mărînd distanța parcursă de bilă între două măsurări succesive, distanță limitată însă de dimensiunile vasului.

Absorbția în stratul de lichid conduce spre micșorarea erorilor, deoarece din cauza absorbției se mărește diferența vitezelor de numărare

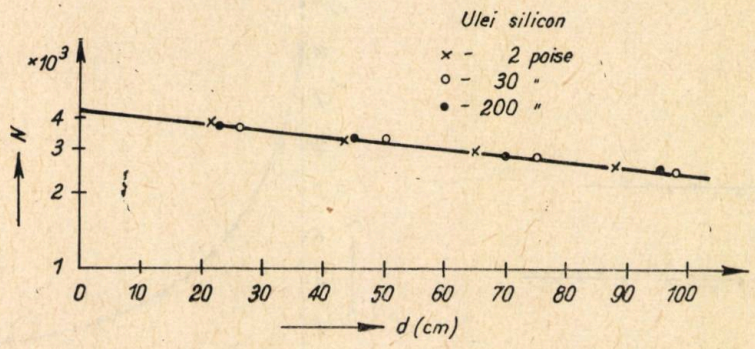


Fig. 2. Reprezentarea la scară semilogaritmică a vitezei de numărare funcție de grosimea stratului uleiurilor de silicon.

înregistrate succesiv. Acest efect este independent de vîscozitate în cazul aceluiași lichid. Măsurările coeficienților de absorbție a radiației γ emisă de sursa Co^{60} în uleiurile de silicon cu vîscozități de 200, 30 și 2 P indică aceeași valoare a coeficienților de absorbție (fig. 2), egală cu $(0{,}06 \pm 0{,}0012)$ cm^{-1}.

În scopul verificării relației (4) am recurs la început la măsurări statice, adică am măsurat succesiv vitezele de numărare N_0, N_1, N_2... ...N_n cînd bila se află respectiv la distanțele D, $D+x$, $D+2x$,...,$D+nx$ de contor. În acest caz valoarea distanței x poate fi calculată după formula:

$$x = D\left[\beta - 1 \pm \sqrt{\beta(\beta - 1)}\right] \qquad (4')$$

rezultată în mod evident din relația (4).

Rezultatele acestor măsurări au fost satisfăcătoare în cazul în care raportul x/D nu a fost sensibil mai mic decît 0,1. Măsurările statice au fost efectuate atît în aer cît și în uleiuri de silicon de diferite vîscozități.

În fig. 3 se indică două serii de măsurări pentru două valori ale distanței x, măsurate direct și calculate după formula (4'). În scopul reducerii erorilor datorite abaterilor statistice a valorilor N_0, N_1... N_n în cal-

culul distanței x s-au folosit valorile N'_0, N'_1, N'_2 ..... N'_n corespunzătoare curbei trase printre valorile experimentale (fig. 4).

Rezultatele experimentale arată, după cum reiese din cele indicate, că formula (4') permite calcularea distanței x cu o precizie de aproximativ 4%, în limitele respectării raportului x/D arătat mai sus. Aceste rezultate constituie o bază de siguranță pentru trecerea la măsurarea directă a vitezei de cădere a unei bile radioactive în lichide a căror vîscozitate dorim s-o determinăm.

Pentru determinarea vitezei de cădere a bilei radioactive în diferite lichide s-a folosit un cronometru electronic, care constă dintr-un multivibrator și un ceas electric. Multivibatorul [5] este conectat în așa fel, încît numărătorul electronic utilizat numără un interval de timp Δt_1

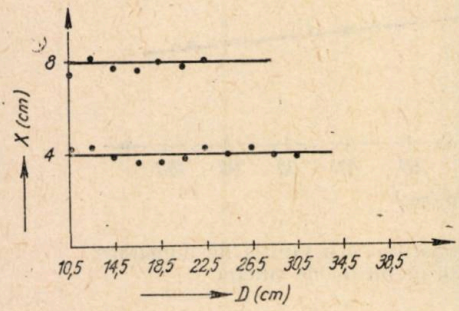


Fig. 3. Valorile distanței x calculate din datele experimentale pentru diferite valori a distanței D.

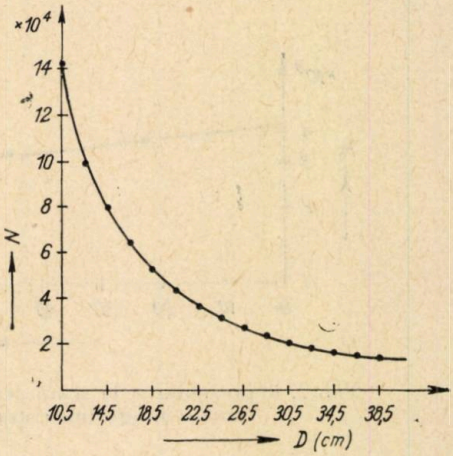


Fig. 4. Valorile experimentale ale vitezei de numărare pentru diferite distanțe D între sursa radioactivă și contor.

în care bila este în repaus, iar un interval de timp Δt_2, în care bila se deplasează cu distanța $v\Delta t_2$. Intervalele de timp Δt_1 și Δt_2 au fost măsurate cu ajutorul unui ceas electric cu o precizie de 0,005 sec. De asemenea valorile intervalelor de timp Δt_1 și Δt_2 pot fi reglate continuu între 1 și 8 sec.

Experimental s-au ridicat curbele care reprezintă dependența vitezelor de numărare de intervalul de timp scurs de la lăsarea fără viteză inițială a bilei în lichidul de studiat. În fig. 5 se indică o astfel de curbă obținută pentru cazul în care am folosit o bilă de sticlă, în care s-a inclus o sursă de Co^{60} de activitate 0,3 mC_i, care a fost lăsată să cadă într-un ulei de silicon, de vîscozitate cunoscută ($\eta 20°C = 1240$ P), iar distanța D dintre contor și poziția bilei în care s-a început înregistrarea a fost de 19 cm. Intervalele de timp alese au fost de $\Delta t_1 = 1$ sec. și $\Delta t_2 = 6$ sec. Viteza de deplasare a bilei respective în uleiul de silicon a fost măsu-

rată şi vizual cu o precizie suficient de mare obţinîndu-se valoarea $v_{viz} = (0{,}0312 \pm 0{,}0002)$ cm/sec. Cu ajutorul vitezelor de numărare obţinute din fig. 5 s-a calculat pentru diferite intervale de timp viteza v după formula (4), obţinîndu-se valoarea $v_{exp_i} = (0{,}0295 \pm 0{,}0012)$ cm/sec. Măsurările au fost efectuate în mai multe serii, constatîndu-se o bună reproductibilitate a rezultatelor obţinute.

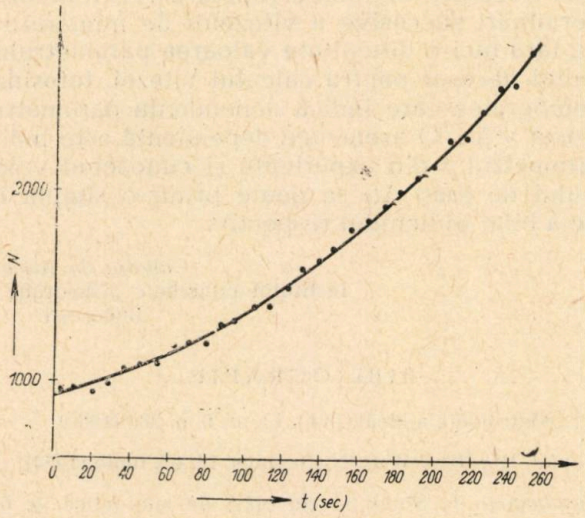


Fig. 5. Dependenţa vitezei de numărare de intervalul de timp care s-a scurs din momentul lansării bilei în lichidul studiat.

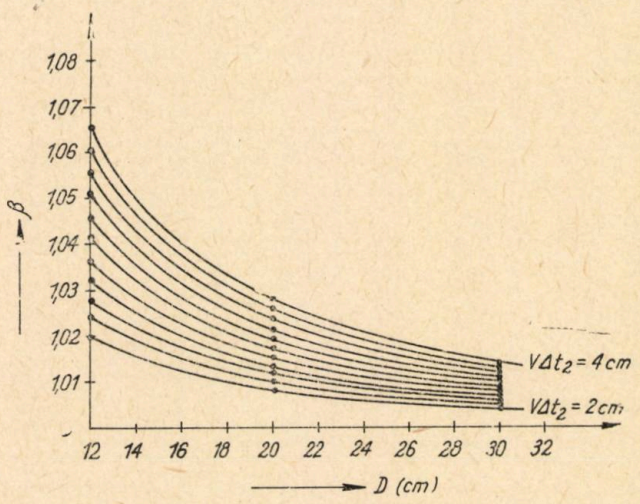


Fig. 6. Valorile parametrului β funcţie de distanţa D şi produsul $v\Delta t$

Din rezultatele obţinute reiese clar că alegînd condiţiile optime de experimentare se poate determina cu ajutorul metodei propuse, viteza de cădere a bilei radioactive în diferite lichide cu o precizie mai bună de 5%. Determinînd această viteză pentru diferite lichide putem calcula după legea lui Stockes vîscozităţile lichidelor respective.

Metoda propusă uşurează determinarea vîscozităţilor în laboratoare uzinale unde este necesară obţinerea rapidă a rezultatelor. Este evident că din trei determinări succesive a vitezelor de numărare N_1, N_2 şi N_3 se poate calcula fără nici o dificultate valoarea parametrului β. În sensul înlăturării timpului necesar pentru calculul vitezei, folosind formula (4), se pot folosi nomograme care indică dependenţa parametrului β de distanţa D şi produsul $v\,\Delta t_2$. O asemenea dependenţă este indicată în fig. 6. Determinînd parametrul β din experienţă şi cunoscînd valorile distanţei D şi a intervalului de timp Δt_2 se poate printr-o simplă împărţire afla viteza de cădere a bilei în lichidul respectiv.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. *Fuia H., Creţu Tr.*, Metrologia aplicată, vol. 13, nr. 6, p. 280 (1966).
2. *Rogess A. J., Weyl J. W., Hood W.L.*, Nucleonics, 12, 62, iunie (1954).
3. *Popescu Al., Carabogdan I.*, Studii şi cercetări de energetică, 9, 623 (1959).
4. *Ausländer J., Fuia H.*, International Journal of Applied Radiation and Isotopes. *16*, p. 667 (1965).
5. *Fuia H., Ponner I.*, Buletinul Institutului politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej", T. XXIX. (1967), Nr. 1.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

MECANICĂ

C. Z.: 629.13 : 629.19 : 522

CONSIDERAȚII ASUPRA UNOR MANEVRE OPTIME ALE APARATELOR COSMICE PROPULSATE DE MOTOARE REACTIVE DE MICĂ TRACȚIUNE *

C. GUȚĂ, AL. MARINESCU

1. Introducere

Motoarele reactive de mică tracțiune au aplicații din cele mai diverse în comanda navelor cosmice, în trecerea de pe o orbită pe alta sau în joncțiunea aparatelor cosmice [1], [2], [5]. Tipurile de motoare reactive de mică tracțiune cele mai folosite în prezent sînt cele cu plasmă sau electrice (electrostatice sau electrodinamice) care, vor fi completate în viitorul apropiat de motoare utilizînd energia solară sau a particolelor încărcate, existente în spațiul cosmic. Optimizarea mișcării aparatelor cosmice [3], [4], [5], este o problemă complexă, ea comportînd rezolvarea simultan a unor probleme de alegere optimă a greutății motorului, a regimului optim de funcționare a acestuia precum și a traiectoriei de zbor, care să asigure o încărcătură utilă maximă. Problemele de optimizare sînt atît de diverse încît în prezent ele conturează un nou capitol al mecanicii zborurilor cosmice [3]. În mod nemijlocit problemele de optimizare sînt legate de parametri caracteristici ai motoarelor reactive de comandă cum ar fi: greutatea specifică a sistemului de propulsie ($\gamma = \frac{G_m}{F}$, G_m fiind greutatea motorului, iar F forța de tracțiune dezvoltată), viteza efectivă de scurgere din motor a jetului reactiv $(\bar{c})$, accelerația datorită forței de tracțiune $\bar{a}$. Ca parametru convențional, care împarte sistemele de propulsie în sisteme cu motoare reactive de mare tracțiune și de mică tracțiune, a fost ales accelerația datorită forței de tracțiune $(\bar{a})$.

Pe baza legilor mecanicii teoretice, se poate deduce ușor, că valoarea maximă a accelerației datorită forței de tracțiune se atinge atunci

* Manuscris predat la redacție la 21 octombrie 1967.

cînd greutatea sistemului motor ese preponderentă în raport cu celelalte componente ale aparatului cosmic. Aceasta revine la a scrie :

$$a_{max} \frac{g}{\nu} \quad (1)$$

unde **g** este accelerația gravitației în punctul considerat.

Motoarele rachetă de **mare tracțiune** sînt acelea pentru care $\nu<1$, deci $a_{max}>g$, iar cele de **mică tracțiune** sînt acelea pentru care $\nu>1$ sau $a_{max}<g$.

Din punctul de vedere al mecanicii zborului cosmic, o influență hotărîtoare au două din caracteristicile instalației de propulsie și anume : posibilitatea de dirijare a jetului reactiv după o direcție oarecare, precum și cantitatea de combustibil sau agent de lucru consumat pentru crearea forței de tracțiune.

În mecanica zborului cosmic, aparatul (racheta) este considerat ca un punct material. În general, pentru determinarea condițiilor de optimizare a mișcării aparatelor cosmice, se folosesc după cum se știe metodele calculului variațional, care vor fi utilizate și în prezenta lucrare. Natural că în probleme de acest gen se caută extremumul anumitor funcționale. Pentru cîteva manevre optime întîlnite care vor fi descrise aici și mai ales aceea a minimumului de combustibil, deosebit de important este extremumul funcționalei $I = \int_0^{ta} a^2 dt$, unde t_a este timpul de ardere, iar a, accelerația datorită forței de tracțiune.

2. Funcționala consumului minim de combustibil

Un interes practic deosebit pentru manevrele caracteristice ale aparatelor cosmice îl constituie cazul cînd motoarele de mică tracțiune, folosite pentru comandă, funcționează la putere constantă ($N=$const.). În acest caz se poate obține ușor o legătură directă între consumul specific de combustibil și accelerația datorită forței de tracțiune. Dacă vom nota prin M masa aparatului cosmic, comandat (sau propulsat) de un motor electroreactiv (ionic) de mică tracțiune, la un moment dat, prin M_i, masa inițială a aparatului iar $m=\frac{dM}{dt}$, debitul masic de combustibil sau agent de transport consumat în unitatea de timp, obținem pentru cantitatea de combustibil M_c, necesară efectuării unei anumite manevre .

$$M_c = \int_0^{ta} m\,dt = \int_0^{ta} \frac{dM}{dt}\,dt \quad (2)$$

t_a, fiind timpul de ardere necesar pentru a realiza evoluția dorită. În aceste condiții masa aparatului cosmic, la un moment dat, se poate exprima prin relația :

$$M = M_i - \int_0^t \dot{m}\,dt \quad (3)$$

Este interesant de stabilit condiția pe care trebuie s-o satisfacă accelerația datorită forței de tracțiune, astfel încît cantitatea de combustibil consumat pentru realizarea unei manevre să fie minimă.

Puterea motorului rachetă poate fi scrisă :

$$N = \frac{1}{2}(-\dot{m})\,c^2 \tag{4}$$

prin $\bar{c}$ s-a notat viteza efectivă cu care particolele părăsesc motorul. Accelerația mișcării se scrie :

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{M} = \frac{\dot{m}\,\bar{c}}{M} \tag{5}$$

$\bar{F}$, este forța de tracțiune a motorului. Scriind raportul caracteristic se obține :

$$\frac{a^2}{2N} = -\frac{\dot{m}}{M^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{M}\right) \tag{6}$$

sau

$$\int_0^{ta} \frac{a^2}{2N}\,dt = \int_0^{ta} d\left(\frac{1}{M}\right) \tag{7}$$

Relația (7) integrată, ținînd seama că puterea este constantă iar masa rachetei după timpul *ta*, este M_f se scrie :

$$\frac{1}{M_f} - \frac{1}{M_i} = \frac{1}{2N}\int_0^{ta} a^2\,dt \tag{8}$$

Înlocuind în (8) $M_f = M_i - M_c$ și rezolvînd în raport cu $\frac{M_c}{M_i}$, se obține:

$$\frac{M_c}{M_i} = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{M_i}{2N}\displaystyle\int_0^{ta} a^2\,dt}} \tag{9}$$

Din (9) se vede că pentru a se îndeplini condiția de minim a raportului $\frac{M_c}{M_i}$, în ipoteza funcționării motorului la putere constantă trebuie ca funcționala

$$I = \int_0^{ta} a^2\,dt \tag{10}$$

să fie minimă.

Întrucît componentele accelerației $(a_x,\ a_y,\ a_z)$ sînt conținute în ecuațiile de mișcare a aparatelor care execută manevre de transfer de pe o traiectorie pe alta, sau pentru joncțiune, minimul funcționalei (10) va fi condiționat de aceste ecuații.

3. Manevra optimă de transfer între două orbite circulare a aparatelor cosmice funcționînd cu consum minim de combustibil

Traiectoria tipică pentru transferul între două orbite coplanare este de forma celei reprezentate în figura 1, care este de obicei o curbă plană.

Dacă orbitele nu sînt în același plan, traiectoria de transfer va fi în general o curbă în spațiu.

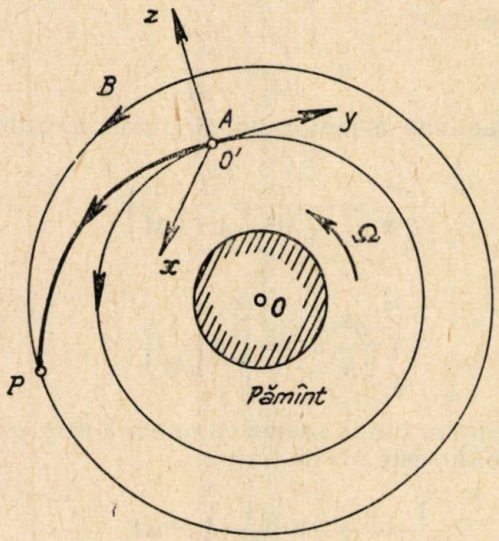


Fig. 1

Ecuațiile de mișcare ale aparatului ce execută o manevră de transfer între două orbite necoplanare, raportate la un sistem de axe $o'xyz$ (fig. 1) sînt :

$$\begin{aligned}
&\frac{dx}{dt} = V_x \\
&\frac{dV_x}{dt} = -\mu \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + a_x \\
&\frac{dv}{dt} = V_y \\
&\frac{dV_y}{dt} = -\mu \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + a_y \\
&\frac{dz}{dt} = V_z \\
&\frac{dV_z}{dt} = -\mu \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} + a_z
\end{aligned} \tag{11}$$

unde x, y z, definesc coordonatele curente ale aparatului care execută manevra față de sistemul de axe o'xyz, μ este o mărime constantă iar V_x, V_y, V_z și a_x, a_y, a_z sînt componentele vitezei, respectiv ale accelerației față de același sistem de axe ales.

Punînd problema ca transferul să se facă cu consum minim de combustibil, problema variațională corespunzătoare se reduce la o problemă de tip Meyer.

În acest caz, se poate forma cu ajutorul multiplicatorilor lui Lagrange, funcția auxiliară :

$$G=\lambda_1 V_x+\lambda_2 \dot{V}_x+\lambda_3 V_z+\lambda_4 \dot{V}_z+\lambda_5 V_y+\lambda_6 \dot{V}_y) \tag{12}$$

unde V_x, $\dot{V}_x$, V_y, $\dot{V}_y$, V_z, $\dot{V}_z$, se iau din (11)

Se pot deduce astfel ecuațiile :

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial x} \\
\frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial V_x} \\
\frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial z} \\
\frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial V_z} \\
\frac{d\lambda_5}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial y} \\
\frac{d\lambda_6}{dt} &= -\frac{\partial G}{\partial V_y}
\end{aligned} \tag{13}$$

care asociate cu sistemul de ecuații (11) vor da ecuațiile diferențiale ale extremalelor.

Diferențiind funcția G, construită așa cum se vede în relația (12), ecuațiile (13) iau o formă mai explicită :

$$\frac{d\lambda_1}{dt}=\frac{-2x^2+z^2+y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_2-\frac{3xz}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_4-$$

$$-\frac{3xy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_6$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt}=-\lambda_1$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt}=-\frac{3xz\mu\lambda_2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}+\frac{x^2-2z^2+y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_4-$$

$$-\frac{3xy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_6 \tag{14}$$

$$\frac{d\lambda_4}{dt}=-\lambda_3$$

$$\frac{d\lambda_5}{dt}=-\frac{3xy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_2-\frac{3zy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_4+$$

$$+\frac{x^2+z^2-2y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}\mu\lambda_6$$

$$\frac{d\lambda_6}{dt}=-\lambda_5$$

În sistemul (14) prin μ s-a notat constanta gravitațională, care pentru pământ are valoarea $\mu=3{,}986.10^{14}$ m^3.

Pentru componentele accelerației se obțin următoarele expresii, plecînd de la ecuațiile lui Euler-Lagrange [1]

$$\begin{aligned}2a_x-\lambda_2&=0\\2a_z-\lambda_4&=0\\2a_y-\lambda_6&=0\end{aligned} \tag{15}$$

Folosind ecuațiile (15), se pot elimina multiplicatorii lui Lagrange în sistemul (14), care devine :

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2}&=-\mu\frac{x}{(x^2+z^2+y^2)^{3/2}}+a_x\\\frac{d^2z}{dt^2}&=-\mu\frac{x}{(x^2+z^2+y^2)^{3/2}}+a_z\\\frac{d^2y}{dt^2}&=-\mu\frac{x}{(x^2+z^2+y^2)^{3/2}}+a_y\end{aligned} \tag{16}$$

$$\frac{d^2a_x}{dt^2}=\mu\frac{2x^2-z^2-y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_x+\mu\frac{3xz}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_z+$$

$$+\mu\frac{3xy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_y$$

$$\frac{d^2a_z}{dt^2}=\mu\frac{3xz}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_x+\mu\frac{-x^2+2z^2-y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_z+$$

$$+\mu\frac{3zy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}}a_z$$

$$\frac{d^2 a_y}{dt^2} = \mu \frac{3xy}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}} a_x + \mu \frac{3xy}{(x^2+z^2+y_2)^{5/2}} a_z + \\ + \mu \frac{-x^2-z^2+2y^2}{(x^2+z^2+y^2)^{5/2}} a_y$$

Rezolvarea sistemului (16) în condiții inițiale și la limită date va duce la stabilirea programului de dirijare optim, prin determinarea legilor de variație a componentelor accelerației în timp : $a_x(t), a_z(t), a_y(t)$ program optim din punct de vedere al consumului de combustibil precum și traiectoria optimă pentru întîlnire a cărei ecuație va rezulta din integrarea primelor trei ecuații ale sistemului (16).

4. Manevra optimă de întîlnire a aparatelor cosmice evoluînd pe orbite circulare în timp minim

Problema întîlnirii în timp minim a aparatelor cosmice se reduce la o problemă variațională de tip Meyer. Se poate arăta că în acest caz ecuațiile lui Euler se pot deduce cu ajutorul funcționalei :

$$I = \int_{t0}^{ta} \left(\sum_{i=1}^{6} \lambda_i \Phi_i\right) dt \qquad (17)$$

Deoarece timpul t este considerat ca o mărime al cărei extremum se caută, problema Meyer apare în directă legătură cu problemele cu extremități mobile. Momentul final de integrare se consideră fix, ceea ce înseamnă că la joncțiune toți parametrii aparatului urmăritor trebuie să fie nuli, iar condițiile de transversalitate pentru momentul inițial, se scriu :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \sum_{i=1}^{6} \lambda_i \frac{dy_i}{dt}\right) \delta t \Big|_{+t_0} = 0 \qquad (18)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y_i} - \lambda_i\right) \delta y_i \Big|_{t=t_0} = 0$$

În (18) t_0 este momentul inițial de integrare iar y_i, coordonatele sistemului dinamic, adică succesiv mărimile x, y, z, V_x, V_y, V_z sau : $y_1 = x$; $y_2 = y$ .. $y_6 = V_z$.

Componentele accelerației a_x, a_y, a_z, de data aceasta, nu vor mai fi căutate ca extremale, ci punînd condiția ca întîlnirea să se producă în cel mai scurt timp și cu consum minim de combustibil, se pot lua următoarele expresii, deduse în lucrarea [1] :

$$a_x = K_3 \sin \omega t - K_4 \cos \omega t + \frac{3}{2} C_1 t + K_5 = 2\lambda_2$$

$$a_z = \frac{K_3}{2} \cos \omega t + \frac{K_4}{2} \sin \omega t + \frac{C_1}{\omega} = 2\lambda_4 \qquad (19)$$

$$a_y = \frac{K_1}{2} \cos \omega t + \frac{K_2}{2} \sin \omega t = 2\lambda_6$$

Constantele $K_1 \ldots K_5$ au valorile deduse în lucrarea citată.

Funcționala (18) conduce la un prim grup de 6 ecuații ale lui Euler și deci la expresii de forma (19) pentru λ_2, λ_4, λ_6, nerezultînd din grupa a doua de ecuații (18) nici o indicație suplimentară.

Pe de altă parte, dacă mărimile x, y, z, la $t=t_0$ se presupun date, atunci $\delta z=\delta y=\delta z=0$ și condițiile de transversalitate devin :

$$\left|\frac{\partial\Phi}{\partial t}-\left(\lambda_2\frac{dV_x}{dt}+\lambda_4\frac{dV_z}{dt}+\lambda_6\frac{dV_y}{dt}\right)\right|_{t=t_0}=0$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial V_x}+\lambda_2\right)\delta V_x=0$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial V_z}+\lambda_4\right)\delta V_z=0 \qquad (20)$$

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial V_y}+\lambda_6\right)\delta V_y=0$$

Deoarece $\Phi=t$, rezultă $\frac{\partial\Phi}{\partial t}=1$ și deci :

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\frac{\partial\Phi}{\partial y}=\frac{\partial\Phi}{\partial z}=0.$$

Din prima ecuație (20) se deduce condiția :

$$\left|\lambda_2\frac{dV_x}{dt}+\lambda_4\frac{dV_z}{dt}+\lambda_6\frac{dV_y}{dt}\right|_{t=t_0}=1 \qquad (21)$$

pe care trebuie s-o îndeplinească mărimile λ_2, λ_4, λ_6, V_x, V_y, V_z, astfel încît să se realizeze joncțiunea în timp minim.

De exemplu, dacă $V_y=V_z=0$, ceea ce corespunde cazului fizic real, cînd avem numai componentă longitudinală, iar nava urmăritoare este pe aceeași orbită cu nava urmărită și λ_2 este dat de prima relație din (19) cu acestea se poate obține din (21) :

$$\lambda_2\frac{dV_x}{dt}=1 \text{ sau:}$$

$$\left.\frac{dV_x}{dt}\right|_{t=t_0}=\left.\frac{1}{\lambda_2}\right|_{t=t_0} \qquad (22)$$

care pentru $t_0=0$, ținînd seama de (19) conduce la relația :

$$\left.\frac{dV_x}{dt}\right|_{t_0=0}=\frac{1}{2(K_5-K_4)}=a_x \qquad (23)$$

S-a obținut în acest fel o variație pentru mărimea accelerației în lungul axei O—x la timpul $t_0=0$, astfel încît întîlnirea să se producă în timp minim. Cunoscînd valoarea accelerației se poate comanda corespunzător sistemul de dirijare sau de funcționare a motoarelor.

Catedra de construcții de aviație
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București
Institutul de mecanica fluidelor al Academiei
Republicii Socialiste România

BIBLIOGRAFIE

1. C. *Guță, Al. Marinescu,* Optimalnie manevrî stîkovki dvux kosmiceskix apparatov s minimalnîm zapasom topliva, letaiuscih no krugovîm orbitam. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej", Tomul XXIX — 1967, Nr. 1.

2. *Al. Marinescu,* La moutée en temps minimum des fusée. Revue Roumaine de Sciences Technique. Serie de Mechanique Appliquée. Nr. 3, 1965, București.

3. *Leitman G.,* Optimization Techniques. New-York, London, Academic Press, 1962.

4. *Al. Marinescu, C. Guță,* Urcarea în timp minim a rachetelor cu mai multe trepte. Buletinul Institutului politehnic București, Tomul XXVII, Nr. 1, 1965.

5. C. *Guță, Al. Marinescu,* Calculul și construcția rachetelor, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621.22 : 532.13 : 533

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ НА ВЫХОДНОЙ КРОМКЕ И ТОЧКИ ЗАСТОЯ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ИЗОЛИРОВАННЫХ ПРОФИЛЕЙ ИЛИ В ЛИНЕЙНОЙ ПРОФИЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ *

Д. ПАВЕЛ, Г. ЗИДАРУ

Профили могут быть получены при помощи соотвествующего конформного отображения некоторой простой кривой (на пример, окружности); если $f(z)$ — конплексный потенциал движения в начальной плоскости z и $Z(z)$ — функция-конформного отображения, тогда в плоскости изолированного или расположенного в решетке профиля, скорость вычисляется из выражения

$$v_P = \frac{v_C}{\left|\frac{dZ}{dz}\right|_C} \tag{1}$$

где $v_c = \left|\frac{df}{dz}\right|_c$ (c) бывая кривая из начальной плоскости, которая конформно отображается на изолированный или помещенный в решетке профиль.

1. — Изолированный прямой профиль.

Этот профиль получается при помощи отображающей функцией Жуковского

$$Z = z + \frac{r_0^2}{z} \tag{2}$$

примененного к окружности $|z| = r_0$

* Рукопись был дан редакции 30 октября 1967

Комплексный потенциал движения с отклонением и циркуляцией в плоскости z, [1].

$$f(z) = V_\infty \left(z\, e^{-i\alpha} + \frac{r_0^2}{z} e^{i\alpha} \right) + \frac{t\,\Gamma_P}{2\pi} \ln z \tag{3}$$

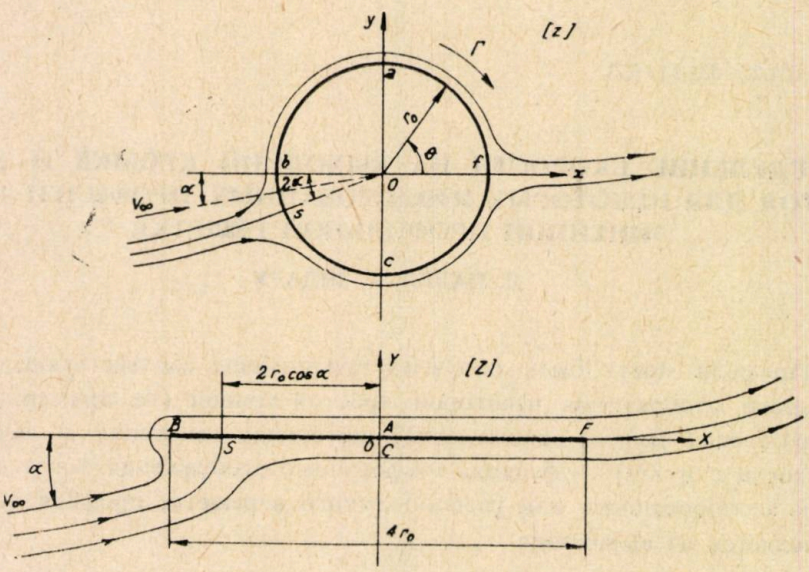


Рис. 1

Применяя предположение Жуковского, получается циркуляция

$$\Gamma_P = 4\pi r_0 V_\infty \sin\alpha \tag{4}$$

Скорость на окружности

$$V_C = 2V_\infty \left[\sin(\alpha - \theta) - \sin\alpha\right] \tag{5}$$

и

$$\left|\frac{dZ}{dz}\right| = \left|1 - \frac{r_0^2}{z^2}\right|_C = |1 - e^{-i2\theta}| = 2\,|\sin\theta| \tag{5'}$$

Из со отношений (1), (5), (5′), следует скорость на профиле

$$V_P = V_\infty \left| \frac{\sin(\alpha - \theta) - \sin\alpha}{\sin\theta} \right| \tag{1'}$$

На выходной кромке

$$v_{PF} = \lim_{\theta \to 0} V_P = V_\infty \cos\alpha \tag{6}$$

Точка застоя на профиле требует $\sin(\alpha - \theta) - \sin\alpha = 0$, откуда получается $\cos\dfrac{2\alpha-\theta}{2} = 0$ или $\theta = \pi + 2\alpha$

Иначе говоря, точка застоя имеет координат

$$X_{PS} = 2r_0\cos(\pi + 2\alpha) = -2r_0\cos 2\alpha \tag{7}$$

2. Изолированный профиль Жуковского

Функция $$Z = z + \frac{q^2}{z} \tag{8}$$

отображает окружность C с центром $M\,[Z_M = me^{i(\pi-\delta)}]$ и с радиусом $r_0 > q$ (Рис. 2) на профиль Жуковского.

Точка находящаяся на окружности C имеет

$$z_C = m\,e^{i(\pi-\delta)} + r_0\,e^{i\theta} \tag{8'}$$

и получается соответствующий пункт на профиле с координатами:

$$\begin{aligned} X_P &= -m\cos\delta + r_0\cos\theta + \frac{q^2(m\cos\delta + r_0\cos\theta)}{m^2 + r_0^2 - 2m\,r_0\cos(\delta+\theta)} \\ Y_P &= m\sin\delta + r_0\sin\theta - \frac{q^2(m\,\sin\,\delta + r_0\sin\theta)}{m^2 + r_0^2 - 2m\,r_0\cos(\delta+\theta)} \end{aligned} \tag{9}$$

с переменной θ.

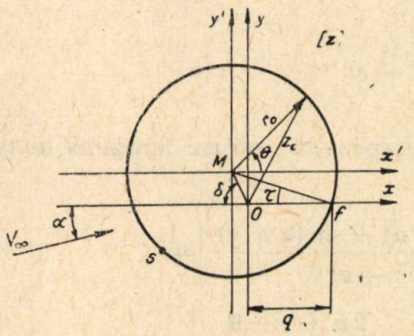


Рис. 2 а

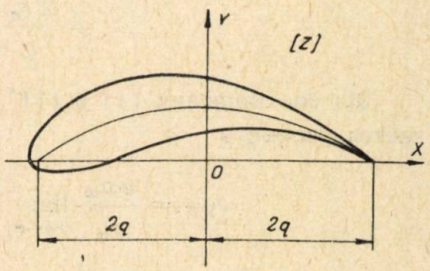


Рис. 2 б

Комплексный потенциал движения по внешности окружности C в системе $x'My'$, по [1], [3].

$$f(z') = V_\infty\left(z'\,e^{-i\alpha} + \frac{r_0^2}{z'}\,e^{i\alpha}\right) + \frac{i\Gamma_P}{2\pi}\ln(z'\,e^{-\alpha i}) \tag{10}$$

$$\frac{df}{dz'} = V_\infty\left(e^{-i\alpha} - \frac{r_0^2}{z'^2}e^{i\alpha}\right) + \frac{t\Gamma_P}{2\pi z'}$$

На окружности C, $z_c = r_0 e^{i\theta}$ и поэтому

$$\left(e^{i\theta}\frac{df}{dz'}\right)_C = v_{rc} - i\,v_{\theta c} = V_\infty\left[e^{i(\theta-\alpha)} - e^{-(i(\theta-\alpha)}\right] + \frac{i\Gamma_P}{2\pi r_0}$$

или

$$v_{rc} = 0;\ v_{\theta c} = v_c = -\left[2V_\infty \sin(\theta-\alpha) + \frac{\Gamma_P}{2\pi r_0}\right] \tag{11}$$

Применяя предположение Жуковского, следует

$$\Gamma_P = 4\pi r_0 V_\infty \sin(\alpha+\tau) \tag{11'}$$

На заострённой кромке профиля, скорость должна отличаться от нуля.

Состношения (11) и (11′) дают

$$v_C = -2V_\infty[\sin(\theta-\alpha) + \sin(\alpha+\tau)] \tag{11''}$$

$$\lim_{z\to q}\left|\frac{dZ}{dz}\right|_C = \lim_{z\to q}\left|\left(1-\frac{q}{z}\right)\left(1+\frac{q}{z}\right)\right|_C = \frac{2}{q}\lim_{z\to q}|z-q|_C$$

Используя (8) и имея

$q = m e^{i(\pi-\delta)} + r_0 e^{-i\tau}$, следует

$$\lim_{z\to q}\left|\frac{dZ}{dz}\right|_C = \frac{2}{q}\lim_{\theta\to-\tau}|m\epsilon^{i(\pi-\delta)} + r_0\epsilon^{i\theta} - m e^{i(\pi\ \delta)} - r_0 e^{-i\tau}| =$$

$$= \frac{2r_0}{q}\lim_{\theta\to-\tau}|e^{i\theta} - e^{-i\tau}|.$$

Из соотношений (1) и (11″), на заострённой кромке профиля получается скорость

$$v_{PF} = \frac{q v_\infty}{r_0}\lim_{\theta\to-\tau}\left|\frac{\sin(\theta-\alpha)+\sin(\alpha+\tau)}{e^{i\theta}-e^{-i\tau}}\right| =$$

$$= \frac{q}{r_0}V_\infty\lim_{\theta\to-\tau}\left|\frac{2\sin\frac{\theta+\tau}{2}\cos\frac{2\alpha+\tau-\theta}{2}}{\sqrt{(\cos\theta-\cos\tau)^2+\sin(\theta+\tau)^2}}\right| =$$

$$= \frac{2q}{r_0}\cos(\alpha+\tau)\lim_{\theta\to-\tau}\frac{\left|\sin\frac{\theta+\tau}{2}\right|}{\sqrt{2-2\cos(\theta+\tau)}}$$

$$v_{PF} = \frac{q}{r_0}V_\infty\cos(\alpha+\tau) \tag{12}$$

Для симметрического выпуклого профиля,

$$\tau = 0;\ \delta = 0;\ q = r_0 - m$$

$$\text{и}\quad v_{PF} = \frac{r_0 - m}{r_0} V_\infty \cos\alpha \tag{12'}$$

Для прямого профиля, $m = 0$ и вновь получается (6).

Скорость равна нулю в точке S лежащей на профиле, для которой

$$\cos\frac{2\alpha + \tau - \theta}{2} = 0 \text{ или } \theta_S = \pi + 2\alpha + \tau$$

Из соотношений (9), следует

$$X_{PS} = -\left[m\cos\delta + r_0\cos(2\alpha+\tau) + q^2\frac{m\cos\delta + r_0\cos(2\alpha+\tau)}{m^2 + r_0^2 + 2m\,r_0\cos(2\alpha+\tau+\delta}\right] \tag{13}$$

$$Y_{PS} = m\sin\delta - r_0\sin(2\alpha+\tau) + q^2\frac{-m\sin\delta + r_0\sin(2\alpha+\tau)}{m^2 + r_0^2 + 2m\,r_0\cos(2\alpha+\tau+\delta)}$$

3. — Линейная решетка прямых профилей

Функция Вайнига, по [2] ÷ [4]

$$Z = \frac{t}{2\pi}\left(\ln\frac{z+b}{z-b} + e^{-i2\tau}\ln\frac{z+\frac{1}{b}}{z-\frac{1}{b}}\right) \tag{14}$$

конформно отображает окружность (рис. 3) на линейную решетку профилей.

Комплексный потенциал движения вдоль профилей

$$f_1(z) = \cos\alpha\, f(z) = w_\infty\cos\alpha\, e^{i\tau}\, Z(z) \tag{15}$$

Комплексный потенциял движения с отклонением и без циркуляции

$$f_2(z) = i\frac{t\,W_\infty\sin\alpha}{2\pi}\left(e^{i\tau}\ln\frac{z+b}{z-b} - e^{-i\tau}\ln\frac{z+\frac{1}{b}}{z-\frac{1}{b}}\right) \tag{16}$$

и для движения с циркуляцией, без отклонения

$$f_3(z) = -\frac{i\Gamma_P}{4\pi}\ln\frac{z^2 - b^2}{z^2 - \frac{1}{b^2}} \tag{17}$$

Комплексная скорость на профиле решетки

$$\overline{W}_p = \left[\frac{\dfrac{df_1}{dz} + \dfrac{d}{dz}(f_2+f_3)}{\dfrac{dZ}{dz}}\right]_c = w_\infty \cos\alpha\, e^{i\tau} + \frac{\dfrac{d}{dz}(f_2+f_3)_c}{\left(\dfrac{dZ}{dz}\right)_c} \qquad (18)$$

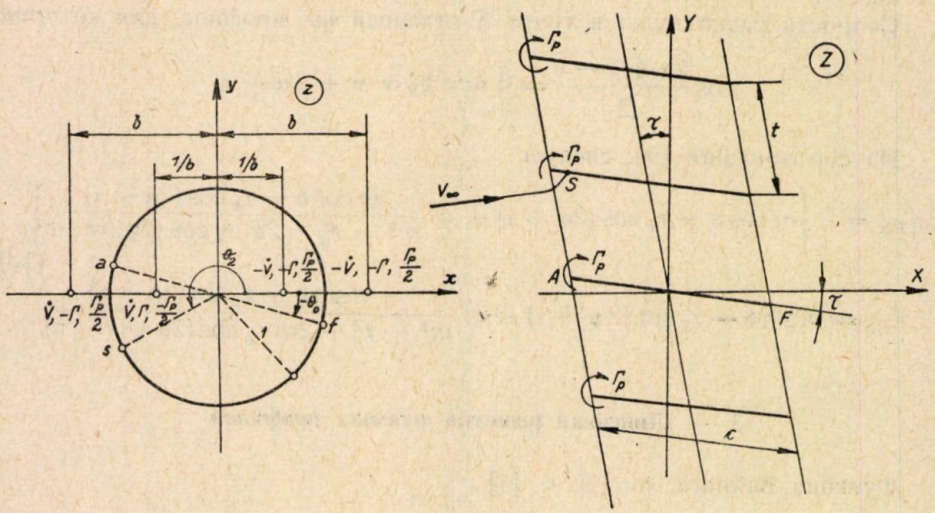


Рис. 3

Из соотношения (14) следует на окружности

$$\left(\frac{dZ}{dz}\right)_{\theta=-\theta_0} = 0, \text{ где } \theta_f = -\theta_0 \text{ и } \operatorname{tg}\tau = \frac{b^2+1}{b^2-1}\operatorname{tg}\theta_0 \qquad (14')$$

Тогда $\left[\dfrac{d}{dz}(f_2+f_3)_c\right]_{\theta=-\theta_0} = 0$, откуда получается:

$$\Gamma_p = 4\,t\,w_\infty \frac{b}{b^2+1}\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}\sin\alpha \qquad (19)$$

Из (18) и (19) следует $(z_c = e^{i\theta})$

$$\frac{d}{dz}(f_2+f_3)_c = i\frac{t\,w_\infty\sin\alpha}{2\pi}\,2b\left(\frac{e^{i\tau}}{z^2-b^2} - \frac{e^{-i\tau}}{b^2z^2-1}\right)_c - \frac{i\,\Gamma_p}{2\pi}\frac{(b^4-1)\,z_c}{(z_c^2-b^2)(b^2z_c^2-1)} =$$

$$= \frac{i}{2\pi}\frac{2\,b\,t\,w_\infty\sin\alpha\left[e^{i\tau}(b^2e^{i2\theta}-1) - e^{-i\tau}(e^{i2\theta}-b^2) - 2(b^2-1)\dfrac{\cos\theta_0}{\cos\tau}e^{i\theta}\right]}{(e^{i2\theta}-b^2)(b^2e^{i2\theta}-1)}$$

$$\left(\frac{dZ}{dz}\right)_c = -\frac{2\,bt}{2\pi}e^{-i\theta}\frac{e^{i\tau}(b^2e^{i2\theta}-1) + e^{-i\tau}(e^{i2\theta}-b^2)}{(e^{i2\theta}-b^2)(b^2e^{i2\theta}-1)}$$

После расчетов получается

$$\left[\frac{\frac{d}{dz}(f_2+f_3)}{\frac{dZ}{dz}}\right]_e = -w_\infty e^{i\tau}\sin\alpha\,\frac{b^2\cos(\tau+\theta)-\cos(\tau-\theta)-(b^2-1)\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}{b^2\cos(\tau+\theta)-\sin(\tau-\theta)}$$

Введя в соотношение (18), следует что скорость на порфиле решетки

$$w_p = w_{px}+i\,w_{py} = w_\infty e^{-i\tau}\left[\cos\alpha - \right.$$

$$\left. -\sin\alpha\,\frac{b^2\cos(\tau+\theta)-\cos(\tau-\theta)-(b^2-1)\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}{b^2\sin(\tau+\theta)-\sin(\tau-\theta)}\right] \qquad (20)$$

Выражение (20) на кромке сбега профиля $(\theta = -\theta_0)$, по (14′) неопределенное $\left(\frac{0}{0}\right)$ и становится (правило Гопиталя)

$$|w_F| = w_\infty\left[\cos\alpha-\sin\alpha\lim_{\theta\to-\theta_0}\frac{-b^2\sin(\tau+\theta)-\sin(\tau-\theta)}{b^2\cos(\tau+\theta)+\cos(\tau-\theta)}\right] =$$

$$= w_\infty\left[\cos\alpha+\sin\alpha\,\frac{b^2\sin(\tau-\theta_0)+\sin(\tau+\theta_0)}{b^2\cos(\tau-\theta_0)+\cos(\tau+\theta_0)}\right] \qquad (21)$$

При помощи соотношения (14′)

$$\frac{b^2\sin(\tau-\theta_0)+\sin(\tau+\theta_0)}{b^2\cos(\tau-\theta_0)+\cos(\tau+\theta_0)} = \frac{\sin\tau\cos\theta_0(b^2+1)-\cos\tau\sin\theta_0(b^2-1)}{\cos\tau\cos\theta_0(b^2+1)+\sin\tau\sin\theta_0(b^2-1)} =$$

$$= \frac{\sin\tau\cos\theta_0\,\frac{\sin\tau\cos\theta_0}{\cos\tau\sin\theta_0}-\cos\tau\sin\theta_0}{\cos\tau\cos\theta_0\,\frac{\sin\tau\cos\theta_0}{\cos\tau\sin\theta_0}+\sin\tau\sin\theta_0} = \frac{\cos^2\theta_0-\cos^2\tau}{\sin\tau\cos\tau}$$

Так,

$$|w_F| = w_\infty\left(\cos\alpha+\sin\alpha\,\frac{\cos^2\theta_0-\cos^2\tau}{\sin\tau\cos\tau}\right) \qquad (22)$$

Частные случаи

а) Для решетки профилей паралельных оси OX, $\tau = 0$, из (14′) следует

$$\theta_0 = 0 \text{ и } \lim_{\substack{(\tau\to0)\\(\theta_0\to0)}}\frac{\cos^2\theta_0-\cos^2\tau}{\sin\tau\cos\tau} = 0$$

Тогда

$$|w_F| = w_\infty \cos\alpha \tag{22'}$$

б) Для решетки профилей помещенных на мнимой оси, $\tau - \frac{\pi}{2}$.

Из (14′) следует тоже $\theta = \frac{\pi}{2}$ и получается снова (22′)

в) Для изолированного профиля $b \to \infty$ и из соотношения (14′), $\tau = \theta^0$ Выражение скорости на кромке сбега тоже (22′), то же самое как (6)·

Точка застоя на профиле получается из соотношения (20), где $W_p = 0$ или

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b^2 \sin(\tau+\theta) - \sin(\tau-\theta)}{b^2\cos(\tau+\theta) - \cos(\tau-\theta_0 - (b^2-1)\dfrac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}$$

Употребляется соотношение (14′) и после расчетов получается уравнение точки застоя ($\theta = \theta_s$);

$$\sin\theta_0\,[\operatorname{tg}\alpha(\cos^2\tau + \cos\theta_0) - \sin\tau\cos\tau]\operatorname{tg}^2\frac{\theta_s}{2} + 2\sin\tau\cos\theta_0(\cos\tau + \tag{23}$$

$$+ \sin\tau\operatorname{tg}\alpha)\operatorname{tg}\frac{\theta_s}{2} + \sin\theta_0\,[\sin\tau\cos\tau + \operatorname{tg}\alpha(\cos\theta_0 - \cos^2\tau)] = 0$$

Эти результаты могут воспользоваться с достаточной точностью и для линейных решеток телесных кривых профилей, которые получаются конформным отображением Вайнига любой окружности из начальной плоскости. Эти подстановки необходимы для изучения движений в колесах осевых турбомашин.

Кафедра Гидравлических Матин
Бухарестского Политехнического Института им.
„Георге Георгиу Дежа“

Литература

1. *Carafoli E ; Oroveanu T.:* Mecanica fluidelor vol. II Ed. Academiei, 1955.
2. *Проскура, Ф. Г.:* Гидродинамика турбомашин. Машгиз, Киев, 1954
3. *Taşcă D.:* Teoria hidrodinamică a reţelelor de profile (manuscris)
4. *Кочин Е. Н.:* Гидродинамическая теория решеток. Гостехиздат Москва, 1949 г.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

TEORIA MECANISMELOR

C. Z.: 621—233 : 621.8.02 : 621.833.835.517.9 : 539.3

ASUPRA INTEGRĂRII ECUAȚIEI DIFERENȚIALE DE MIȘCARE A SISTEMULUI ELASTIC CAMA — TACHET *

IOLANDA ROBAN, I. TEMPEA

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] autorii au scos în evidență principalele fenomene de care trebuie să se țină seama la efectuarea analizei și sintezei mecanismelor cu came, care funcționează la turații ridicate. Pentru aceste mecanisme se impune luarea în considerație, la studiul dinamic, a elasticității elementelor, fenomen ce produce importante modificări asupra mișcării elementului condus, față de ipoteza unui sistem rigid.

Pe baza modelului de calcul din fig. 1., în lucrarea amintită s a obținut următoarea ecuație de mișcare a elementului condus.

$$s'' + 2\frac{k}{\omega}(\xi_1+\xi_2)s' + \frac{k^2}{\omega^2}s = 2\xi_1\frac{k}{\omega}s_c' + \frac{k_t^2}{\omega^2}(s_c - s_{01}) - \frac{F_0+F_t+F_G}{m\omega^2} \tag{1}$$

În această ecuație s-au făcut următoarele notații :

$s = s_{(\varphi)}$ — legea de mișcare reală a capătului superior al tachetului în funcție de unghiul φ de rotație a camei. *

s', s'' — prima, respectiv a doua derivată a funcției s în raport cu unghiul de rotație φ. După cum se știe $s' = \frac{V}{\omega}$; $s'' = \frac{a}{\omega^2}$ reprezintă viteza redusă și accelerația redusă a elementului condus.

---

* Manuscris predat la redacție la 7 noembrie 1967.

** În cazul sistemului simplu camă-tachet funcția $s = s_{\varphi}$ se referă la capătul superior al tachetului. Pentru mecanisme mai complexe ca de exemplu mecanismele de distribuție ale motoarelor funcția se referă la ultimul element condus — supapa.

k — pulsația proprie a oscilațiilor libere neamortizate ale sistemului camă-tachet dată de relația : $k = \sqrt{\frac{c_a + c_t}{m}}$

în care :

c_a este constanta elastică a resortului de compresie.

c_t — constanta elastică a resortului echivalent cu elasticitatea tachetului.

m — masa redusă a sistemului. *)

ω — viteza unghiulară a camei.

ξ_1, ξ_2 — coeficienți adimensionali cuprinși între limitele $0{,}03 \leqslant \xi_{1,2} \leqslant 0{,}15$

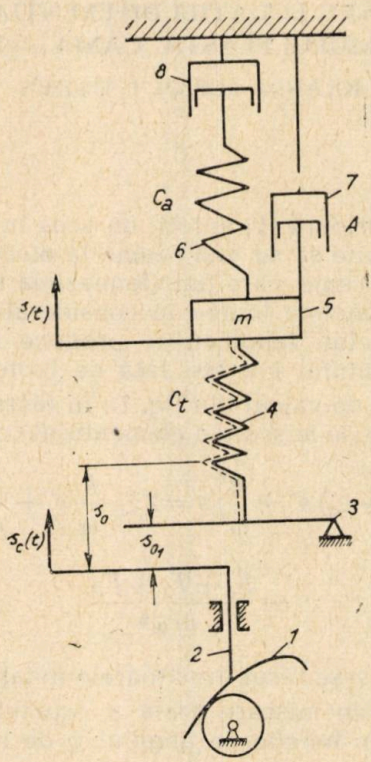


Fig. 1

$s_c = s_{c(\varphi)}$ — legea de mișcare a capătului inferior a tachetului, comandată de profilul camei.

s_c' — prima derivată a funcției s_c în raport cu unghiul de rotație φ.

*) În cazul mecanismelor de distribuție masa sistemului, constantele elastice și deplasarea $s_\varphi = s_{c(\varphi)}$ comandată de profilul camei se vor reduce la axul supapei.

$k_t = \sqrt{\frac{c_t}{m}}$ — pulsația proprie a oscilațiilor libere neamortizate ale tachetului.

s_{01} — jocul inițial camă-tachet.

F_0 — forța de comprimare inițială a resortului, corespunzătoare poziției inferioare a tachetului.

F_t — forța tehnologică care poate fi constantă sau variabilă.

F_G — forța datorită greutății elementului condus proiectată pe direcția deplasării.

Pentru a afla legea de mișcare reală a capătului superior al tachetului sau a ultimului element condus, trebuie deci integrată ecuația (1).

În cele ce urmează se studiază pe baza unor metode cunoscute din teoria ecuațiilor diferențiale și teoria vibrațiilor, posibilitățile de integrare a ecuației de mai sus. Pentru cazurile în care nu este posibilă integrarea analitică, se face apel la unele metode numerice ușor de utilizat prin folosirea calculatoarelor cifrice. Aplicarea acestor metode pentru rezolvarea cazului unei came cu profil cosinusoidal, permite aprecierea posibilităților de utilizare practică precum și a preciziei lor.

2. Metoda exactă de integrare a ecuației

Ecuația (1) reprezintă o ecuație diferențială, de ordinul 2, cu coeficienți constanți, neomogenă. În cazul în care membrul drept al ecuației este cunoscut sub formă analitică, *) există posibilitatea integrării exacte a ecuației, obținîndu-se expresia analitică $s = s_{(\varphi)}$ a deplasării elementului condus, în funcție de unghiul de rotire al camei. Derivînd această funcție în raport cu φ se obțin viteza redusă și accelerația redusă.

2.1. *Metoda analitică de integrare a ecuației de mișcare*

După cum se știe soluția generală a ecuației (1) este formată din soluția corespunzătoare ecuației omogene (care reprezintă oscilația liberă amortizată a sistemului) la care se adună o soluție particulară a ecuației neomogene. Luînd condițiile inițiale ale deplasării și vitezei elementului condus $s_0 = s_{(\varphi_0)}$; $s_0' = s'_{(\varphi)}$ pentru $\varphi = \varphi_0$ soluția ecuației (1) se poate scrie sub forma :

$$s_{(\varphi)} = e^{-\frac{k}{\omega}\xi(\varphi-\varphi_0)}\left[s_0 \cos\frac{k_*}{\omega}(\varphi-\varphi_0)+\left(s_0'\frac{\omega}{k_*}+\frac{k}{k_*}\xi s_0\right)\sin\frac{k_*}{\omega}(\varphi-\varphi_0)\right]+$$

$$+\frac{\omega}{k_*}\int_{\varphi_0}^{\varphi} e^{-\frac{k}{\omega}\xi(\varphi-\alpha)}\left\{2\xi_1\frac{k}{\omega}s'_{c(\alpha)}+\frac{k_t^2}{\omega^2}[s_{c(\alpha)}-s_{01}]-\right. \tag{2}$$

$$\left.-\frac{F_0+F_t+F_G}{m\omega^2}\right\}\sin\frac{k_*}{\omega}(\varphi-\alpha)\,d\alpha$$

*) De multe ori profilul camei se indică tabelar sau grafic, astfel încît nu este posibilă exprimarea analitică a funcției $s_c = s_{(c)}(\varphi)$

În această relație s-au introdus suplimentar notațiile :

$$\xi = \xi_1 + \xi_2$$

$k_* = k\sqrt{1-\xi^2}$ pulsația proprie a oscilațiilor libere amortizate ale sistemului. Coeficienții ξ_1, ξ_2 fiind cuprinși între limitele indicate mai sus, rezultă că amortizarea influențează foarte puțin asupra pulsației proprii a sistemului.

α — este o variabilă de integrare.

Expresia (2) indică deci soluția exactă a ecuației (1) pentru condițiile inițiale impuse.

De multe ori, cînd se urmărește doar obținerea unor rezultate orientative sau, condițiile de funcționare reale ale mecanismului dau posibilitatea, se fac unele ipoteze simplificatoare care duc la forme mai puțin complexe ale ecuației (1) și prin aceasta și a soluției corespunzătoare.

2.2. *Soluțiile unor forme particulare ale ecuației de mișcare*

a. O primă simplificare a ecuației (1) rezultă prin neglijarea amortizării datorită atît forțelor de frecare interioară cît și a celor exterioare *). Ecuația capătă în aceste condiții forma :

$$s'' + \frac{k^2}{\omega^2} s = \frac{k_t}{\omega^2}(s_c - s_{01}) - \frac{F_0 + F_t + F_G}{m\omega^2} \tag{1a}$$

iar soluția ei în condițiile inițiale impuse va fi :

$$s_{(\varphi)} = s_0 \cos\frac{k}{\omega}(\varphi - \varphi_0) + s_0' \frac{\omega}{k} \sin\frac{k}{\omega}(\varphi - \varphi_0) + \\ + \frac{\omega}{k}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \left\{\frac{k_t}{\omega^2}[s_{c(\alpha)} - s_{01}] - \frac{F_0 + F_t + F_G}{m\omega^2}\right\} \sin\frac{k}{\omega}(\varphi - \alpha)\, d\alpha \tag{2a}$$

Menționăm că această ipoteză este îndreptățită mai ales dacă ne referim la amortizarea provenită din frecarea exterioară care în absența unui dispozitiv special în ansamblul mecanismului este neglijabilă. Pentru a ține cont totuși în final de amortizare, se poate considera că la intervale de timp egale cu perioada, amplitudinea vibrației dată de ecuația (2a) se reduce printr-un coeficient constant, ce poate fi determinat experimental.

b. În unele lucrări [3], [4], [5] alături de ipotezele care duc la ecuația (1a) se neglijează constanta elastică a resortului de compresie $C_a = 0$

*) În ecuația (1) amortizarea provenită din frecarea exterioară este introdusă prin coeficientul ξ_2. Coeficientul ξ_1 corespunde amortizării provenite din frecarea interioară [1].

ceea ce duce la egalitatea $k=k_t$. Se fac de asemeni ipotezele $F_0=0, F_t=0, F_G=0, s_{01}=0$. În aceste condiții ecuația (1a) devine :

$$s''+\frac{k^2}{\omega^2}s=\frac{k^2}{\omega^2}s_c \tag{1 b}$$

iar soluția ei se scrie sub forma :

$$s_{(\varphi)}=s_0\cos\frac{k}{\omega}(\varphi-\varphi_0)+s_0'\frac{\omega}{k}\sin\frac{k}{\omega}(\varphi-\varphi_0)+$$
$$+\frac{k}{\omega}\int_{\varphi_0}^{\varphi}s_{c(\alpha)}\sin\frac{k}{\omega}(\varphi-\alpha)\,d\alpha \tag{2 b}$$

Prima ipoteză $c_a=0$ poate fi admisă întrucît constanta elastică a resortului este mult mai mică decît constanta elastică redusă a sistemului.

Ecuația (1b) dă posibilitatea determinării deplasării $S=S_{(\varphi)}$ cînd se ia în considerare doar efectul profilului camei ca forță perturbatoare. Pentru un studiu mai exact se poate folosi metoda suprapunerii de efecte, luîndu-se pe rînd în considerare și celelalte forțe perturbatoare, care în primă aproximație au fost neglijate și apoi se însumează efectele (vezi 4.1).

2.3. *Exemplificarea metodei analitice*

Se determină legea de mișcare a capătului superior al tachetului unui mecanism cu camă profilată după legea de mișcare cosinusoidală de tip P.R.P. (pauză — ridicare — pauză).

Se dau :

— viteza unghiulară a camei $\omega=100$ [rad/sec]

— unghiul de rotație corespunzător cursei maxime a tachetului $\varphi_1=\frac{\pi}{3}$ [rad.]

— pulsația proprie a sistemului $k=3000$ [rad/sec.]

— cursa de ridicare a tachetului $h=20$ [mm].

Se presupune că se neglijează frecarea și celelalte forțe exterioare.

Rezolvare

Legile de mișcare prescrise de cama cosinusoidală au forma :

$$s_c=\frac{h}{2}\left(1-\cos\frac{\pi}{\varphi_1}\varphi\right) \tag{3}$$

$$\frac{v_c}{\omega}=\frac{h}{2}\frac{\pi}{\varphi_1}\sin\frac{\pi}{\varphi_1}\varphi \tag{4}$$

$$\frac{a_c}{\omega^2}=\frac{h}{2}\frac{\pi^2}{\varphi_1^2}\cos\frac{\pi}{\varphi_1}\varphi \tag{5}$$

Ecuația de mișcare va fi :

$$s'' + \frac{k^2}{\omega^2} s = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\varphi_1} \varphi\right) \tag{6}$$

Pentru cazul considerat (P—R—P) condițiile inițiale sînt următoarele :

$$\varphi = 0; \; s_0 = 0; \; s_0' = 0$$

Soluția ecuației (6) este dată de :

$$s = \frac{k}{\omega} \int_0^{\varphi} \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{\alpha}{\varphi_1}\right) \sin \frac{k}{\omega} (\varphi - \alpha) \, d\alpha \tag{7}$$

Efectuarea acestei integrale duce la următoarea expresie pentru deplasarea capătului superior al tachetului :

$$s = \frac{h}{2} \left(1 + \frac{\cos \pi n \frac{\varphi}{\varphi_1} - n^2 \cos \pi \frac{\varphi}{\varphi_1}}{n^2 - 1}\right) \tag{8}$$

unde $n = \frac{k \varphi_1}{\pi \omega}$ este raportul dintre perioada forței perturbatoare și cea a oscilațiilor proprii. Într-adevăr s_c este o funcție periodică cu perioada $T_c = \frac{2 \varphi_1}{\omega}$ iar perioada oscilațiilor proprii este $T_p = \frac{2 \pi}{k}$. Rezultă deci

$$\frac{T_c}{T_p} = \frac{\frac{2 \varphi_1}{\omega}}{\frac{2 \pi}{k}} = \frac{k \varphi_1}{\pi \omega}$$

Derivînd succesiv relația (8) în raport cu φ se obține :

$$\frac{v}{\omega} = \frac{h}{2} \frac{\pi}{\varphi_1} \left(\frac{n^2}{n^2 - 1} \sin \pi \frac{\varphi}{\varphi_1} - \frac{n}{n^2 - 1} \sin \pi n \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \tag{9}$$

$$\frac{a}{\omega^2} = \frac{h}{2} \frac{\pi^2}{\varphi_1^2} \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\cos \pi \frac{\varphi}{\varphi_1} - \cos \pi n \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \tag{10}$$

Pentru datele numerice rezultă :

— pentru legile de mișcare date de profilul camei :

$$s_c = 10 (1 - \cos 3 \varphi) \quad [\text{mm}] \tag{3'}$$

$$\frac{v_c}{\omega} = 30 \sin 3 \varphi \quad [\text{mm/rad}] \tag{4'}$$

$$\frac{a_c}{\omega^2} = 90 \cos 3 \varphi \quad [\text{mm/rad}^2] \tag{5'}$$

Menționăm că în cazul neglijării elasticității sistemului acestea sînt și legile capătului superior al tachetului. În tabelul 1 se prezintă concentrat calculul acestor legi de mișcare pentru 20 de poziții (un pas unghiular de 3°).

În cazul considerării elasticității sistemului se obține :

$$n = 10$$

$$s = 10\left(1 + \frac{\cos 30\varphi - 100\cos 3\varphi}{99}\right) \text{ [mm]} \tag{8'}$$

$$\frac{v}{\omega} = 100\,\frac{10\sin 3\varphi - \sin 30\varphi}{33} \text{ [mm/rad]} \tag{9'}$$

$$\frac{a_c}{\omega^2} = 1000\,\frac{\cos 3\varphi - \cos 30\varphi}{11} \text{ [mm/rad}^2\text{]} \tag{10'}$$

Cu ajutorul acestor relații s-au calculat deplasările, vitezele reduse și accelerațiile reduse pentru valori ale unghiului de rotire din 3 în 3 grade pentru cazul considerării elasticității sistemului. Rezultatele au fost centralizate în tabelul Nr. 2. După cum se vede din acest tabel deși luarea în considerație a elasticității sistemului duce la o modificare puțin importantă a deplasării, această modificare devine considerabilă în cazul accelerației.

2.4. *Concluzii asupra metodei analitice*

Integrarea analitică a ecuației (1) duce la obținerea legilor de deplasare ale elementului condus sub forma unor funcții analitice de unghiul de rotire. Aceste funcții permit calculul unei mărimi oarecare (deplasare, viteza, accelerație) pentru orice poziție a camei cu maximum de precizie, fără să fie necesară rezolvarea pentru pozițiile anterioare. Evident o greșeală efectuată în calculul unei poziții nu afectează calculul pentru celelalte poziții. Acestea sînt avantajele esențiale ale metodei analitice.

Această metodă prezintă totodată o serie de desavantaje. Astfel aplicarea ei nu este posibilă cînd profilul camei este dat sub formă tabelară, caz des întîlnit în practică. De asemeni, integrala care intervine în expresia soluției (7) nu poate fi exprimată sub formă finită pentru orice lege de mișcare a tachetului. De multe ori legea de mișcare dată de profilul camei este formată din mai multe arce de curbă racordate între ele. În aceste cazuri este necesară integrarea pe intervale și introducerea pentru fiecare interval a unor constante ce se vor determina din condițiile la limită la capetele intervalelor.

Se obțin astfel expresii voluminoase pentru legile de mișcare. Totodată trebuie menționat că obținerea acestor legi de mișcare, sub forma analitică, nu ne scutește de volumul mare de calcule necesar pentru reprezentarea lor grafică prin puncte. Acest calcul este în plus îngreunat de existența unor funcții transcendente în expresia (1) cînd se ia în

Tabelul nr. 1

Nr. crt.	Unghiul de rotire a camei $\varphi°$	3φ	$\sin 3\varphi$	$\cos 3\varphi$	$1-\cos 3\varphi$	Legile de mișcare pentru sistemul rigid		
						$S_c = 10(1-\cos 3\varphi)$ [mm]	$\frac{y_c}{\omega} = 30 \sin 3\varphi \left[\frac{mm}{rad}\right]$	$\frac{a_c}{\omega^2} = 90 \cos 3\varphi \left[\frac{mm}{rad^2}\right]$
0	0	0	0	1	0	0	0	90
1	3	9	0,15643	0,98769	0,01231	0,1231	4,6929	88,8921
2	6	18	0,30902	0,95106	0,04894	0,4894	9,2706	85,5954
3	9	27	0,45399	0,89101	0,10899	1,0899	13,6197	80,1909
4	12	36	0,58779	0,80902	0,19098	1,9098	17,6337	72,8118
5	15	45	0,70711	0,70711	0,29289	2,9289	21,2133	63,6399
6	18	54	0,80902	0,58779	0,41221	4,1221	24,2706	52,9011
7	21	63	0,89101	0,45399	0,54601	5,4601	26,7303	40,8591
8	24	72	0,95106	0,30902	0,69098	6,9098	28,5318	27,8118
9	27	81	0,98769	0,15643	0,84357	8,4357	29,6307	14,0787
10	30	90	1	0	1	10	30	0
11	33	99	0,98769	−0,15643	1,15643	11,5643	29,6307	−14,0787
12	36	108	0,95106	−0,30902	1,30902	13,0902	28,5318	−27,8118
13	39	117	0,89101	−0,45399	1,45399	14,5399	26,7303	−40,8591
14	42	126	0,80902	−0,58779	1,58779	15,8779	24,2706	−52,9011
15	45	135	0,70711	−0,70711	1,70711	17,0711	21,2133	−63,6399
16	48	144	0,58779	−0,80902	1,80902	18,0902	17,6337	−72,8118
17	51	153	0,45399	−0,89101	1,89101	18,9101	13,6197	−80,1909
18	54	162	0,30902	−0,95106	1,95106	19,5106	9,2706	−85,5954
19	57	171	0,15643	−0,98769	1,98769	19,8769	4,6929	−88,8921
20	60	180	0	−1	2	20	0	−90

Tabelul nr. 2

Nr. crt.	φ grade	3φ	sin 3φ	cos 3φ	30φ	sin 30φ	cos 30φ	100 cos 3φ	cos 30φ — 100cos 3φ	$\frac{\cos 30\varphi - 100\cos 3\varphi}{99}$	$1+\frac{\cos 30\varphi - 100\cos 2\varphi}{99}$	10 sin 3φ	10sin3φ—sin30φ	cos3φ — cos30φ	Legile de mișcare pentru sistemul elastic calculate analitic		
															$So=10(1+\frac{\cos 30\varphi - 100\cos 3\varphi}{99})$	$\frac{V}{\omega}=\frac{100}{33}\cdot(10\sin 3\varphi-\sin 30\varphi)$	$\frac{a}{\omega^2}=100\cdot\frac{\cos 2\varphi-\cos 30\varphi}{11}$
0	0	0	0	1	0	0	1	100	—99	—1	0	0	0	0	0	0	0
1	3	9	0,15643	0,98769	90	1	0	98,769	—98,769	—0,99766	0,00234	1,5643	0,5643	0,98769	0,0234	1,7100	89,70
2	6	18	0,30902	0,95106	180	0	—1	95,106	—96,106	—0,97076	0,02924	3,0902	3,0992	1,95106	0,2924	9,3642	177,3690
3	9	27	0,45399	0,89101	270	—1	0	89,101	—89,101	—0,90000	0,10000	4,5399	5,5399	0,89101	1,0000	16,7875	81,0009
4	12	36	0,58779	0,80902	360	0	1	80,902	—79,902	—0,80709	0,19291	5,8779	5,8779	—0,19098	1,9291	17,8118	—17,3618
5	15	45	0,70711	0,70711	450	1	0	70,711	—70,711	—0,71425	0,28575	7,0711	6,0711	0,70711	2,8575	18,3972	64,2827
6	18	54	0,80902	0,58779	540	0	—1	58,779	—59,779	—0,60382	0,39618	8,0902	8,0902	1,58779	3,9618	24,5157	144,3445
7	21	63	0,89101	0,45399	630	—1	0	45,399	—45,399	—0,45857	0,54143	8,9101	9,9101	0,45399	5,4143	39,0306	41,2718
8	24	72	0,95106	0,30902	720	0	1	30,902	—29,902	—0,30204	0,69796	9,5106	9,5106	—0,69098	6,9796	28,8200	—62,8163
9	27	81	0,98769	0,15643	810	1	0	15,643	—15,643	—0,15801	0,84199	9,8769	8,8769	0,15643	8,4199	26,8996	14,2209
10	30	90	1	0	900	0	—1	0	—1	—0,01010	0,98990	10	10	1	9,8990	30,3030	90,9090
11	33	99	0,98769	—0,15643	990	—1	0	—15,643	15,643	0,15801	1,15801	9,8769	10,8769	—0,15643	11,5801	32,9603	—14,2209
12	36	108	0,95106	—0,30902	1080	0	1	—30,902	31,902	0,32224	1,32224	9,5106	9,5106	—1,30902	13,2224	28,8200	—119,0018
13	39	117	0,89101	—0,45399	1170	1	0	—45,399	45,399	0,45857	1,45857	8,9101	7,9101	—0,45309	14,5857	23,9700	—41,2718
14	42	126	0,80902	—0,58779	1260	0	—1	—58,779	57,779	0,58362	1,58362	8,0902	8,0902	0,41221	15,8362	24,5157	37,4736
15	45	135	0,70711	—0,70711	1350	—1	0	—70,711	70,711	0,71425	1,71425	7,0711	8,0711	—0,70711	17,1425	24,4578	—64,2827
16	48	144	0,58779	—0,80902	1440	0	1	—80,902	81,902	0,82729	0,82729	5,8779	5,8779	—1,80902	18,2729	17,8118	—164,4563
17	51	153	0,45399	—0,89101	1530	1	0	—89,101	89,101	0,90000	1,90000	4,5399	3,5399	—0,89101	19,0000	10,7269	—81,0009
18	54	162	0,30902	—0,95106	1620	0	—1	—95,106	94,106	0,95056	1,95056	3,0902	3,0902	0,04894	19,5056	9,3642	4,44909
19	57	171	0,15643	—0,98769	1710	—1	0	—98,769	98,769	0,99766	1,99766	1,5643	2,5643	—0,98769	19,9766	7,7706	—89,7900
20	60	180	0	—1	1800	0	1	—100	101	1,02020	2,02020	0	0	—2	20,2020	0	181,8181

considerare amortizarea. Din aceste motive metoda analitică nu este indicată decît pentru legi simple date de profilul camei. În cazul unor legi mai complexe formate din funcții diferite pe diferite intervale sau indicate numeric sub forma tabelară, este indicată utilizarea unor metode aproximative de integrare.

3. Obținerea soluției ecuației de mișcare (1) cu ajutorul seriilor trigonometrice Fourier

Pentru exemplificarea metodei enunțate ne vom referi la ecuația (1a) care, folosind notația :

$$F_{(\varphi)} = \frac{k_t}{\omega^2}(s_c - s_{01}) - \frac{F_0 + F_t + F_G}{m\omega^2} \tag{12}$$

capătă forma :

$$s'' + \frac{k^2}{\omega^2} s = F_{(\varphi)} \tag{13}$$

Menționăm că ecuația (1) poate fi adusă la o formă asemănătoare cu (13) prin utilizarea unei substituții [6], deci metoda utilizată poate fi aplicată și acestei ecuații.

Funcția $F_{(\varphi)}$ în cazul în care îndeplinește condițiile lui Dirichlet în intervalul $(0,2\pi)$ poate fi exprimată în punctele de continuitate printr-o serie trigonometrică convergentă.

$$F_{(\varphi)} = \frac{a_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty} (a_q \cos q\varphi + b_q \cos q\varphi) \tag{14}$$

ai cărei coeficienți pot fi calculați cu relațiile cunoscute :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{(\varphi)}\, d\varphi \\ a_q &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{(\varphi)} \cos q\varphi\, d\varphi \\ b_q &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} F_{(\varphi)} \sin q\varphi\, d\varphi \end{aligned} \tag{15}$$

Subliniem posibilitatea determinării acestor coeficienți pe cale grafico-analitică [7], sau experimental cu ajutorul aparatelor numite analizatoare armonice.

3.1. *Forma soluției obținută cu ajutorul seriilor trigonometrice*

Ecuația (13) se poate scrie înlocuind funcția $F_{(\varphi)}$ prin dezvoltarea ei în serie trigonometrică :

$$s'' + \frac{k^2}{\omega^2} s = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_q \cos q\varphi + b_q \sin q\varphi) \tag{16}$$

Soluția generală a acestei ecuații este :

$$s = A\cos\frac{k}{\omega}\varphi + B\sin\frac{k}{\omega}\varphi + s_p \tag{17}$$

unde s_p este o soluție particulară a ecuației (12) iar A, B două constante arbitrare. Evident soluția particulară va avea tot forma unei serii trigonometrice :

$$s_p = \frac{A_0}{2} + \sum_{q=1}^{\infty}(A_q\cos q\varphi + B_q\sin q\varphi) \tag{18}$$

Din condiția ca s_p să fie soluție generală a ecuației (12) se obțin prin identificare coeficienții :

$$A_0 = \frac{a_0}{\left(\frac{k}{\omega}\right)^2} \qquad B_q = -\frac{b_q}{\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - q^2} \tag{19}$$

$$A_q = \frac{a_q}{\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - q^2}$$

Rezultă deci pentru soluția generală a ecuației (13)

$$s = A\cos\frac{k}{\omega}\varphi + B\sin\frac{k}{\omega}\varphi + \frac{a_0}{2\left(\frac{k}{\omega}\right)^2} + \sum_{q=1}^{\infty}\left[\frac{a_q}{\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - q^2}\cos q\varphi + \frac{b_q}{\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 - q^2}\sin q\varphi\right] \tag{20}$$

3.2. *Concluzii asupra metodei de integrare a ecuației (1) cu ajutorul seriilor trigonometrice Fourier*

Metoda prezentată rezumativ mai sus prezintă avantajul că poate fi utilizată și în cazul în care profilul camei se dă grafic sau tabelar. Ea este folosită în deosebi pentru studiul vibrațiilor sistemului și al fenomenului de rezonanță. Considerăm totuși că pentru determinarea legilor de mișcare, luarea unui număr mare de termeni în soluția exprimată de (20) face calculul deosebit de greoi.

4. **Metode de integrare numerică a ecuației de mișcare**

Atît metoda analitică cît și metoda seriilor trigonometrice aplicate pentru integrarea ecuației (1) nu sînt totdeauna suficient de comode. În prezent pentru integrarea ecuațiilor de acest gen se utilizează

unele metode de integrare numerică, care dau o precizie suficientă pentru aplicațiile practice. Folosirea unor calculatoare cifrice face aplicarea acestor metode deosebit de comodă.

4.1. *Metoda suprapunerii de efecte*

După cum s-a arătat mai sus efectul elasticității sistemului camă-tachet duce la o abatere a deplasării capătului superior al tachetului (s) față de deplasarea comandată de camă (s_c).

Dacă considerăm acțiunea succesivă asupra sistemului a unor forțe F_i care au ca efect o abatere Δs_i a deplasării reale față de cea dată, rezultă că abaterea totală va fi :

$$\Delta s = \sum_{i=1}^{n} \Delta s_i$$

n fiind numărul de forțe date. Deplasarea reală a capătului superior al tachetului va fi deci :

$$s = s_c - \Delta s \tag{21}$$

Prin înlocuirea curbei accelerației dată de camă, printr-o curbă în trepte, accelerația fiind considerată constantă în intervalele egale de unghi $\Delta\varphi$ putem considera [8] că asupra sistemului acționează o succesiune de forțe constante ma_1, ma_2, ma_3 ..... proporționale cu săgețile statice :

$$\frac{a_1}{k^2}, \quad \frac{a_2}{k^2}, \quad \frac{a_3}{k^2} \ldots$$

Pentru un interval „j" se pot găsi abaterile deplasării și vitezei elementului condus în funcție de valorile lor pe intervalul anterior.

$$\Delta s_j = \Delta s_{j-1} \cos\frac{k}{\omega}\Delta\varphi + \frac{\dfrac{d(\Delta s_{j-1})}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} \sin\frac{k}{\omega}\Delta\varphi + \frac{a_j}{k^2}\left(1 - \cos\frac{k}{\omega}\Delta\varphi\right) \tag{22}$$

$$\frac{\dfrac{d(\Delta s_j)}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} = -\Delta s_{j-1} \sin\frac{k}{\omega}\varphi + \frac{\dfrac{d(\Delta s_{j-1})}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} \cos\frac{k}{\omega}\Delta\varphi + \frac{a_j}{k^2}\sin\frac{k}{\omega}\Delta\varphi \tag{23}$$

Se consideră cunoscute datele inițiale

$$\varphi = 0; \quad \Delta s_0 = s_{c_0} - s_0; \quad \Delta v_0 = v_{c_0} - v_0$$

Pentru obținerea abaterii totale Δs pentru un interval dat „j" se vor lua în considerație alături de abaterea Δs_j dată de (22) și :

— jocul în sistem (luat cu plus sau minus în funcție de sensul deplasării),

— săgeata tachetului sub acțiunea forței provenită din încărcarea arcului prin comprimare (luată cu semnul minus),

— săgețile variate datorate încărcărilor externe adeseori prea complexe pentru a fi considerate (luate cu plus sau minus).

Menționăm că dintre toate aceste abateri care modifică legea comandată de profilul camei, cea mai importantă este cea dată de relația (22). Amortizarea poate fi inclusă în calcul dacă se dorește.

După ce se determină abaterile totale produse de efectul diverselor forțe perturbatoare față de legea de mișcare comandată de profilul camei, legea de mișcare a elementului condus se poate determina pe baza relațiilor :

$$s_j = s_{cj} - \left(\sum_{i=1}^{n} \Delta s_i\right)_j \tag{24}$$

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)_j = \left(\frac{v_c}{\omega}\right)_j - \frac{d(\Delta s_j)}{d\varphi} \tag{25}$$

Valoarea accelerației se poate afla prin explicitarea lui s'' dintr-una din ecuațiile diferențiale (1, 1a, 1b).

Trebuie subliniat faptul că rezultatele vor fi cu atît mai precise cu cît pasul de calcul este mai mic.

4.2. Exemplificarea metodei suprapunerii efectelor

Se va rezolva problema expusă la punctul 2.3 prin metoda de integrare numerică prezentată mai sus. Pentru aceasta s-a aproximat curba accelerației a_c dată grafic sau construită pe baza unei relații analitice printr-o curbă în trepte conform fig. 2. Pasul rezolvării s-a luat $\Delta\varphi = 3°$. Cu datele cunoscute, relațiile (22) și (23) devin :

$$\Delta s_j = \Delta s_{j-1} \cos 90° + \frac{\dfrac{d(\Delta s_{j-1})}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} \sin 90° + \frac{a_j}{k^2}(1 - \cos 90°)$$

$$\frac{\dfrac{d(\Delta s_j)}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} = -\Delta s_{j-1} \sin 90° + \frac{\dfrac{d(\Delta s_{j-1})}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} \cos 90° + \frac{a_j}{k^2} \sin 90°$$

Evident aceste două relații se reduc în acest caz particular devenind :

$$\Delta s_j = \frac{\dfrac{d(\Delta s_{j-1})}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} + \frac{a_j}{k^2} \tag{22'}$$

$$\frac{\dfrac{d(\Delta s_j)}{d\varphi}}{\dfrac{k}{\omega}} = -\Delta s_{j-1} + \frac{a_j}{k^2} \tag{23'}$$

Se observă că prin alegerea convenabilă a pasului $\Delta\varphi$ expresiile (22) și (23) se pot reduce de asemenea la forme simple.

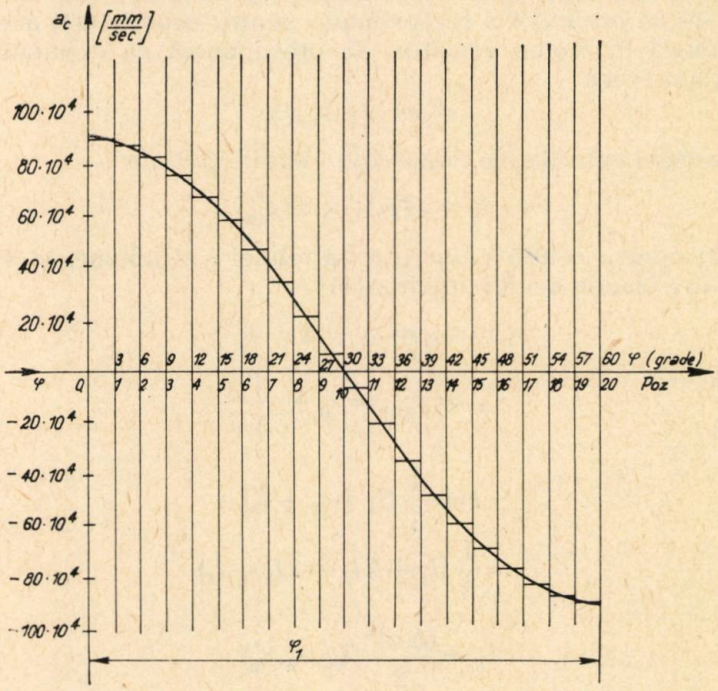


Fig. 2

Deoarece în acest caz se neglijează efectul celorlalte forțe perturbatoare, se poate scrie :

$$s_j = s_{cj} - \Delta s_j \tag{24'}$$

$$\left(\frac{v}{\omega}\right)_j = \left(\frac{v_c}{\omega}\right)_j - \frac{d(\Delta s_j)}{d\varphi} \tag{25'}$$

Se adaugă relaţia :

$\left(\frac{a}{\omega^2}\right)_j = \frac{k^2}{\omega^2} \Delta s_j$ obţinută prin explicitarea ecuaţiei (1b) în raport cu $s'' = \frac{a}{\omega^2}$.

Cu ajutorul relaţiilor de mai sus s-au efectuat calculele obţinîndu-se valorile deplasării, vitezei şi acceleraţiei capătului superior al tachetului în funcţie de unghiul de rotire al camei. S-au impus aceleaşi condiţii iniţiale ca şi la rezolvarea analitică. Calculele au fost centralizate în tabelul 3.

4.3. *Metoda Runge — Kutta de integrare*

Printre metodele de integrare numerică care dau o precizie acceptabilă pentru aplicaţiile practice se numără şi metoda Runge-Kutta. Pentru ecuaţiile de ordinul doi [de exemplu pentru ecuaţia (1)] această metodă se aplică în modul următor. Să presupunem că explicităm ecuaţia (1) în raport cu s''

$$s'' = f(\varphi, s, s') \tag{26}$$

De asemeni considerăm cunoscute valorile iniţiale :

$$s_0 = s(\varphi_0); \quad s'_0 = s'_{(\varphi_0)}$$

Atunci pentru o altă valoare a variabilei φ şi anume : $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi$, rezolvarea se face în modul următor [11] :

$$s_1 = s_{(\varphi_1)} = s_0 + \Delta\varphi \cdot s'_0 + l$$

$$s'_1 = s'_{(\varphi 1)} = s'_0 + \frac{l'}{\Delta\varphi}$$

unde :

$$l = \frac{1}{3}(l_1 + l_2 + l_3)$$

$$l' = \frac{1}{3}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

$$l_1 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f(\varphi, s_0, s'_0)$$

$$l_2 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}, s_0 + \frac{\Delta\varphi \cdot s'_0}{2} + \frac{l_1}{4}, s'_0 + \frac{l_1}{\Delta\varphi}\right)$$

$$l_3 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_0 + \frac{\Delta\varphi}{2}, s_0 + \frac{\Delta\varphi \cdot s'_0}{2} + \frac{l_1}{4}, s'_0 + \frac{l_2}{\Delta\varphi}\right)$$

$$l_4 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_0 + \Delta\varphi, s_0 + \Delta\varphi \cdot s'_0 + l_3, s'_0 + \frac{2l_3}{\Delta\varphi}\right)$$

Tabelul nr. 3

Nr. crt.	Unghiul de rotire a camei $\varphi°$	Legile de mişcare pentru sistemul rigid.								Legile de mişcare pt. sistemul elastic calculate după metodă 4.2		
		Deplasarea S_c [mm]	Viteza redusă $\frac{v_c}{\omega}\left[\frac{mm}{rad}\right]$	Acceler. redusă $\frac{a_c}{\omega^2}\left[\frac{mm}{rad^2}\right]$	Acceleraţia conf. fig. 2 a_c $\left[\frac{mm}{s^2}\right]$	$\frac{a_c}{k^2}$	Δs [mm]	$\frac{d(\Delta s)}{d\varphi} = \frac{\Delta v}{\omega}$ $\frac{k}{\omega} = \frac{k}{\omega}$	$\frac{d(\Delta s)}{d\varphi} = \frac{\Delta v}{\omega}$	$S = S_c - \Delta S$	$\frac{V}{\omega} = \frac{V_e}{\omega} - \frac{\Delta V}{\omega}$	$\frac{a}{\omega^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\Delta S$
0	0	0	0	90	—	—	0	0	0	0	0	0
1	3	0,1231	4,6929	88,8921	89,4460	0,0993	0,0993	0,0993	+2,979	0,0238	1,7139	89,37
2	6	0,4894	9,2706	85,5954	872,437	0,0969	0,1963	—0,0024	—0,072	0,2931	9,3426	176,67
3	9	1,0899	13,6197	80,1909	828,931	0,0921	0,0896	—0,1042	—3,126	1,0003	16,7457	80,64
4	12	1,9098	17,6337	72,8118	765,013	0,0850	—0,0192	—0,0046	—0,138	1,9290	17,7717	—17,28
5	15	2,9289	21,2133	63,6399	682,258	0,0758	0,0711	0,0950	+2,850	2,8578	18,3633	63,99
6	18	4,1221	24,2706	52,9011	582,705	0,0647	0,1597	—0,0064	—0,192	3,9624	24,4626	143,73
7	21	5,4601	26,7303	40,8591	468,801	0,0520	0,0456	—0,1076	—3,228	5,4145	29,9583	41,04
8	24	6,9098	28,5318	27,8118	343,354	0,0381	—0,0695	—0,0075	—0,225	6,9793	28,7568	—62,55
9	27	8,4357	29,6307	14,0787	209,452	0,0232	0,0157	0,0928	+2,784	8,4200	26,8467	14,13
10	30	10	30	0	70,393	0,0078	0,1006	—0,0079	—0,237	9,8994	30,2370	90,54
11	33	11,5643	29,6307	—14,0787	— 70,393	—0,0078	—0,0157	—0,1084	—3,252	11,5800	32,8827	—14,13
12	36	13,0902	28,5318	—27,8118	- 209,452	—0,0232	—0,1317	—0,0075	—0,225	13,2219	28,7568	—118,53
13	39	14,5399	26,7303	—40,8591	—343,354	—0,0381	—0,0456	0,0935	+2,805	14,5855	23,9253	—41,04
14	42	15,8779	24,2706	—52,9011	—468,801	0,0520	+0,0414	—0,0064	—0,192	15,8365	24,4626	37,26
15	45	17,0711	21,2133	—63,6399	—582,705	—0,0647	—0,0711	—0,1062	—3,186	17,1422	24,3993	—63,99
16	48	18,0902	17,6337	—72,8118	—682,258	—0,0758	—0,1820	—0,0046	—0,138	18,2722	17,7717	—163,80
17	51	18,9101	13,6197	—80,1909	—765,013	—0,0850	—0,0896	+0,0970	+2,910	18,9997	10,7079	—80,64
18	54	19,5106	9,2706	—85,5954	—828,931	—0,0921	+0,0049	—0,0024	—0,072	19,5057	9,3426	44,1
19	57	19,8769	4,6929	—88,821	—872,437	—0,0969	—0,0993	—0,1018	—3,054	10,9762	7,7469	—89,37
20	60	20	0	—90	—894,460	—0,0903	—0,2012	0	0	20,2012	0	—181,08

Nr. crt.	Unghiul de rotire a camei $\varphi°$	S_c	Coeficienții de integrare		
			l_1	$l_2 = l_3$	l_4
0	0	0	0		
	1,5	0,0308			
1	3	0,1231	0	0,379	0,1051
	4,5	0,2763			
2	6	0,4894	0,1207	0,2200	0,1958
	7,5	0,7612			
3	9	1,0899	0,2367	0,2010	0,1319
	10,5	1,4736			
4	12	1,9098	0,1175	0,0160	0,0298
	13,5	2,3959			
5	15	2,9289	—0,0118	0,0093	0,0676
	16,5	3,5055			
6	18	4,1221	0,0763	0,1630	0,1427
	19,5	4,7750			
7	21	5,4601	0,1783	0,1491	0,0824
	22,5	6,1732			
8	24	6,9098	0,0704	—0,0273	—0,0225
	25,5	7,6655			
9	27	8,4357	—0,0626	—0,0542	—0,0033
	28,5	9,2154			
10	30	10	0,0001	0,0768	0,0614
	31,5	10,7846			
11	33	11,5643	0,0930	0,0709	0,0088
	34,5	12,3345			
12	36	13,0902	—0,0001	—0,0904	—0,0910
	37,5	13,8268			
13	39	14,5399	—0,1281	—0,1275	—0,0811
	40,5	15,2290			
14	42	15,8779	—0,0809	—0,0108	—0,0199
	43,5	16,4945			
15	45	17,0711	0,0087	—0,0035	—0,0587
	46,5	17,6041			
16	48	18,0902	—0,0636	—0,1439	—0,1467
	49,5	18,5264			
17	51	18,9101	—0,1798	—0,1825	—0,1380
	52,5	19,2388			
18	54	19,5106	—0,1391	—0,0721	—0,0733
	55,5	19,7234			
19	57	19,8769	—0,0458	—0,0478	—0,0913
	58,5	19,9692			
20	60	20	—0,0940	—0,1623	—0,1651

Tabelul nr. 4

metoda Runge Kutta		Legile de mișcare pentru sistemul elastic calculate prin metoda Runge-Kutta		
l	l'	S	$S' = \frac{V}{\omega}$	$S'' = \frac{a}{\omega^2}$
0,0252	0,0855	0,0252	1,6347	88,11
0,1869	0,3988	0,2975	9,2599	172,71
0,2129	0,3908	0,9946	16,7321	85,77
0,0498	0,0704	1,9194	18,0781	—8,46
0,0022	0,0310	2,8670	2,8575	64,71
0,1341	0,2903	3,9775	24,2214	130,14
0,1588	0,2857	5,4030	29,6841	51,39
0,0052	—0,0204	6,9606	29,2941	—45,72
—0,0570	—0,0942	8,4356	27,4930	0,09
0,0512	0,1238	9,9246	29,8601	67,86
0,0782	0,1284	11,5644	32,3151	—0,09
—0,0603	—0,1509	13,1941	29,4299	—93,51
—0,1277	—0,2397	14,6055	24,8468	—59,04
—0,0341	—0,0480	15,8708	23,9291	6,39
0,0005	—0,0210	17,1227	23,5276	—46,44
—0,1171	—0,2619	18,2360	18,5200	—131,22
—0,1816	—0,3492	19,0229	11,8432	—101,52
—0,0944	—0,1669	19,5478	8,6520	—33,48
—0,0471	—0,1094	19,9531	6,5603	—68,58
—0,1395	—0,3027	20,1[illegible]67	0,7726	—168,75

Cunoscînd apoi valorile s_1 și s'_1 se poate determina din ecuația (26) s''_1. Se poate trece apoi la intervalul următor :

Pentru un interval oarecare „j" se poate scrie :

$$s_j = s_{(\varphi_j)} = s_{j-1} + \Delta\varphi \cdot s'_{j-1} + l \tag{27}$$

$$s'_j = s'_{(\varphi_j)} = s'_{j-1} + \frac{l'}{\Delta\varphi} \tag{28}$$

$$l = \frac{1}{3}(l_1 + l_2 + l_3) \tag{29}$$

$$l' = \frac{1}{3}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \tag{30}$$

$$l_1 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f(\varphi_{j-1}, s_{j-1}, s'_{j-1}) \tag{31}$$

$$l_2 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_{j-1} + \frac{\Delta\varphi}{2}, s_{j-1} + \frac{\Delta\varphi \cdot s'_{j-1}}{2} + \frac{l_1}{4}, s'_{j-1} + \frac{l_1}{\Delta\varphi}\right) \tag{32}$$

$$l_2 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_{j-1} + \frac{\Delta\varphi}{2}, s_{j-1} + \frac{\Delta\varphi \cdot s'_{j-1}}{2} + \frac{l_1}{4}, s'_{j-1} + \frac{l_2}{\Delta\varphi}\right) \tag{33}$$

$$l_4 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2} f\left(\varphi_{j-1} + \Delta\varphi, s_{j-1} + \Delta\varphi \cdot s'_{j-1} + l_3, s'_{j-1} + \frac{2l_3}{\Delta\varphi}\right) \tag{34}$$

Pe baza acestor relații se pot determina punct cu punct legile de mișcare ale elementului condus.

4.4 *Exemplificarea metodei Runge-Kutta*

Referindu-ne la exemplul de calcul de la punctul 2,3, rezultă particularizînd ecuațiile generale anterioare :

$$s'' = \frac{k^2}{\omega^2}(s_c - s) \tag{26'}$$

Pentru intervalul „J" ecuațiile (27), (28), (29), (30) nu se modifică. Se particularizează doar valorile coeficienților :

$$l_1 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2}\frac{k^2}{\omega^2}(s_{cj-1} - s_{j-1}) \tag{31'}$$

$$l_2 = \frac{(\Delta\varphi)^2 k^2}{2\ \omega^2}\left[s_{cj-1},\ j - \left(s_{j-1} + \frac{\Delta\varphi \cdot s'_{j-1}}{2} + \frac{l_1}{4}\right)\right] \tag{32'}$$

$$l_3 = l_2 \tag{33'}$$

$$l_4 = \frac{(\Delta\varphi)^2}{2}\frac{k^2}{\omega^2}[s_{cj} - (s_{j-1} + \Delta\varphi \cdot s'_{j-1} + l_3)] \tag{34'}$$

În relația (32') s-a făcut notația $s_{c_{j-1,j}} = s_c\left(\varphi_{j-1} + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)$

După cum se vede la integrarea numerică prin metoda Runge — Kutta este necesară cunoașterea valorilor $s = s_{(\varphi)}$ și la mijlocul intervalelor de integrare. Considerînd cunoscute valorile acestei funcții pentru valori ale unghiului de rotire din 3 în 3 grade $\left(\Delta\varphi = 3° = \frac{\pi}{60}\text{ rad}\right)$ și la mijlocul intervalelor, pe baza relațiilor arătate mai sus s-au determinat mărimile caracteristice ale legilor de mișcare. Rezultatele calculelor sînt redate în tabelul 4.

5. Concluzii generale

Pentru exemplul considerat, pe baza rezultatelor calculelor analitice, s-au trasat grafic legile de mișcare ale capătului superior al tachetului, în ipoteza sistemului rigid (curbele reprezentate cu linie continuă în fig. 3 a, b, c) și în ipoteza sistemului elastic (curbele reprezentate punctat în aceiași figură).

Valorile pentru spațiu și viteză obținute prin cele două metode de calcul numeric prezentate la punctul 4.1 și punctul 4.3 nu diferă prea mult de cele obținute pe cale analitică și de aceea aceste curbe nu s-au mai reprezentat. În fig. 4 a, b s-au reprezentat punctat curbele accelerației reduse calculate prin metodele numerice. Din studiul posibilităților de aplicare a diferitelor metode, pe baza rezultatelor calculelor pentru exemplul considerat și al modului lor de desfășurare, se desprind următoarele concluzii :

1. Elasticitatea sistemului influențează în mică măsură deplasarea și viteza elementului condus. Ea determină însă o modificare apreciabilă a accelerației. Astfel pentru exemplul de calcul efectuat valoarea (absolută) maximă a accelerației este de două ori mai mare în cazul considerării elasticității sistemului față de sistemul rigid. Rezultă deci că neglijarea elasticității sistemului duce la o dimensionare necorespunzătoare a elementelor.

2. Metoda analitică nu poate fi întotdeauna aplicată, iar uneori duce la expresii ale soluției deosebit de complexe.

Metoda de integrare cu ajutorul seriilor trigonometrice este utilă în deosebi pentru cercetarea fenomenului de rezonanță pentru armonice de diferite ordine.

3. Metodele numerice de integrare sînt metode aproximative precizia lor depinzînd de pasul de integrare folosit. Aceste metode nu permit aflarea directă a rezultatului pentru un anumit unghi dat (ca de exemplu metoda analitică) fiind necesară efectuarea integrării în toate punctele anterioare corespunzătoare pasului ales.

4. Pe baza exemplului calculat se pot face următoarele constatări :

Din compararea diagramelor obținute pentru accelerație prin cele trei metode : metoda analitică (fig. 3 c), metoda suprapunerii de efecte (fig. 4 a) și metoda Runge-Kutta (fig. 4 b) rezultă că cele două metode numerice și în deosebi metoda Runge-Kutta dau diferențe apreciabile

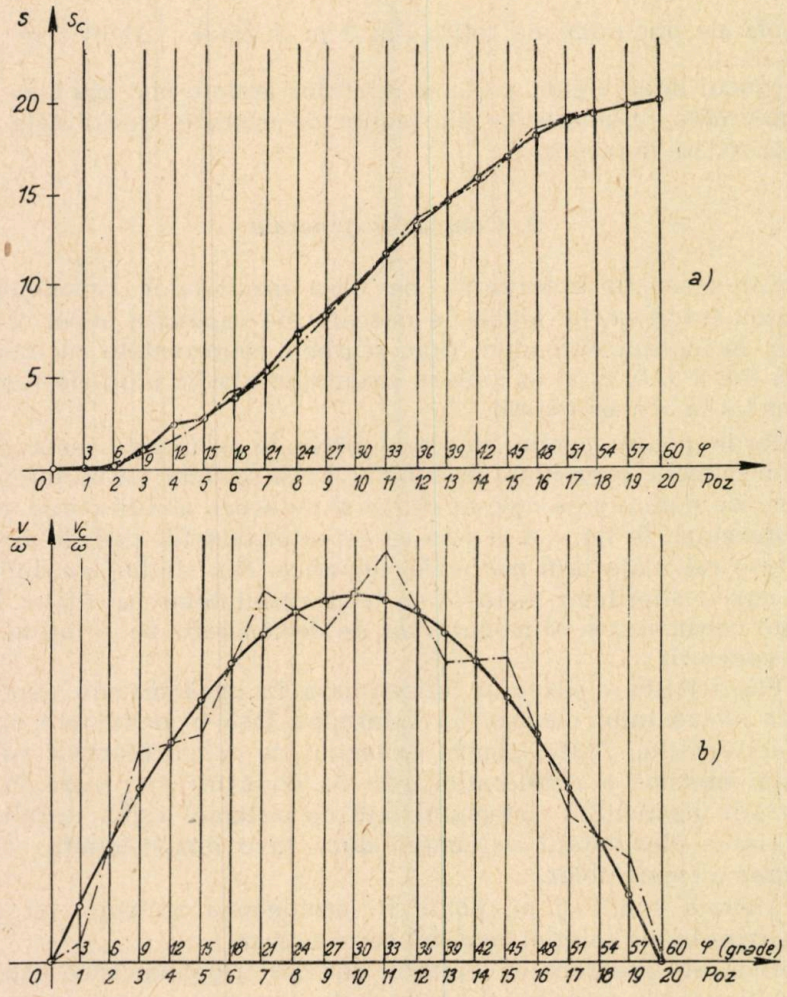


Fig. 3

față de metoda analitică. Erorile relativ mici la începutul intervalului devin mult mai mari spre sfîrșit. Totuși dacă ne referim la valorile maxime ale accelerației care interesează în deosebi, diferențele obținute prin cele trei metode sînt acceptabile.

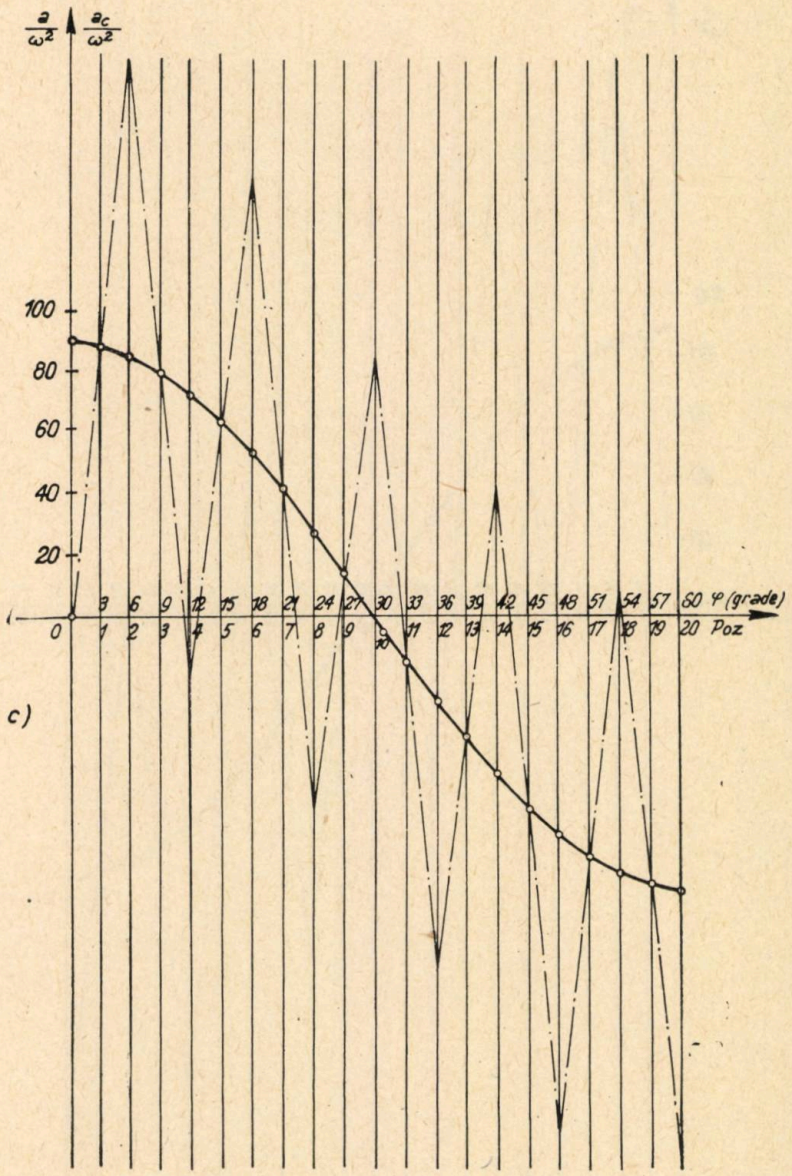


Fig. 3

Fig. 3. Legile de mișcare ale capătului superior al tachetului elastic (linie punctată) comparativ cu legile de mișcare pentru sistemul rigid (linie plină) a. — curbele deplasării; b. — curbele vitezei reduse ; c. — curbele accelerației reduse.

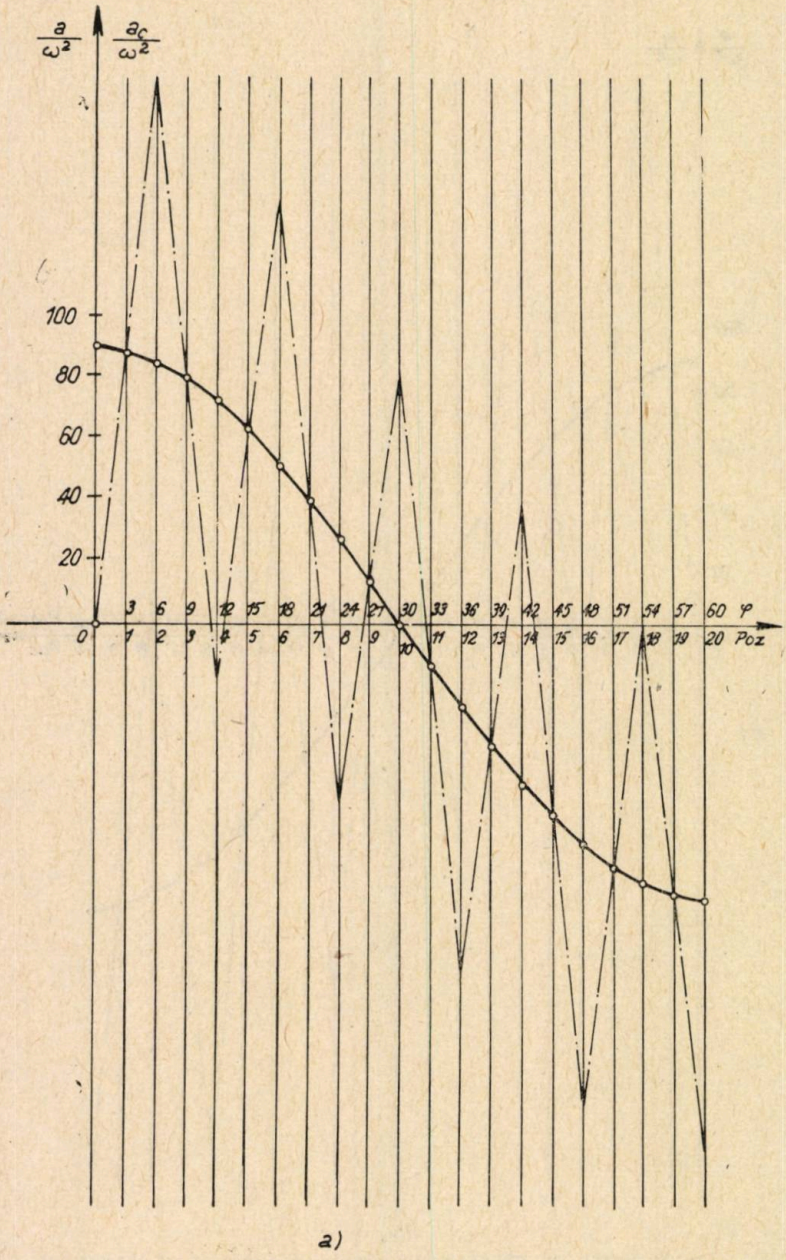
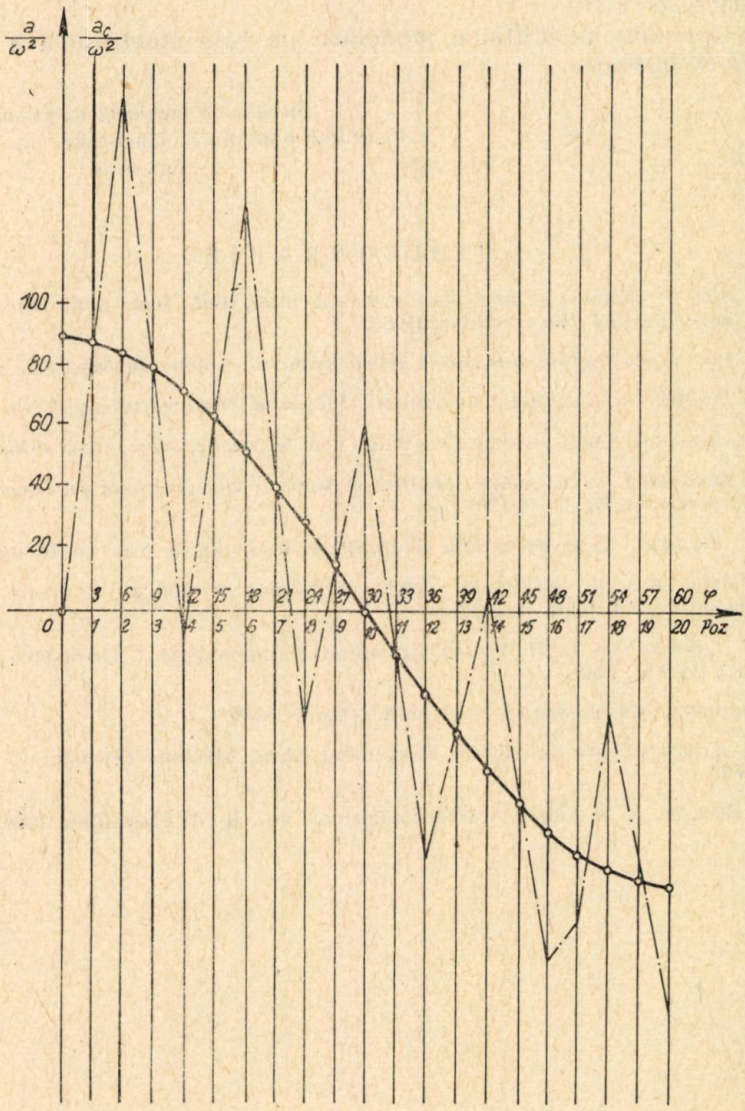


Fig. 4 a. Curbele acceleraţiei reduse corespunzătoare capătului superior al tachetului (linie plină — sistem rigid ; linie întreruptă — sistem elastic. Rezultatul calculului după metoda de la § 4.1



b)

Fig. 4 b. Accelerației redusă. Rezultatul calculului după metoda Runge-Kutta.

5. Pentru exemplele practice de calcul, oricare din metodele propuse necesită un volum mare de calcul. Se impune utilizarea unor mașini cifrice de calcul.

Menționăm posibilitatea modelării pe cale electronică a integrării ecuației de mișcare.

Catedra de teoria mecanismelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *I. Roban, I. Tempea.* Came pentru turații mari, Bul. Inst. politehnic „Gheorghe „Gheorghiu-Dej" București Nr. 1/968.
2. *I. G. Panovcoe,* Osnavî prikladnoi teorii uprughih kolebanii, Masghiz, 1957.
3. *N. I. Levitskii,* Culacicovîie mehanizmî, Moscova, Masinostroienie 1964.
4. *H. A. Rothbart,* Cams Design, Dynamics and Accuracy, New York 1956.
5. *Chr. Pelecudi, I. Sava,* Asupra analizei și sintezei mecanismelor cu came, Construcția de mașini, Nr. 8—9, 1967.
6. *V. V. Stepanov,* Curs de ecuații diferențiale, trad. din lb. rusă, ed. tehnică 1955.
7. *L. Hamburger, Gh. Buzdugan,* Teoria vibrațiilor și aplicațiile ei în construcția mașinilor, edit. tehnică, 1958.
8. *A. S. Timoshenko, D. H. Young,* Advanced Dynamics, Mc, Grow-Hill New York, First Edition, 1948.
9. *D. Tutunaru,* Mecanisme cu came, edit. tehnică, 1959.
10. *F.R.E. Crossley,* How to Modify Positioning Cams, Machine Desingn Vol. 32, Nr. 5, 1960.
11. *I. S. Berezin, N. P. Jidkov,* Metodî vîcislenii vol. II M. Fizmatghiz 1966.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

CENTRALE ELECTRICE

C. Z.: 628.9 : 621.316.7 : 7.25.82 : 727.94

SYSTEMES DE REGLAGE DE L'ÉCLAIRAGE DE SCÈNE DANS LES THÉÂTRES ET LES STUDIOS DE TÉLÉVISION *

C. DINCULESCU, P. BUHUȘ, E. PAVEL

1. Présentation du problème

Entre les préoccupations de dotation des théâtres et des studios de télévision figure également celle concernant l'éclairage de scène. Ce problème présente une importance particulière car l'éclairage de la scène constitue, à l'heure actuelle, une partie intégrante du spectacle, en contribuant à sa mise en valeur et en déterminant, dans une large mesure, son effet artistique.

L'obtention de ces résultats dépend néanmoins de la solution de nombreux et difficiles problèmes technique. En grandes lignes, ces problemes peuvent être groupés en deux catégories :

— problèmes de l'éclairage de scène ;
— problèmes de la dynamique des effets de lumière.

Dans cet ouvrage, les auteurs se proposent de présenter certains des principaux aspects du problème de la dynamique des effets de l'éclairage scénique. Ces problèmes ont trait aux mesures techniques qui doivent être prises afin de pouvoir obtenir la variation dans le temps de l'intensité et de la composition spectrale de l'éclairage de scène en concordance avec le déroulement du spectacle.

2. Exigence du réglage de l'éclairage de scène et les systèmes utilisés

En ce qui concerne les installations actuelles d'éclairage des scène de théâtre et des studios de télévision, le problème du réglage de l'éclairage est devenu toujours plus complexe, car des exigences toujours plus nombreuses et plus difficiles se font jour. Ceci est dû au rôle multiple que joue à présent l'éclairage de scène :

— décor, dont la modification, dans certains cas, doit être très rapide (fractions de seconde) ou, dans certains autres (par exemple dans celui du lever du soleil ou de la lune) particulièrement lente et subtile ;

* Ouvrage reçu à la rédaction le 15 Février 1968.

— mise en valeur des effets de mise en scène ;
— rideau, par obscurcissement brusque (black-out) ;
— la représentation aussi fidèle que possible de la lumière naturelle dans la vie de tous les jours etc.

La complexité du problème du réglage de l'éclairage de scène est une conséquences des nombreuses exigences déterminées par les rôles énumérés ci-dessus, notament :

a. — les limites de réglage de l'intensité lumineuse, qui doit comprendre, sans discontinuités, toute la plage entre l'obscurité absolue et la lumière intense d'un jour ensoleillé d'été ;

b. — des possibilités aussi étendues que possible de modification de la composition spectrale de l'éclairage de scène ;

c. — une vitesse aussi élevée que possible des variations d'intensité lumineuse et de composition spectrale, ce qui implique une inertie aussi faible que possible, respectivement une vitesse de réponse de l'installation de réglage élevée ;

d. — la possibilité de commande centralisée d'un grand nombre de sources lumineuses à partir d'un pupitre de dimensions réduites qui puisse être aisément et correctement manipulé. Ce pupitre doit avoir un emplacement optimum afin que le metteur en scène et l'opérateur d'éclairage puissent surveiller la scène tout entière de manière aussi efficace que possible ;

e. — la possibilité de doublage des commandes pendant les répétitions, à l'aide d'un pupitre mobile qui puisse être placé directement sur la scène, à portée de main du metteur en scène ;

f. — la possibilité de réglage automatique, en basse d'un programme préétabli, conformément au déroulement de l'action et à la conception du metteur en scène, en assurant en même temps la possibilité d'intervenir pour corriger les décalages éventuels entre le jeu des artistes et l'éxécution du programme de réglage de l'éclairage ;

etc.

Les solutions techniques utilisées dans les théâtres pour le réglage de l'éclairage de scène ont évolué le long des années, en subissant un perfectionnement continu. Compte tenu des principes utilisés, ces solutions peuvent être groupées en deux catégories :

— solutions à contacts mobiles dans les circuits commandés ;
— solutions sans contacts mobiles dans les circuits commandés.

Parmi celles appartenant à la première catégorie, il convient de citer en exemple les solutions où l'on intercale dans les circuits commandés :

— des rhéostats ;
— des réactances inductives ;
— des autotransformateurs.

Ces systèmes ont été utilisés dès les débuts de l'introduction de l'éclairage éléctrique dans les théâtres et peuvent continuer à être pris en considération exclusivement dans les cas d'un nombre réduit de lampes de faible puissance et aussi dans celui où une plage réduite de réglage de l'intensité lumineuse est suffisante.

Les solutions à contacte mobiles dans les circuits commandés impliquent des pertes de puissance élevées, des difficultés dans la réalisation de la ventilation, une qualité insuffisante du réglage ainsi qu'une série d'autres désavantages.

La deuxième catégorie de solutions — sans contacte mobiles dans les circuits commandés — a trait au développement, ces dernières décennies, de la technique des éléments de commutation sans contacts. A l'heure actuelle, on utilise :

— des amplificateurs magnétiques,
— des thyratrons à décharge en gaz,
— des thyristors.

Ces systèmes ont apparu comme étant nécessaires aussi à cause de l'accroissement de la puissance de l'éclairage scénique qui a atteint aujourd'hui des milliers de kW. Par exemple, la puissance installée de l'éclairage réglable est à Royal Opera House — Covent Garden, de 2500 kW [19].

Dans l'évolution des systèmes sans contacts, on a utilisé au début les amplificateurs magnétiques, qui ont été très répandus. Les systèmes à thyratron — à décharge en gaz — ont été moins utilisés, à cause de leur encombrement et de leur peu de sûreté dans l'exploitation.

Après 1957, avec la mise au point de la technique des thyristors — thyratrons au silicium — ceux-ci ont commencé à être utilisés dans le réglage de l'éclairage aux Etats-Unis [9] et, ces temps derniers, ils se sont répandus de plus en plus rapidement dans la technique du réglage de l'éclairage en Europe.

Nous mentionnons que les thyristors sont utilisés à présent dans le réglage des circuits électriques des domaines les plus divers d'utilisation de l'énergie électrique (mises en marche électriques, réglage des fours électriques à arc etc.). Aux Etats-Unis, les thyristors sont de plus en plus utilisés à la place des interrupteurs des circuits d'éclairage des pièce, assurant aussi bien la fonction de commutation qu'un réglage continu de l'intensité lumineuse [20, 25, 26, 27, 29].

Vu que les solutions à contact mobiles dans le circuit principal sont déjà dépassées à l'heure actuelle en ce qui concerne le réglage de l'éclairage des scènes étendues et que les thyratrons à décharge en gaz ne peuvent être prises en considération à cause des motifs exposés ci-dessus, dans ce qui suit, on ne discutera que la solution de réglage à amplificateurs magnétiques et celle à thyristors.

3. Système de réglage à amplificateurs magnétiques (AM)

Les amplificateurs magnétiques sont connus depuis assez longtemps — cinquante années — mais leurs applications pratiques sont relativement récentes. L'amplificateur magnétique se compose de bobines d'inductance prémagnétisées à l'aide d'un enroulement à courant continu. De cette manière, son impédance, respectivement son inductance, peut être modifiée, dans de larges limites, en faisant varier la valeur du cou-

rant continu. Etant donné que la puissance nécessaire pour la commande est sensiblement plus faible que la puissance développée dans le circuit commandé — par exemple 4 W pour un amplificateur magnétique de 2 kW ou 12 W pour un amplificateur magnétique de 7,5 kW [6] — on constate un effet d'amplification semblable à celui d'un tube électronique mais ayant une constante de temps plus élevée.

En général, on utilise au moins deux enroulements à courant continu sur des noyaux différents. Ces enroulements à courant continuu sur les deux noyaux sont en série, mais en opposition du point de vue du sens d'enroulement de façon à ce que la somme des tensions alternatives induites dans ces enroulement soit nulle. Afin d'assurer une prémagnétisation de base, chaque noyau est également pourvu d'un enroulement à courant continu et d'un enroulement à courant alternatif. Dans certains schèmas, on monte dans le circuit principal un élément redresseur en série avec les amplificateurs magnétiques, afin qu'une seule demi-onde de courant puisse passer par le circuit.

La constante de temps joue un rôle décisif pour la qualité du dispositif. Par conséquent, la qualité de la tôle utilisée présente une importance toute spéciale pour une bonne qualité de l'amplificateur magnétique.

Il ressort de la littérature de spécialité que les amplificateur magnétiques utilisés dans les système de réglage de l'éclairage se caractérisent aujourd'hui par des rendements élevés. Ainsi, d'après les données fournies par l'ASEA, à charge nominale, un implificateur magnétique de 2 kW a des pertes de 90 W et un amplificateur magnétique de 5 kW a des pertes de 175 kW. Le facteur de puissance réalisé à charge nominale est de l'ordre 0,9.

Dans le cas d'un *AM* de puissances de l'ordre des kilowatts, le niveau de bruit est de l'ordre de 60 phones, ce qui, conformément aux normes roumaines de protection du travail, peut être considéré admissible [3], d'autant plus que l'installation peut être prévue dans une pièce séparée à isolation phonique usuelle.

Des installations de ventilation simples sont habituellement suffisantes pour l'évacuation de la chaleur due aux pertes.

Ainsi qu'on l'a montré plus haut, l'*AM* est utilisé dans les systèmes de réglage comme impédance variable commandée, à l'aide de laquelle on règle l'amplitude du courant (réglage d'amplitude).

Au cas où l'on se sert du système à AM pour le réglage de l'éclairage à lampes fluorescentes, on utilise un autre principe de reglage, notament le réglage de phase. Dans ce cas l'impédance du circuit commandé est modifiée à un moment donné de chaque demi-période par saut, à partir d'une certaine valeur de blocage à une valeur de conduction établie. On obtient cette variation à l'aide d'un schéma électronique de commande transistorisée. La valeur moyenne de l'intensité lumineuse est réglée dans ce système par la variation de la phase, respectivement du moment du saut d'impédance dans chaque demi-période.

On mentionne que ce principe de réglage de phase est similaire à celui utilisé dans les système à thyristtors, qui seront décrit dans ce qui suit.

4. Système de réglage à thyristors (*T*)

L'emploi des thyristors dans les installations techniques est relativement récent, d'environ dix ans. La perfectionnement des thyristors et leur diffusion ont eu lieu à un rythme très soutenu.

Les thyristors à silicium se composent d'éléments semiconducteurs fonctionnant en tant que redresseurs commandés. Leur partie active consiste en cristaux de silicium qui, grâce à une dotation adéquate, deviennent des structures à quatre couches du type PNPN.

L'ordonnance des quatre couches est effectués de manière à faire apparaître trois jonctions dont la jonction du milieu est de sens contraire par rapport aux jonction latérales. La connexion de commande est effectuée à la couche intèrieure du type *P*, à laquelle on applique une impulsion de déblocage. Les jonctions se comportent en tant qu'éléments redresseurs. Normalement, à cause de l'orientation différente de la jonction du milieu, par rapport à celles extérieures, en l'absence d'une impulsion de déblocage, l'application d'une différence de potentiel sur le thyristors n'aura pas pour effet le passage d'un courant.

Lors de l'application d'une impulsion d'amplitude suffisante sur la couche *P* intérieure, la jonction médiane NP devient conductrice, débloquant le thyristor. Par analogie avec le fonctionnement du thyratron, on dit encore que le thyristors „s'allume", en passant de l'état de blocage à celui de conduction. Si l'impulsion dans le circuit de commande diminue au-dessous d'une certaine valeur, le thyristor passe de nouveau en état de blocage. En introduisant le thyristors dans un circuit de courant alternatif, l'impulsion de commande pourra être réglée de sorte que pendant la demi-onde positive se produise l',,allumage", donc la conduction. Le moment où se produit l'allumage peut être réglé par le déphasage convenable de l'impulsion de commande de manière à ce que le thyristor puisse complètement arrêter le demi-onde négative ainsi qu'une partie de la demi-onde positive.

La tension effective appliquée à un consommateur en série avec un élément thyristor dépendra par conséquent de la phase de l'impulsion de commande. Normalement, pour utiliser les deux demi-ondes, on utilise des schémas à thyristors montés en parallèle-opposition. Dans ce cas, les impulsions de commande aux deux thyristors en parallèle, seront décalées de 180° afin que les deux thyristors puissent conduire la même fraction de demi-période.

Pour obtenir l'impulsion de commande, on utilise un ,,amplificateur de mélange", alimenté en courant continu et qui reçoit également des impulsions redressées de la tension même d'alimentation des lampes. Les impulsions se transmettent par l'entremise d'un dephaseur réglable

— habituellement par potentiomètre — à la borne de commande du thyristor. En général, les schémas des circuits de commande des thyristors sont transistorisés.

Parmi les qualités des systèmes de réglage à thyristors, nous mentionnons les pertes de puissance très faibles, l'absence du bruit et la vitesse de réponse très élevée. Parmi les désavantages figurent le fait que le système donne naissance à des perturbations dans le spectre des ondes de radio-fréquence et que les thyristors ne supportent pas de surcharge ou surtension. Afin de parer à ces inconvénients, on connaît et l'on applique à l'heure actuelle de nombreux procédés efficaces.

5. Comparaison entre les deux systèmes *(AM)* et *(T)*

5.1. *Possibilités de commande et réglage*

Les deux systèmes se valent tant en ce qui concerne les *limites* que la *continuité d'un réglage aussi fin que possible* de l'intensité et de la composition spectrale de l'éclairage. En même temps, les deux systèmes se prêtent dans une égale mesure à une *commande effectuée par un système automatique*, en base d'un programme pré-établi.

Compte tenu des vitesse nécessaires, à l'heure actuelle, pour le réglage de l'éclairage de scène, les différences entre les vitesses de réponse du système à amplificateur magnétique et celles du système à thyristors n'ont pratiquement pas d'importance.

5.2. *Facteurs technico-économiques*

Les installations de réglage à thyristors se caractérisent par des *gabarits* plus réduits et des *poids* beaucoup plus faibles. Ceci présente certains avantages en ce qui concerne l'espace nécessaire à l'installation et parfois même le dimensionnement de la structure de résistance de la pièce où l'on place les régulateurs.

A l'étape actuelle, le *prix* des thyristors est en baisse continue grâce à l'accroissement rapide de leur degré d'utilisation dans les dispositifs de commande et réglage pour les installations techniques les plus diverses ainsi que grâce à la concurrence et au fait que les grandes maisons constructrice ont réussi, dans une large mesure, à récupérer les investissements qu'elles ont faits dans les recherches concernant cette nouvelle technique.

Les deux types d'installations de réglage sont presque équivalents au point de vue des *pertes de puissance active*. Dans la littérature de spécialité on mentionne que tant les systèmes à AM que ceux à T se caractérisent par des rendements globaux de valeur élevée, variant entre 95 et 98%. L'utilisation des système de réglage à thyristors entraine habituellement un gain de rendement au-dessous de 1%.

Le *facteur de puissance nominal*, dans le cas du système à AM, est de l'ordre 0,9. Même si le facteur de puissance est meilleur pour les installations de réglage à thyristors, les avantages qui en découlent n'ont qu'une importance secondaire.

5.3. *Sécurité de l'exploitation, fiabilité*

A l'heure actuelle, dans la littérature de spécialité on affirme que la technologie de fabrication des thyristors a fait de grands progrès car ils ont réussi à être „libres de fatigue" (wear free) en cours d'exploitation. Ceci signifie que, dans les limites de sollicitations ne dépassant pas les paramètres nominaux, le processus de vieillissement des thyristors peut pratiquement être considéré négligeable. Dans ces conditions, on cite comme durée moyenne d'utilisation jusqu'a la première chute, tant en ce qui concerne les thyristors que les amplificateurs magnétiques, des chiffres comparables qui sont de l'ordre de plus de 10^6 heures [16, 30].

En échange, aux surcharges, l'amplificateur magnétique s'avère plus robuste que le thyristor. Or, dans les installations d'éclairage, les surcharge peuvent apparaître tant accidentellement — à la suite de courts-circuits dans le réseau alimenté par l'installation de réglage — que normalement, touts les fois que l'on connecte à la source d'alimentation des lampes à incandescence ayant des filaments froids. Dans cette situation, la résistance ohmique des lampes peut être 8 à 13 fois plus élévée que la résistance en régime d'incandescence et l'on constate un choc initial de courant.

Compte tenu de la sensibilité des thvristors aux surcharges, le problème du prélèvement du courant de choc a été résolu de plusieurs manières :

— a. par surdimensionnement des thyristors en choisissant les paramètres nominaux qui correspondent au courant de choc ;

— b. par limitation du courant initial de choc, en utilisant différentes solutions [8, 11, 15].

Des mesures supplémentaires doivent être prises afin de protéger les thyristors contre les courants de court-circuit. C'est ainsi que l'on utilise des fusibles ultrarapides montés dans les circuits des lampes commandées ainsi que dans les circuits des thyristors. Nous mentionnons également que l'on a imaginé et que l'on utilise toute une série d'autres méthodes dont, par exemple, nous citerons la méthode par laquelle, lors de l'apparition du défaut, on modifie la phase de l'impulsion de commande du thyristor, en provoquant son blocage [11].

Un autre problème qui doit retenir l'attention dans le cas de l'utilisation des systèmes de réglage à thyristors est celui qui a trait à leur protection contre les surtensions. Les surtensions, même de très courte durée, entraînent le percement des thyristors ce qui impose de prendre des mesures efficaces de protection contre ces survoltages [15]. Dans ce but, on préconise :

— un surdimensionnement correspondant du matériel dans ce sens ;

— des mesures concernant le réseau d'alimentation, comme par

exemple, la mise sûre à terre du point neutre du réseau, l'emploi de déchargeurs etc.

L'efficacité des mesures de protection utilisées et, par conséquent, la sécurité atteinte au cours de ces dernières années dans les installations de réglage à thyristors sont attestées par l'emploi courant de ces système pour les installations d'éclairage ou de force à des puissance de l'ordre des milliers de kW.

5.4. *Autres facteurs*

Parmi les problèmes techniques qui doivent être résolus en ce qui concerne les deux système de réglage discutés ci-dessus, nous mentionnons également :

a. — L'apparition des perturbations de radiofréquence dues à la présence des fronts abrupts de tension et de courant. Il paraît que ces perturbations sont plus accentuées dans le cas des systèmes de réglage a thyristors. Grâce à l'emploi des schémas antiparasites, de semblables perturbations peuvent être réduites sous les niveaux admissibles [8, 20, 24, 33].

b. — Dans les systèmes d'alimentation triphasée, on peut voir apparaître des phénomènes d'influence réciproque, car le risque d'interférence indésirables de réglage existe toujours. Ce problème est également résolu grâce à l'introduction d'éléments anti-perturbateurs, comme par exemple des bobines d'induction à circuits saturables etc. [15].

c. — Les système de réglage à amplificateurs magnétiques produisent des champs magnétiques qui peuvent atteindre des valeurs importantes. Les difficultés éventuelles déterminées par l'existence de ces champs peuvent être éliminées grâce à un emplacement adéquat des amplificateurs magnétiques dans des pièces séparées, éventuellement pourvues d'écrans magnétiques [31].

5.5. *Problèmes d'exploitation*

Il convient de souligner que dans le cas des systèmes de réglage à AM, on rencontre des éléments semiconducteurs à jonctions (diodes, transistors ou thyristors) tandis que dans celui des systèmes de réglage à thyristors, dans les circuits de commande, on utilise d'habitude des amplificateurs magnétiques de faible puissance. Il en résulte qu'il n'y a pas de différences essentielles dans les exploitations des deux systèmes.

6. Conclusions

6.1. Les considérations présentées plus haut mènent à la conclusion que, dans l'étape actuelle, on ne peut retenir que deux système pour le réglage de l'éclairage de scène ou des studios de télévision, notamment :

— le système de réglage à amplificateurs magnétiques *(AM)* ;

— le système de réglage à thyristors *(T)*.

6.2. Du point de vue technique — compte tenu du degré de perfectionnement atteint à l'heure actuelle — nous considérons que, pour les exigences actuelles, les performances des deux systèmes sont pratiquement équivalentes.

6.3. Nous mentionnons que pour un éclairage scénique complexe — où l'on utilise tant des lampes à incandescence que des lampes fluorescentes — les installations de réglage à amplificateurs magnétiques requièrent l'emploi de deux principes de réglage pour les deux groupes de lampes. Dans le cas des installations à thyristors, le principe de réglage est unique.

6.4. Le système de réglage à thyristors a fait son apparition à une date relativement récente et il a vite atteint un haut degré de perfection ce qui fait qu'à l'heure actuelle il peut parfaitement être mis en ligne de compte avec le système de réglage à *AM*.

6.5. Nous apprécions que si dans l'avenir les exigences du réglage de l'éclairage de scène seront plus élevées du point le vue de la vitesse de réponse, celles-ci seront mieux satisfaites par une installation à thyristors.

6.6. Au cours de ces dernières années, on constate une extension sur une échelle toujours plus large de l'utilisation du système de réglage à thyristors pour l'éclairage de scène et pour celui des studios de télévision. Nous citons en exemple, parmi les cas plus intéressants, les studios de la BBC Grande-Bretagne [19], l'Opéra Royal de Covent Garden avec ses 240 circuits [4], le studio de Cologne, avec ses 500 circuits [12] etc.

6.7. La littérature de spécialité ainsi que les documentations de certaines firmes prouvent que le prix des thyristors est en baisse et que les systèmes de réglage à thyristors sont actuellement meilleur marché que ceux à amplificateurs magnétiques.

6.8. Nous considérons que dans l'étape actuelle, l'argument décisif dans le choix entre les deux systèmes de réglage pour l'éclairage de scène est celui du montant des investissements.

Compte tenu du progrès de la technique des systèmes de réglage à thyristors, ces systèmes nous semblent préférables, en ce qui concerne le réglage de l'éclairage de scène et des studios de télévision.

La chaire des centrales électriques
Institut Polytehnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

6. BIBLIOGRAPHIE

1. *Ştefanovici, T. H.*, Amplificatoare magnetice pentru automatizarea industriei. (Amplificateurs magnétiques pour l'automatisation de l'industrie). Bucarest, Ed. Tehnica, 1964, 208 pages.

2. *Goga, Gh. et collab.* Tuburi electronice şi dispozitive semiconductoare (Tubes électroniques et dispositifs semi-conducteurs), Bucarest, Ed. Tehnica, 1964, 408 pages.

3. *C.S.P.M. et M.S.P.S.* Norme republicane de protecția muncii (Normes républicaines de protection du travail), Bucarest, 1966, 270 pages.

4. * * * Lighting the Royal Opera House. Thyristor dimmer controls stage installation. Dans : Electrical Times, 1965, 145, No. 10, 3 Sept., p. 337.

5. *Coussin, Charles.* Le réglage et la régulation des stations de conversion de courant de l'industrie électrochimique et électrométallurgique. Dans : Bulletin de la Société Française des Electriciens, 1964, 59, No. 11, p. 709—718.

6. *Wik, Miklos.* Regulace divadelniho osvetleni. Dans : Mereni a regul., 1965, 14, No. 2, p. 6—9.

7. *Coakley, Rose.* Light Controls. Dans : Illum. Engin., 1965, 60, No. 6, p. 393—396.

8. *Carpenter, William.* Provide modern lighting control. Dans : Electrical Constructions and Maintenance, 1965, 64, No. 7, p. 90—94.

9. *West, T. G.* Fluorescent lamp dimming progress report. Dans : I.E.E.E. International Convent. Record, 1965, 13, No. 8, p. 1—8.

10. *Herrick, P. R. et Howell, E. K.* Solid state lighting control. Dans I.E.E.E. International Convent. Record, 1965, 13, No. 8, p. 27—35.

11. *Fleming, Joseph W.* Theater lighting control apparatus (Electronic Dimmer Corporation), Brevet U.S.A., annoncé le 17.II.61, publié le 10.VIII.1965.

12. *Lucke, Herbert et Müller, Helmut.* Speicherung der Beleuchtungseinstellungen in Fernsehstudios. Dans : Siemens Z., 1965, 39, p. 1091—1094.

13. *Lucke, Herbert.* Beleuchtungseinrichtungen für Bühnen. (Siemens). Brevet RFA, annoncé le 1.XII.1961, publié le 4.XI.1965.

14. *Toisson, M.* Convertisseurs à transistors et convertisseurs à thyristors pour l'éclairage. Dans : Revue Générale de l'Electricité, 1965, 74, No. 12, p. 1073—1079.

15. *Broek d'Obrenan, J.* Graduateurs de puissance à thyratrons au silicium pour l'éclairage. Dans : Revue Générale de l'Electricité. 1965, 74, No. 12, p. 1080—1087.

16. *Sirocov, A. M.* Osnovi nadioajnosti i ekspluatatzii electronoi aparaturi. Minsk, Nauca i tehnica, 1965, 266 pages.

17. *Sosnowski, Andrzej.* Nowosczesna aparatura nastawsczoregulacyjna oswietlenia scenicznego. Dans : Wiadom. electrotechn., 1966, 34, No. 1, p. 4—9.

18. *Benetazzo, L. et Ciscatto, D.* Un comando elettronico della illuminazione scenica. Dans : Automaz. e strumenti, 1966, 14, No. 3, p. 119—122.

19. *Bentham, Frederick.* Lighting control for television. Dans : Sound and Vision Broadcasting, 1966, 7, No. 3, p. 24—28.

20. * * * New switch gives variable current control without power wastage. Dans : Steam and Heating Eng., 1966, 36, No. 4, p. 26—29.

21. *Thompson, Richard D.* Guides to stage lighting control systems for high school, colleges and television studios. Dans : Illum. Engin., 1966, 61, No. 6, p. 409—414.

22. *Lucke, Herbert.* Neuartige Lichtstellanlagen für die Fernsehstudiobeleuchtung. Dans : Siemens Z., 1966, 40, No. 6, p. 492—497.

23. *Kolbe, Alfred.* Die Technik der Bühnenbeleuchtung gestern und heute. Dans : Lichttechnik, 1966, 18, No. 11, p. 412—414.

24. *Lilienlein, Thomas.* Elektronische Helligkeitssteuerung von Leuchtstofflampen 65 W. Dans : Deutsch. Elektrohandwerk, 1966, 41, No. 15, p. 527—528.

25. *Limann, Otto.* Elektronisches Helligkeitssteuergerät für die Unterputzdose. Dans: Deutsch. Elektrohandwerk, 1966, 41, No. 20, p. 743—744.

26. *Limman, Otto.* Elektronisches Helligkeitssteuergerät mit symmetrischen Thyristoren. Dans: Deutsch. Elektrohandwerk, 1966, 41, No. 23, p. 849—850.

27. *Elektronische Lichtsteuerung.* Dans: Elektro-Technik, 1966, 48, p. 139.

28. Gesteuert Raumbeleuchtung mit Thyristor-Lichtsteuergerät. Dans: Elektro-Technik, 1966, 48, p. 140.

29. *Lavigne, B.* Exemple d'application de l'électronique au réglage de l'éclairage domestique: graduateur de lumière à thyristors. Dans: Moniteur professionnel électrique et électronique, 1966, 21, No. 221, p. 50—51.

30. *Volpin, A. G.* Rasciot nadiojnosti radioperedatcika. Moscou, Izdatelstvo Sviazi, 1967, 95 pages.

31. * * * Lighting dimmer systems. Transductor and thyristor schemes best for large-scale installations. Dans: Electrical Times, 1967, 151, No. 2, 12.I.1967, p. 51—52.

32. *Lark, G. T. et Stevens, W. R.* The electrical control of lamp light output. Dans: Scott, Electrical Engin., 1967, 38, No. 3, p. 144.

33. *Lucke, Herbert.* Lichtsteuerungsanlagen für Bühnen und Fernsehstudios. Dans: Lichttechnik, 1967, 19, No. 3, p. 31 A—34 A.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 621.311 : 621.316.3 : 519 : 621.3.016.621.314 : 621.3.027.3

ANALYSE ET OPTIMISATION DES SCHÉMAS ÉLECTRIQUES D'ALIMENTATION DES COMBINATS INDUSTRIELS DEPUIS LE RÉSEAU *

EMIL CONSTANTINESCU

1. Considérations générales

Le développement continu des réseaux électriques, des installations utilisées pour le transport et la distribution de l'énergie électrique, est à présent accompagné aussi par une permanente augmentation de la sensibilité des consommateurs alimentés par rapport à la qualité d'énergie électrique reçue. A cet égard, une importance toute spéciale est accordée dernièrement aux conditions de sécurité en alimentation, résultant sans doute des dégats de plus en plus importants qui apparaissent comme suite aux interruptions d'alimentation en énergie électrique des consommateurs, situation caractéristique, en premier lieu, à certains combinats industriels, mais qui progressivement s'étend aussi à d'autres catégories de consommateurs, par éxemple les grandes villes. D'autre part, cette sécurité considérée donc comme une grandeur à caractère économique, est influencée en principal par les schémas électriques de connexion, adoptés à divers niveaux pour l'alimentation des consommateurs respectifs. Celle-ci est d'ailleurs aussi la raison pour laquelle dans la littérature de spécialité ont commencé à apparaître des études diverses, ayant comme objet la détermination de la sécurité en fonctionnement, pour divers types de schémas de commutation, dans le but d'établir une solution adéquate à ce point de vue. En général, dans ces ouvrages on considère les données statistiques concernant la probabilité de défaut des divers élements qui entrent dans la composition d'un schéma de commutation (appareils, isolateurs, conducteurs, etc.), en établissant ensuite, par éxemple, soit le nombre moyen des avaries pour certains intervalles de temps, soit la durée probable annuelle des interruptions soit, simultanément, plusieurs pareils élements, ainsi que divers critères et méthodes pour l'appréciation de la sécurité en fonctionnement de l'installation analysée [1, 2].

* Ouvrage reçu à la rédaction le 20 Octobre 1967.

Mais sans doute que seule la détermination des conditions de sécurité en fonctionnement ne peut pas constituer un critère complet. L'établissement de la solution optimale doit être faite en utilisant des méthodes objectives, basées finalement sur des considérations d'ordre économique.

C'est pourquoi dans cet ouvrage seront pris en compte les principes d'une méthode [3] qui, en utilisant les procédés propres à la statistique mathématique et au calcul des probabilités, emploie comme critère final pour l'analyse et l'optimisation des schémas de commutation, les dépenses annuelles de calcul. Mais, à part les investissements et les dépenses d'entretien et les salaires, dans ces calculs seront inclus aussi les dégats qui interviennent chaque année chez les consommateurs, dû aux interruptions déterminées par les avaries où les révisions de l'installation analysée, donc produites par la non-livraison de certaines quantités d'énergie électrique. C'est pourquoi il est nécessaire que pour chaque variante de schéma soient établis et analysés tous les types d'avaries pouvant intervenir, ou en tous cas les plus importantes, ainsi que les révisions nécessaires à certaines parties de l'installation.

En ce sens, l'interruption de l'alimentation des consommateurs peut être produite par l'une des suivantes quatre catégories d'événements :

— avarie simple d'un certain élement du schéma ;
— révision planifiée d'un certain élement du schéma ;
— superposition simultanée de deux avaries simples indépendantes ;
— superposition d'une avarie simple à une révision planifiée.

Dans cette analyse il est nécessaire, en premier lieu, de connaître les fréquences probables annuelles de l'apparition des avaries, ce qui résulte de la probabilité d'avarie des divers élements composants des schémas, obtenue en général des statistiques d'avaries. Aussi on doit déterminer la durée probable des interruptions pouvant être établies en connaissant les manoeuvres et les remplacements des appareils qui doivent être réalisés pour chaque cas, ainsi que les durées de ces opérations élémentaires. En ce qui concerne les révisions, le problème est plus simple, leur fréquence et durée étant connue des instructions et des statistiques d'exploitation. En dehors de ces données il est encore nécessaire de connaître la puissance interrompue, pour laquelle durant les révisions, programmées pendant les heures creuses, on adopte la puissance minimum de la courbe de charge, par différence aux avaries pouvant apparaître à tout moment et pendant lesquelles il est donc indiqué de considérer, pour la puissance interrompue, la puissance moyenne probable de la courbe de charge respective.

2. Schémas de commutation analysés

A l'aide de la méthode exposée en principe au chapitre précedent, dans cet ouvrage seront analysées trois variantes de schémas de commutation, qui peuvent être considérées pour l'alimentation depuis le

réseau, par raccord profond à 110 kV, de certains combinats industriels importants et en même temps exigants en ce qui concerne la sécurité (fig. 1).

Conformément à la situation normale, rencontrée le plus souvent dans les cas analysés, on adopte une courbe de charge du combinat industriel caractérisée par :

puissance max. demandée	P max = 50 MW
puissance min. demandée	P min. = 25 MW
puissance moyenne	P moyenne = 40 MW

Etant donné que les dégats qui résultent comme suite aux interruptions sont importants, les schémas considérés comprennent deux voies

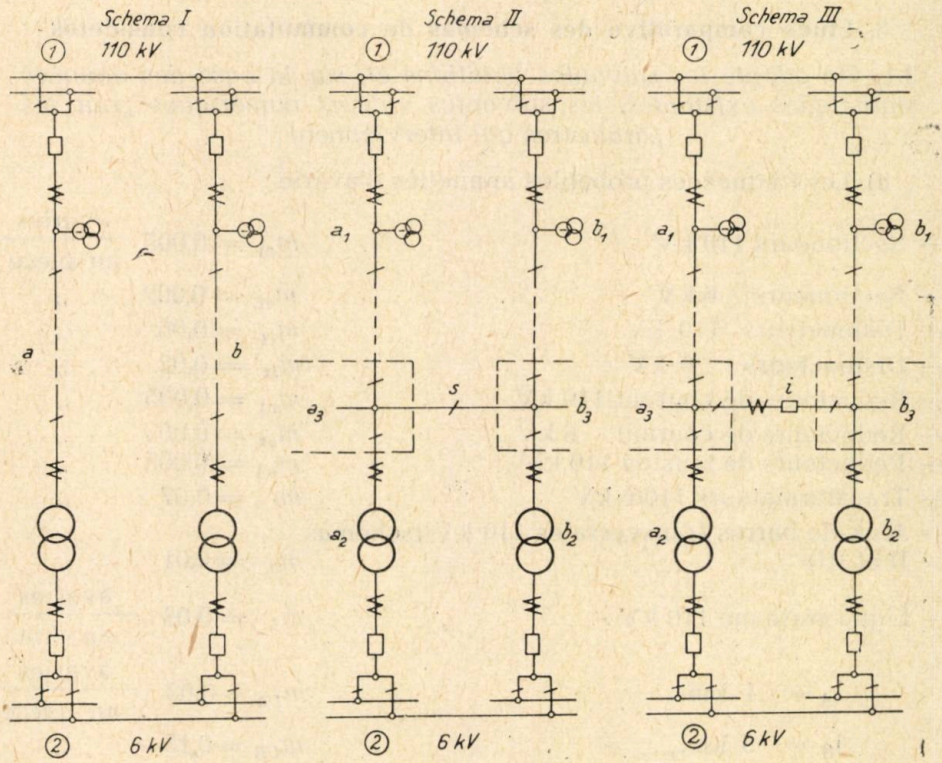


Fig. 1

d'alimentation en paralléle, n'importe laquelle assurant le transport de la puissance maximum demandée, donc avec une réserve de 100%.

Chaque voie d'alimentation consiste en principal d'un transformateur 110/6 kV de 60 MVA, de la ligne aérienne qui fait la liaison entre le poste du réseau électrique et le poste du combinat et des cellules d'extremité.

On ovserve que tandis que dans le schéma I les deux voies d'alimentation sont réalisées suivant le principe bloc ligne-transformateur réducteur, dans le schéma II, entre les lignes et le transformateur apparait une liaison transversale équipée de sectionneurs et dans le schéma III, sur cette liaison transversale on introduit aussi un disjoncteur. La comparaison entre ces trois variantes de schémas sera faite pour différentes longueurs des lignes électriques aériennes, donc pour diverses distances entre le poste du réseau (1) et le poste du combinat (2) : $l_A = 1$ km, $l_B = 5$ km, $l_C = 25$ km.

Il y a lieu de preciser que les investissements nécessaires à la réalisation des schémas II et III sont de 230.000 lei et respectivement de 770.000 lei plus élevés que pour le schéma I.

3. Etude comparative des schémas de commutation considérés

3.1. *On adopte les suivantes notations et, sur la base des données statistiques existantes, les suivantes valeurs numériques pour les paramètres qui interviennent :*

a) Les fréquences probables annuelles d'avarie :

— Sectioneurs 110 kV	$m_{s1} = 0{,}005$	$\frac{\text{avaries}}{\text{an} \cdot \text{pièce}}$
— Sectioneurs 6 kV	$m_{s2} = 0{,}002$	"
— Disjoncteurs 110 kV	$m_{i1} = 0{,}06$	"
— Disjoncteurs 6 kV	$m_{i2} = 0{,}02$	"
— Reducteurs de courant 110 kV	$m_{c1} = 0{,}005$	"
— Reducteurs de courant 6 kV	$m_{c2} = 0{,}003$	"
— Reducteurs de tension 110 kV	$m_{u1} = 0{,}005$	"
— Transformateurs 110/6 kV	$m_t = 0{,}07$	"
— Jeux de barres transversales 110 kV (schémas II et III)	$m_b = 0{,}01$	"
— Ligne aérienne 110 kV	$m_L = 0{,}03$	$\frac{\text{avaries}}{\text{an} \cdot \text{km.}}$
$l_A = 1$ km	$m_{LA} = 0{,}03$	$\frac{\text{avaries}}{\text{an} \cdot \text{pièce}}$
$l_B = 5$ km.	$m_{LB} = 0{,}15$	"
$l_C = 25$ km.	$m_{LC} = 0{,}75$	"

b) Durée des révisions (fréquence une fois par an) :

— Disjoncteurs 110 kV	$r_{i1} = 10$	$\frac{\text{heures}}{\text{an} \cdot \text{pièce}}$
— Disjoncteurs 6 kV	$r_{i2} = 6$	"
— Transformateurs 110/6 kV	$r_t = 5$	"
— Jeux de barres transversales 110 kV.	$r_b = 2$	"

— Ligne aérienne 110 kV $r_L = 0{,}1$ heures / an · km

$l_A = 1$ km $r_{LA} = 0{,}1$ heures / an · pièce

$l_B = 5$ km $r_{LB} = 0{,}5$ "

$l_C = 25$ km $r_{LC} = 2{,}5$ "

c) Durée des réparations ou remplacements :

— Sectionneurs 110 kV	$d_{s1} = 5$	heures / pièce
— Sectionneurs 6 kV	$d_{s2} = 3$	"
— Disjoncteurs 110 kV	$d_{i1} = 8$	"
— Disjoncteurs 6 kV	$d_{i2} = 6$	"
— Reducteurs de courant 110 kV	$d_{c1} = 4$	"
— Reducteurs de courant 6 kV	$d_{c2} = 3$	"
— Reducteurs de tension 110 kV	$d_{u1} = 4$	"
— Transformateurs 110/6 kV	$d_t = 72$	"
— Jeux de barres transversales 110 kV	$d_b = 3$	"
— Ligne aérienne 110 kV	$d_L = 18$	"

d) Durée des manoeuvres :

— Sectionneurs	$d'_s = 0{,}2$	heures / manoeuvre
— Disjoncteurs	$d'_i = 0{,}1$	"

A l'aide de ces données on peut calculer l'énergie électrique W, non-livrée annuellement aux consommateurs dans chacun des schémas considérés. Les dépenses annuelles de calcul correspondantes seront données par les relations :

$$Z = C + pI\,;\quad C = cI + \alpha W$$

où p est le coéfficient standardisé d'éfficacité économique des investissements ($p = 0{,}1$ an^{-1}) et c la quote-part des investissements représentant les amortissements, les dépenses d'entretien et les salaires du personnel (conformément aux prescriptions éxistantes $c = 0{,}116$ an^{-1}). Pour α, représentant les dégats produits par la non-livraison d'une kWh, seront adoptées deux valeurs numériques qui assurément encadrent la valeur réelle dans le cas considéré :

$$\alpha' = 5\,\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}\,;\quad \alpha'' = 20\,\frac{\text{lei}}{\text{kWh}}$$

Par suite sera analysée chacun des trois schémas considérés pour déterminer l'énergie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs comme suite aux interruptions. Dans ces analyses, en vue de

faciliter et uniformiser les calculs, ont été adoptées pour le cas des avaries superposées aux révisions, des relations similaires au cas des avaries simultanées, ce qui, suivant les constatations faites, ne modifie en rien les conclusions.

3.2. *Analyse du schéma I*

I — 1. Avarie simultanée des deux voies d'alimentation *a* et *b*.

Durée probable annuelle d'interruption des deux voies comme suite à des avaries simultanées :

$$d_{I1} = \frac{[\Sigma m_{ai}\, d_{ai}]^2}{N},\quad N = 8760\ \frac{\text{heures}}{\text{an}},$$

$$\Sigma m_{ai}\, d_{ai} = 2\,(2\, m_{s1}\, d_{s1} + m_{s2}\, d_{s2}) + (m_{i1}\, d_{i1} + m_{i2}\, d_{i2}) +$$

$$+ 3\,(2\, m_{c1}\, d_{c1} + m_{c2}\, d_{c2}) + m_{u1}\, d_{u1} + m_t\, d_t + m_{L\,(A,B,C)}\, d_L$$

Energie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs :

$$W_{I1} = d_{I1}\ P \text{ moyen}$$

I — 2. Avarie d'une voie d'alimentation superposée à la révision de l'autre.

La durée probable annuelle d'interruption des deux voies d'alimentation :

$$d_{I2} = \frac{\Sigma m_{ai}\, d_{ai} \times \Sigma r_{bj}}{N}$$

$$\Sigma r_{bj} = r_{i1} + r_{i2} + r_t + r_{L\,(A,B,C)}$$

Energie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs :

$$W_{I2} = 2\, d_{I2}\ P \text{ min.}$$

3.3. *Analyse du schéma II*

Les calculs s'établissent dans l'hypothèse qu'en régime normal de fonctionnement le sectionneur *S* est ouvert, donc les deux voies d'alimentation sont indépendantes.

II — 1. Avarie simultanée des zones a_1 et b_1.

$$d_{II1} = \frac{[\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i}]^2}{N}$$

$$\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i} = 3\, m_{s1}\, d_{s1} + m_{i1}\, d_{i1} + m_{u1}\, d_{u1} + 3\, m_{c1}\, d_{c1} + m_{L\,(A,B,C)}\, d_L$$

$$W_{II1} = d_{II1}\ P \text{ moyen}$$

II — 2. Avarie simultanée des zones a_2 et b_2.

$$d_{II\,2} = \frac{[\Sigma m_{a2i}\, d_{a2i}]^2}{N}$$

$$\Sigma m_{a2i}\, d_{a2i} = 2\, m_{s2}\, d_{s2} + m_{i2}\, d_{i2} + 3\,(m_{c2}\, d_{c2} + m_{c1}\, d_{c1}) + m_t\, d_t$$

$$W_{II\,2} = d_{II\,2}\ P \text{ moyen}$$

II — 3. Avarie simultanée de la voie „a" avec la zone b_3 et de la voie „b" avec la zone a_3.

$$d_{II\,3} = \frac{1}{N}[\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i} + \Sigma m_{a2i}\, d_{a2i} + \Sigma m_{a3i}\, d_{a3i}]\, \Sigma m_{a3i}\, d_{a3i}$$

$$\Sigma m_{a3i}\, d_{a3i} = m_b\, d_b + 2\, m_{s1}\, d_{s1}$$

$$W_{II\,3} = 2\, d_{II\,3} P \text{ moyen}$$

II — 4. Avarie du sectionneur „S".

$$d_{II\,4} = m_{s1}\, d_{s1},\quad W_{II\,4} = d_4\ P \text{ moyen}$$

II — 5. Avarie de la zone a_1 superposée à la révision de la zone b_1 et avarie de la zone b_1 superposée à la révision de la zone a_1.

$$d_{II\,5} = \frac{\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i} \times \Sigma r_{b1j}}{N}$$

$$\Sigma r_{b1j} = r_{i1} + r_{L\,(A,\,B,\,C)}$$

$$W_{II\,5} = 2\, d_{II\,5}\ P \text{ min.}$$

II — 6. Avarie de la zone a_2 superposée à la révision de la zone b_2 et avarie de la zone b_2 superposée à la révision de la zone a_2.

$$d_{II\,6} = \frac{\Sigma m_{a2i}\, d_{a2i} \times \Sigma r_{b2j}}{N}$$

$$\Sigma r_{b2j} = r_{i2} + r_t$$

$$W_{II\,6} = 2\, d_{II\,6}\ P \text{ min.}$$

II — 7. Avarie des zones a_1 et a_2 superposée à la révision de la zone b_3 et avarie des zones b_1 et b_2 superposée à la révizion de la zone a_3.

$$d_{II\,7} = \frac{[\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i} + \Sigma m_{a2i}\, d_{a2i}]\, \Sigma r_{b3j}}{N}$$

$$\Sigma r_{b3j} = r_b,\quad W_{II\,7} = 2\, d_{II\,7}\ P \text{ min.}$$

II — 8. Avarie de la zone a_3 superposée à la révision de la voie „b" et avarie de la zone b_3 superposée à la révision de la voie „a".

$$d_{II\,8} = \frac{[\Sigma r_{b1j} + \Sigma r_{b2j} + \Sigma r_{b3j}]\,\Sigma m_{a3i}\, d_{a3i}}{N}$$

$$W_{II\,8} = 2\, d_{II\,8}\ P \text{ min.}$$

II — 9. Avarie simultanée des zones a_1 avec b_2 et b_1 avec a_2. Fréquence probable annuelle de ces évenements :

$$m_{II\,9} = 2\,\frac{\Sigma m_{a1i}\, d_{a1i} \times \Sigma m_{a2i} + \Sigma m_{a2i}\, d_{a2i} \times \Sigma m_{a1i}}{N}$$

$$\Sigma m_{a1i} = 3\, m_{s1} + m_{i1} + 3\, m_{c1} + m_{a1} + m_{L\,(A,\,B,\,C)}$$

$$\Sigma m_{a2i} = 2\, m_{s2} + m_{i2} + 3\,(m_{c2} + m_{c1}) + m_t$$

La durée de l'interruption lors de la séparation des zones avariées:

$$d'_{II\,9} = 2\,(d'_s + d'_i)$$

La durée de l'interruption lors du revient au schéma normal :

$$d''_{II\,9} = 2\, d'_s + 3\, d'_i$$

L'énergie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs :

$$W_{II\,9} = m_{II\,9}\,(d'_{II\,9}\ P \text{ moyen} + d''_{II\,9}\ P \text{ min.})$$

II — 10. Avarie de la zone a_2 superposée à la révision de la zone b_1 et avarie de la zone b_2 superposée à la révision de la zone a_1.

$$m_{II\,10} = 2\,\frac{2\,\Sigma m_{a2i}\, d_{a2i} + \Sigma m_{a2i} \times \Sigma r_{b1j}}{N}$$

$$W_{II\,10} = m_{II\,10}\,(d'_{II\,9} + d''_{II\,9})\ P \text{ min.}$$

II — 11. Avarie de la zone a_1 superposée à la révision de la zone b_2 et avarie de la zone b_1 superposée à la révision de la zone a_2.

$$m_{II\,11} = 2\,\frac{2\,\Sigma_{a1i}\, d_{a1i} + \Sigma m_{a1i} \times \Sigma r_{b2j}}{N}$$

$$W_{II\,11} = m_{II\,11}\,(d'_{II\,9} + d''_{II\,9})\ P \text{ min.}$$

3.4. *Analyse du schéma III*

Compte tenu de la ressemblance avec le schéma II en ce qui concerne la structure, les mêmes évenements seront considérés et notés dans le même ordre que le schéma II. En régime normal de fonctionnement on considère ouverts le disjoncteur i et les sectionneurs adjacents.

III — 1. $W_{III\,1} = W_{II\,1}$

III — 2. $W_{III\,2} = W_{II\,2}$

Tableau 1

Résultats numériques

Grandeur	Unit. de mesure	Schéma I			Schéma II			Schéma III		
		l_A	l_B	l_C	l_A	l_B	l_C	l_A	l_B	l_C
$W_{I\ 1}$	kwh/an	190	338	1720	—	—	—	—	—	—
$W_{I\ 2}$	„	773	1055	2600	—	—	—	—	—	—
$W_{II\ 1}$, $W_{III\ 1}$	„	—	—	—	6	51	911	6	51	911
$W_{II\ 2}$, $W_{III\ 2}$	„	—	—	—	126	126	126	126	126	126
$W_{II\ 3}$, $W_{III\ 3}$	„	—	—	—	3	4	9	4	5	12
$W_{II\ 4}$, $W_{III\ 4}$	„	—	—	—	1000	1000	1000	—	—	—
$W_{II\ 5}$, $W_{III\ 5}$	„	—	—	—	68	200	1010	68	200	1010
$W_{II\ 6}$, $W_{III\ 6}$	„	—	—	—	330	330	330	330	330	330
$W_{II\ 7}$, $W_{III\ 7}$	„	—	—	—	71	96	219	71	96	219
$W_{II\ 8}$, $W_{III\ 8}$	„	—	—	—	11	11	12	14	14	15
$W_{II\ 9}$, $W_{III\ 9}$	„	—	—	—	8	17	61	6	13	48
$W_{II\ 10}$, $W_{III\ 10}$	„	—	—	—	86	87	88	66	67	68
$W_{II\ 11}$, $W_{III\ 11}$	„	—	—	—	28	69	279	21	54	214
W_{total}	„	963	1393	4320	1737	1991	4045	712	956	2953
$Z'\left(\alpha' = 5\ \frac{\text{lei}}{\text{kwh}}\right)$	10^3 lei/an	4,82	6,97	21,60	58,39	59,65	69,90	169,6	170,8	180.8
$Z''\left(\alpha'' = 20\ \frac{\text{lei}}{\text{kwh}}\right)$	„	19,26	27,90	84,40	84,40	89,50	130,6	180,2	185,1	225,0

III — 3. La différence par rapport au schéma II apparait pour l'expression de la somme suivante :

$$\Sigma m_{a3i}\, d_{a3i} = m_b\, d_b + 3\, m_s\, d_s$$

III — 4. Par manque du sectionneurs il en résulte :

$$W_{III\,4} = 0$$

III — 5. $W_{III\,5} = W_{II\,5}$

III — 6. $W_{III\,6} = W_{II\,6}$

III — 7. $W_{III\,7} = W_{II\,7}$

III — 8. La différence par rapport au schéma II est la même que pour III — 3.

III — 9. $m_{III\,9} = m_{II\,9}$

$$W_{III\,9} = m_{III\,9}\,(d'_s + 3\,d'_i)\ (P \text{ moyen} + P \text{ min.})$$

III — 10. $m_{III\,10} = m_{II\,10}$

$$W_{III\,10} = 2 m_{III\,10}\,(d'_s + 3\,d'_i)\ \ P \text{ min.}$$

III — 11. $m_{III\,11} = m_{II\,11}$

$$W_{III\,11} = 2 m_{III\,11}\,(d'_s + 3\,d'_i)\ \ P \text{ min.}$$

3.5. *Résultats obtenus*

En remplaçant dans les relations établies les valeurs numériques adoptées, on obtient pour les trois schémas analysés, I, II et III, pour les trois longueurs l_A l_B et l_C, des lignes aériennes ainsi que pour les deux valeurs α' et α'' des dégats spécifiques provoqués aux consommateurs, les résultats du tableau 1. Lors de l'établissement des dépenses annuelles de calcul pour les investissements ont été introduites seulement les différences entre les schémas II, III et le schéma I.

4. **Conclusions**

De l'analyse comparative réalisée sur les trois types de schémas considérés, il résulte ce qui suit :

a) Au point de vue de la sécurité en service, ainsi que l'on pouvait le supposer dès le début, le plus intéressant paraît être le schéma III, étant donné qu'il conduit à la quantité minimum d'énergie électrique non-livrée aux consommateurs durant les avaries ou les révisions.

b) Le schéma II, contrairement aux prévisions, ne résulte pas être plus sure que le schéma I, ce qui s'explique par le fait que les jeux de barres transversales introduits entre les lignes et les transformateurs et spécialement les sectionneurs associés, constituent des sources sup-

plémentaires d'avaries, ce qui anéantit l'avantage obtenu en ce qui concerne les possibilités de manoeuvre.

c) L'énergie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs augmente, ainsi qu'il est normal, en même temps que la longueur de la ligne électrique aérienne qui fait la liaison entre le poste du réseau et le poste du combinat industriel.

L'avantage du schéma III par rapport aux deux autres en ce qui concerne la sécurité augmente également en même temps que la longueur de cette ligne. Par ailleurs, pour les grandes longueurs de la ligne même le schéma II devient équivalent ou même plus avantageux que le schéma I.

Cette situation est due à la grande différence qui se crée dans de pareils cas entre la probabilité d'avarie des lignes et des transformateurs, ce qui réduit sensiblement la sécurité en service du schéma I de type bloc.

d) Au point de vue des dépenses annuelles de calcul, donc en considérant aussi les aspects économiques, le schéma I reste pourtant de loin le plus indiqué pour toutes les situations analysées. Les avantages qui apparaissent pour le schema III et dans certaines situations même pour le schéma II au point de vue des dégats produits aux consommateurs comme suite aux interruptions sont pourtant reduits par rapport au surplus d'investissement requis par ces schémas vis-à-vis du schéma I. On peut donc affirmer avec certitude que, pour les cas considérés, la prévision d'un schéma du type I à deux voies de courant indépendantes, donc avec une réserve de 100% sans liaisons transversales, constitue toujours la solution optimale.

e) Les éventuelles modifications des valeurs numériques adoptées pour quelques paramètres moins surs, par exemple les fréquences probables d'avarie ou la durée des réparations et remplacements d'appareils, ne sont pas de nature à influencer les conclusions énoncées.

Ainsi, par exemple, dans le schéma II une large quote-part de l'énergie électrique non-livrée annuellement aux consommateurs est due à l'avarie du sectionneur „s". Même si la durée de remise en service du schéma était réduite, au temps minimum nécessaire pour défaire les liaisons aux bornes, comme suite au défaut de ce sectionneur, le schéma II ne devient pas plus économique que le schéma I.

f) La méthode d'analyse proposée prouve être commode à appliquer, permet la comparaison même de schémas dont les différences de structure sont petites, étant en même temps très suggestive, donnant la possibilité de dépister ces parties sensibles des schémas qui constituent la source d'interruptions plus importantes.

Dû à son caractère général, la méthode peut être utilisée pratiquement dans tous les cas qui apparaissent dans l'établissement des projets et l'exploitation des installations électriques á haute tension.

La chaire des centrales électriques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *V. I. Nitu, H. Albert, N. Brădescu.* Une nouvelle méthode pour l'évaluation de la sécurité en service des schémas des postes électriques en utilisant le calcul des probabilités. Energetica, 13, nr. 12, 1965, p. 573—584.

2. *L. I. Dvoskin.* Metod vîbora glavnîh shem elektriceskih soedinenii mosnîh Kondensationnîh elektrostanții. Elektricestvo, nr. 5, 1066, p. 11—17.

3. *E. Constantinescu.* Dimensionnement des installations électroénergétiques à l'aide des méthodes statistiques et probabilistiques. Autoréférat pour la thèse de doctorat. Bucarest, Institut Polytechnique „Gh. Gheorghiu-Dej", 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

REȚELE ELECTRICE

C. Z.: 621.316 : 621.313 : 12 : 621.314 : 517.9 : 621.3.012.621.3.015

STUDIUL STABILITĂȚII STATICE ÎN SISTEMELE ELECTROENERGETICE CU CARACTERISTICI NELINIARE *

EUGEN POTOLEA

La studiul regimului permanent al rețelelor electroenergetice se folosesc scheme echivalente în care intervin elemente liniare și neliniare. Elementele pasive ale rețelei (liniile și transformatoarele) pot fi considerate întotdeauna liniare iar elementele active (generatoare și consumatoare) au, în general caracteristici neliniare ($P=ct$, $U=ct$ pentru generatoare și $P_c = P_c\ (U)$, $Q_c = Q_c\ (U)$ pentru consumatori). În consecință ecuațiile regimului permanent sînt întotdeauna neliniare și rezolvarea lor impune folosirea unei metode de aproximații succesive.

Aproximațiile succesive ale soluțiilor sînt convergente dacă sistemul de ecuații neliniare este compatibil și deci admite soluții reale. Condițiile de convergență a aproximațiilor succesive sînt identice cu criteriile practice ale stabilității statice. În consecință, studiul stabilității statice înseamnă studiul stabilității soluțiilor (convergența aproximațiilor) ecuațiilor neliniare, care descriu regimul permanent.

Problema stabilității statice a unui sistem electroenergetic cuprinde două aspecte.

Primul aspect se referă la stabilitatea sistemului în ipoteza că organele sale de reglaj sînt ideale. Regulatorul de frecvență este neinerțial iar reglajul este astatic ($f=ct$), fapt care se interpretează în calcul prin introducerea unui nod de echilibrare a puterilor active. Sistemele de reglaj ale tensiunilor sînt neinerțiale iar reglajele sînt astatice, ceea ce permite considerarea tensiunilor fixate la bornele unor generatoare. Studiul stabilității statice în sistemele neinerțiale se efectuează prin studiul micilor deplasări, provocate de cauze care trebuie precizate.

Al doilea aspect se referă la stabilitatea sistemului, ținînd seamă de caracteristicile inerțiale ale regulatoarelor. În acest caz, studiul stabilității sistemului înseamnă studiul stabilității reglajelor și nu se poate efectua decît prin studiul micilor oscilații, provocate de o perturbație momentană a cărei cauză nu trebuie precizată.

* Manuscris predat la redacție la 15 ianuarie 1968.

1. Ecuațiile regimului permanent

Se consideră schema monofilară (Fig. 1, a) a unui sistem electric trifazat, în care elementele active (generatoare și consumatori) sînt reprezentate prin puteri trifazate la borne. Se construiește schema echi-

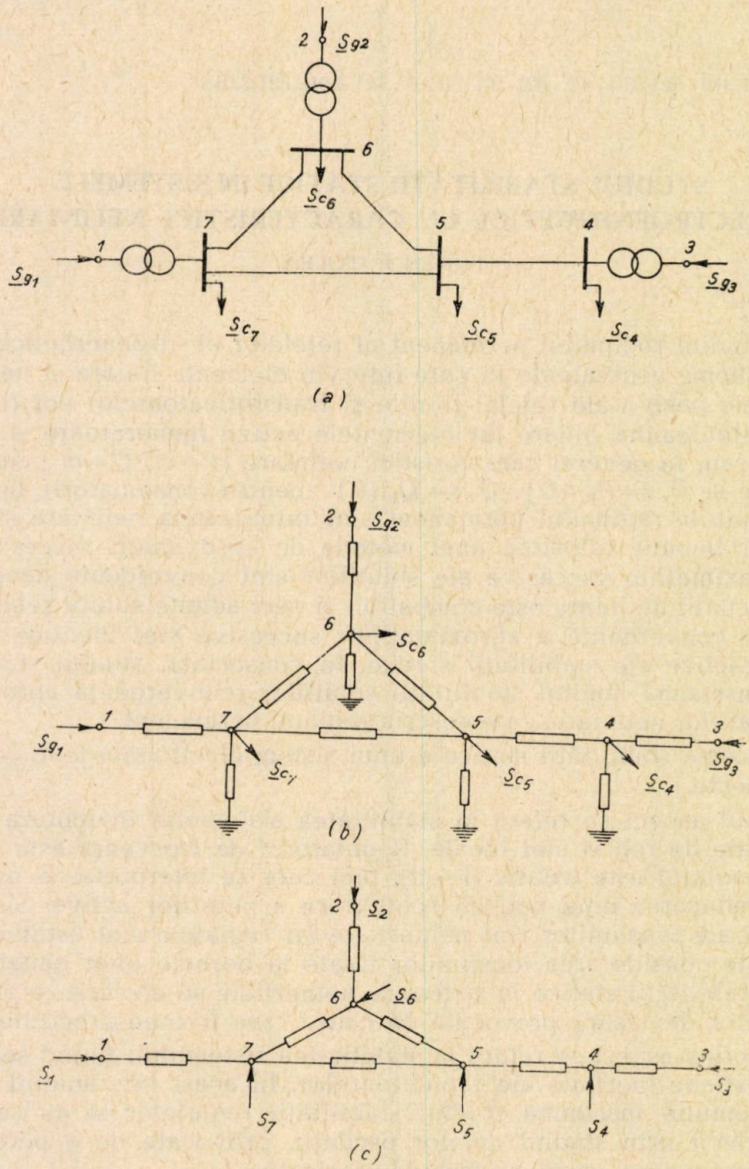


Fig. 1. Schemele unui sistem electric.

a) Schema monofilară ; *b)* Schema echivalentă, a rețelei directe ; *c)* Schema de calcul.

valentă a rețelei directe (Fig. 1, b) și apoi schema de calcul (Fig. 1, c) cu toți parametrii raportați la înfășurările de înaltă tensiune a transformatoarelor.

Elementele pasive ale rețelei (linii și transformatoare) se reprezintă în rețeaua directă prin scheme Π și Γ. În schemele Π și Γ, la fel ca și în schema echivalentă din figura 1, b se disting două categorii de laturi : *longitudinale*, care nu sînt incidente la pămînt și *transversale*, care sînt incidente la pămînt. Admitanțele laturilor transversale din schema echivalentă (Fig. 1, b) sînt egale cu sumele corespunzătoare ale admitanțelor laturilor transversale din schemele Π și Γ.

În schema de calcul (Fig. 1, c) s-au înlocuit laturile transversale din schema echivalentă prin curenți ejectați la noduri. În felul acesta schema de calcul conține numai laturi longitudinale și curenți injectați la noduri (curenții debitați de generatoare se iau cu semnul plus iar curenții absorbiți de consumatori se iau cu semnul minus).

Schema cu curenți injectați la noduri poate fi considerată și ca o schemă cu puteri injectate la noduri :

$$\begin{aligned} P &= P_g - P_c - G\,U^2 \\ Q &= Q_g - Q_c - B\,U^2 \end{aligned} \tag{1}$$

în care :

P_g, Q_g sînt puterile trifazate, debitate de generatoare ;
P_c, Q_c — puterile trifazate absorbite de consumatori ;
G, B — parametrii admitanței ($Y = G + j\,B$) laturii transversale de la nodul corespunzător din schema echivalentă.

Schema de calcul din figura 1, c se studiază ca o rețea pasivă cu curenți injectați la noduri și se scrie ecuația matricială din metoda potențialelor la noduri :

$$[\underline{Y}_{n0}]\,[\underline{V}_{n0}] = [\underline{I}_{n0}] \tag{2}$$

Matricea pătrată $[\underline{V}_{n0}]$ este matricea admitanțelor la noduri, care se poate scrie direct. Termenii matricei se notează cu litere mari și se exprimă în funcție de admitanțele laturilor, notate cu litere mici :

$$\underline{Y}_{ii} = \sum_k \underline{y}_{ik} \; ; \; \underline{Y}_{ik} = -\,\underline{y}_{ik}$$

Matricea coloană $[\underline{I}_{n0}]$ are termenii egali cu curenții injectați la nodurile rețelei pasive. Dacă la nodurile rețelei sînt date puterile injectate $\underline{S}$, atunci curenții injectați se exprimă din relațiile de forma :

$$\underline{S} = \sqrt{3}\,\underline{U}\,\underline{I}^* \tag{3}$$

în care :

$\underline{S}$ este puterea trifazată complexă ($P + j\,Q$) ;
$\underline{U}$ — tensiunea de linie la nod ($U = \sqrt{3}\,V$).

Matricea coloană $[\underline{V}_{no}]$ are termenii egali cu tensiunile nodurilor (potențiale pe fază față de pămînt), care vor fi numite coordonate ale regimului de funcționare. Fiecare nod va fi caracterizat printr-o coordonată complexă, $\underline{V}$ (sau $\underline{U}$) sau prin două coordonate reale : modulul V (sau U) și argumentul θ.

Ecuațiile (3) impun condiții neliniare la nodurile schemei și de aceea sistemul de ecuații format din (2) și (3) este neliniar. În consecință, calculul regimului permanent în rețelele electroenergetice cu puteri la noduri necesită întotdeauna rezolvarea unui sistem de ecuații neliniare.

Avînd în vedere calculul regimurilor în diferite condiții se împart nodurile schemei în două categorii :

— nodurile de echilibrare, la care coordonatele sînt fixate ;

— noduri independente, la care coordonatele sînt libere.

Separînd nodurile de echilibrare *(e)* de nodurile independente *(r)*, se scrie ecuația (1) sub forma :

$$\left|\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_e] & [\underline{Y}_{er}] \\ \hline [\underline{Y}_{re}] & [\underline{Y}_r] \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} [\underline{V}_e] \\ \hline [\underline{V}_r] \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} [\underline{I}_e] \\ \hline [\underline{I}_r] \end{array}\right|$$

din care rezultă :

$$\begin{aligned} [\underline{Y}_e][\underline{V}_e] + [\underline{Y}_{er}][\underline{V}_r] &= [\underline{I}_e] \\ [\underline{Y}_{re}][\underline{V}_e] + [\underline{Y}_r][\underline{V}_r] &= [\underline{I}_r] \end{aligned} \tag{4}$$

Nodurile independente pot fi de două categorii :

— noduri de tip consumator, la care coordonatele V și θ sînt libere ;

— noduri de tip generator, la care coordonata V este fixată, iar coordonata θ este liberă.

La nodurile de tip consumator nu sînt conectate generatoare ($P_g = R_g = O$), iar puterile P_c și Q_c din (1) se determină de pe caracteristicile statice sau cu ajutorul unor relații empirice [4]. În consecință, puterile injectate P și Q la un nod de tip consumator sînt funcții de coordonata U a nodului :

$$\begin{aligned} P &= -P_c(U) - G\,U^2 \\ Q &= -Q_c(U) - B\,U^2 \end{aligned} \tag{5}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații de funcționare se determină coordonatele U, Θ ale nodurilor și se verifică dacă modulele U sînt cuprinse în limitele admisibile pentru funcționarea normală a consumatorilor :

$$U_{\min} < U < U_{\max} \tag{9}$$

La nodurile de tip generator se consideră cunoscute mărimile U și P, adică se impun condițiile :

$$U = ct$$
$$P = ct \tag{7}$$

Mărimile constante U și P din (7) se determină ținînd seamă de existența a două categorii de noduri de tip generator : noduri la bornele generatoarelor și noduri la bornele tensiunilor electromotoare (sau noduri din spatele impedanțelor directe ale generatoarelor).

Pentru nodul de la bornele unui generator se fixează tensiunea la valoarea prescrisă de circa $U=1{,}05\ U_n$, unde U_n este tensiunea nominală a rețelei. Puterea activă debitată de generator se consideră constantă $P_g=ct$, astfel că din prima relație (1) rezultă puterea constantă P a nodului de la care poate să lipsească eventual consumatorul și latura transversală.

Prin rezolvarea sistemului de ecuații de funcționare se determină coordonata Θ și puterea reactivă Q, injectată la nodul de la bornele generatorului. Folosind a doua relație din (1) se obține Q_g și se verifică condițiile :

$$Q_{\min} < Q_g < Q_{\max} \tag{8}$$

Pentru nodul de la bornele unei tensiuni electromotoare se consideră $U=E$ și $P=P_m$, în care E este tensiunea electromotoare de succesiune directă iar P_m este puterea mecanică la arbore. După determinarea coordonatei $\theta=\delta$ și a puterii reactive Q, nu este necesară o verificare a limitelor valorii lui Q. Condițiile (6) și (8) se verifică in fiecare ciclu de aproximații.

Dacă condițiile (6) și (8) nu se verifică este necesar să se admită alte valori pentru puterile de la noduri și pentru modulele U fixate la unele noduri.

În cele de mai sus s-a admis că tensiunea E se menține constantă în ipoteza că generatorul este cu poli înecați. Dacă generatorul este cu poli aparenți, atunci tensiunea E trebuie calculată în funcție de tensiunea din axa longitudinală E_d, a cărei valoare se menține constantă :

$$E = \frac{1}{2} E_d \left(1 + \sqrt{1 - 4\,(X_d - X_q)\,\frac{Q}{E_d^2}}\right) \tag{9}$$

cu condiția :

$$Q < \frac{1}{4}\,\frac{E_d^2}{X_d - X_q} \tag{10}$$

Tensiunea electromotoare E din (9) variază de la E_d la $0{,}5\ E_d$ atunci cînd Q variază de la zero la limita maximă (10). În consecință, pentru generatoarele cu poli aparenți nu se poate considera $E=E_d$ dacă puterea Q este apropiată de limita maximă din (10). Este necesar ca tensiunea E să se calculeze prin aproximații succesive, după cum urmează.

Cu valoarea E din (9) se reface calculul regimului, obținînd un nou Q. Ciclul de operații se repetă pînă cînd aproximațiile succesive diferă între ele prin valori cuprinse în limitele erorilor admise.

La calcularea regimurilor se consideră la început că toate nodurile de tip generator sînt la bornele generatoarelor. Dacă puterile Q, obținute din calcul, depășesc puterile maxime la unele noduri, atunci acestea se transformă în noduri cu coordonate libere (U, Θ), iar nodurile de tip generator se mută la bornele tensiunilor electromotoare ale generatoarelor respective.

2. Rezolvarea ecuațiilor

Ecuațiile de funcționare în regim permanent ale unui sistem electric sînt ecuații neliniare și de aceea, rezolvarea lor necesită folosirea unei metode de aproximații succesive. Metodele de rezolvare ale sistemului de ecuații pot fi împărțite în două categorii :

— metode directe, ale căror soluții se vor numi aproximații ;

— metode iterative, ale căror soluții se vor numi iterații.

În cele ce urmează se va folosi o metodă directă, numită metoda matricială, care utilizează ecuații scrise cu ajutorul unor matrice inversate.

Se consideră schema de calcul din figura 1, *c* și se alege un nod de echilibrare la care se fixează tensiunea în modul și argument $\underline{V}_e = V_e \lfloor 0$

Ecuația (1) se scrie sub forma (2) în care matricele $[\underline{V}_e]$, $[\underline{I}_e]$ și $[\underline{Y}_e]$ se înlocuiesc cu matricele de ordinul întîi : $\underline{V}_e$, $\underline{I}_e$ și $\underline{Y}_e$ iar indicele r se înlocuiește cu indicele n.

Se scrie a doua ecuație din (4) în două forme :

$$\begin{aligned} [\underline{I}_n] &= [\underline{Y}_n]\,[\underline{V}_n] + [\underline{Y}_{ne}]\,V_e \\ [\underline{V}_n] &= [\underline{Z}_n]\,[\underline{I}_n] + [\underline{C}_{ne}]\,V_e \end{aligned} \tag{11}$$

în care : $[\underline{Z}_n]$ este inversa matricei $[\underline{Y}_n]$;

$[\underline{C}_{ne}]$ — matricea coloană de ordinul n cu toți termenii egali cu unitatea.

Ecuațiile (11) se scriu sub formă dezvoltată :

$$\begin{aligned} \underline{I}_i &= \sum_k \underline{Y}_{ik}\,\underline{V}_k + \underline{Y}_{ie}\,\underline{V}_e \\ \underline{V}_i &= \sum_k \underline{Z}_{ik}\,\underline{I}_k + \underline{V}_e \end{aligned} \tag{12}$$

în care :

$\underline{Y}_{ik}$ sînt termenii matricei $[\underline{Y}_n]$;

$\underline{Z}_{ik}$ — termenii matricei $[\underline{Z}_n]$;

$\underline{Y}_{ie}$ — termenii matricei $[\underline{Y}_{ne}]$.

Curenții $\underline{I}_i$ din (12) se introduc în (3) iar curenții $\underline{I}_k$ se exprimă cu relația (3) și se introduc în (12), obținînd astfel relațiile :

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \sum \underline{Y}^*_{ik} \underline{U}^*_k + \underline{U}_i \underline{Y}^*_{ie} \underline{U}^*_e$$

$$\underline{U}_i = \sum_k \underline{Z}_{ik} \frac{\underline{S}^*_k}{\underline{U}^*_k} + \underline{U}_e \tag{13}$$

Primele ecuații din (13) se scriu numai pentru nodurile de tip generator și se calculează numai părțile imaginare

$$Q_i = Im \underline{S}_i \tag{14}$$

Ultimele relații din (13) se scriu pentru toate nodurile și se calculează argumentele și modulele :

— pentru toate nodurile :

$$\theta_i = \arg \underline{U}_i \tag{15}$$

— pentru nodurile de tip consumator :

$$U_i = \text{mod } \underline{U}_i \tag{16}$$

Nodul de echilibrare se alege la bornele unui generator și se consideră $\underline{U}_e = 1{,}05\ U_n$ în care U_n este tensiunea nominală a rețelei. Ecuațiile de funcționare se rezolvă în ipoteza că sînt cunoscute valorile U și P pentru nodurile de tip generator și caracteristicile statice de putere pentru nodurile de tip consumator, care se pot exprima cu relațiile empirice din [4]. Variabilele independente ale sistemului de ecuații sînt : θ, Q pentru nodurile de tip generator și U, Θ pentru nodurile de tip consumator.

În aproximația zero se admit valori pentru toate coordonatele libere $\theta^{(0)} = 0$ și $U^{(0)} = U_n$ și se calculează puterile $P^{(0)}$, $Q^{(0)}$ din relațiile (5) pentru nodurile de tip consumator.

Cu valorile date U, P și cu aproximațiile de ordin zero ale coordonatelor libere se calculează din (14) primele aproximații ale puterilor reactive la nodurile de tip generator.

Cu valorile date U, P și cu aproximațiile anterioare ale coordonatelor și puterilor se calculează din (15) și (16) primele aproximații ale coordonatelor libere.

Ciclul de operații se repetă pînă cînd aproximațiile succesive diferă între ele prin valori cuprinse în limitele erorilor admise.

În decursul calculului și în final se verifică condițiile (8) pentru generatoare. Dacă aceste condiții sînt îndeplinite, înseamnă că regimul considerat poate fi realizat și deci sistemul electric cu un nod de echilibrare este static stabil. În final, se calculează puterile de la nodul de echilibrare și se verifică dacă nu întrec puterile disponibile ale generatorului de la acest nod.

Este posibil ca aproximațiile succesive din (14), (15) și (16) să nu fie convergente. Aceasta înseamnă că sistemul de ecuații este incompatibil

și deci regimul nu poate fi realizat în condițiile neliniare și arbitrare impuse la nodurile schemei de calcul.

Incompatibilitatea sistemului de ecuații poate fi datorită deficitului de putere activă în ansamblul sistemului electric sau deficitului de putere reactivă la unul din noduri. Pentru a depista cauza incompatibilității este necesar să se folosească metoda fixării și eliberării succesive a coordonatelor.

Coordonatele U, θ ale nodurilor se fixează în mod succesiv pînă cînd sistemul de ecuații devine compatibil. Sistemul de ecuații în noile condiții se obține după cum urmează.

Nodurile cu coordonatele fixate sînt noduri de echilibrare, care se separă în ecuația de funcționare (2) pentru a scrie relațiile de forma (4).

Prima relație din (4) se folosește pentru a calcula curenții și apoi puterile de la nodurile de echilibrare. Se consideră că primele r noduri sînt independente ($i=1, 2, 3...r$) iar ultimele sînt de echilibrare ($j=r+1, r+2,...,n$) și se exprimă puterile de la nodurile de echilibrare cu relațiile :

$$\underline{S}_j=\sqrt{3}\,\underline{U}_j\,\underline{I}_j^*=\underline{U}_j\left(\sum_{k=1}^{r} Y_{jk}^*\,\underline{U}_k^*+\sum_{k=r+1}^{n} Y_{jk}^*\,\underline{U}_k^*\right) \tag{17}$$

A doua ecuație din (4) se scrie în două forme :

$$\begin{aligned}[\underline{I}_r]&=[\underline{Y}_r][\underline{V}_r]+[\underline{Y}_{re}][\underline{V}_e]\\ [\underline{V}_r]&=[\underline{Z}_r][\underline{I}_r]+[\underline{C}_{re}][\underline{V}_e]\end{aligned} \tag{18}$$

Din (17) rezultă relații de forma (12), care se scriu considerînd că primele r noduri sînt independente iar ultimele sînt de echilibrare :

$$\begin{aligned}\underline{I}_i&=\sum_{k=1}^{r} Y_{ik}\,\underline{V}_k+\sum_{k=r+1}^{n} \underline{Y}_{ik}\,\underline{V}_k\\ \underline{V}_i&=\sum_{k=1}^{r} Z_{ik}\,I_k+\sum_{k=r+1}^{n} \underline{C}_{ik}\,\underline{V}_k\end{aligned} \tag{19}$$

Din relațiile (19) și (3) rezultă relații de forma (13) pentru nodurile independente din rețeaua cu mai multe noduri de echilibrare :

$$\begin{aligned}\underline{S}_i&=\underline{U}_i\left(\sum_{k=1}^{r} Y_{ik}^*\,\underline{U}_k^*+\sum_{k=r+1}^{n} Y_{ik}^*\,\underline{U}_k^*\right)\\ \underline{U}_i&=\sum_{k=1}^{r}\frac{S_k^*}{\underline{U}_k^*}+\sum_{k=r+1}^{n} C_{ik}\,\underline{U}_k\end{aligned} \tag{20}$$

Din ecuațiile (20) se extrag soluțiile de forma (14), (15) și (16) pentru nodurile corespunzătoare. Aproximațiile succesive sînt convergente deoarece s-a admis că regimul cu coordonate fixate este realizabil. Dacă

aproximațiile nu sînt convergente se fixează în continuare alte coordonate U și θ pînă cînd se obține convergența aproximațiilor succesive.

După rezolvarea sistemului de ecuații cu coordonate fixate se pune problema de a elibera în mod succesiv coordonatele, începînd cu θ și continuînd cu U. Pentru a elibera coordonata θ la un nod se verifică mai întîi bilanțul puterilor active la nodul studiat iar pentru a elibera coordonata U se verifică bilanțul puterilor reactive.

Pentru a verifica bilanțul puterilor active se consideră că nodul studiat este de echilibrare și se admit cîteva valori arbitrare ale coordonatei θ. Sistemul (20) se rezolvă pentru fiecare θ și se calculează în final puterile active de la nodul de echilibrare, folosind ecuația core-

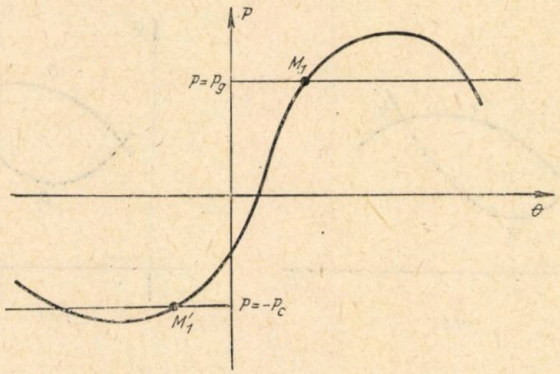


Fig. 2. Caracteristica de putere activă la un nod.

punzătoare din (17). Cu perechile de valori θ și P de la nodul studiat se trasează caracteristica $P=P(\theta)$ din figura 2. Dacă la nodul studiat se injectează putere activă se trasează caracteristica $P=P(\theta)$ în cadranul I, admițînd valori pozitive pentru θ. Dacă la nodul studiat se ejectează putere activă se trasează caracteristica $P=P(\Theta)$ în cadranul III, admițînd valori negative pentru θ.

Pe diagrama caracteristicii $P=P(\theta)$ se trasează dreptele $P=P_g=ct$ sau $P=-P_c=ct$, după cum la nodul studiat se injectează sau se ejectează putere activă. Cînd caracteristica $P=P(\theta)$ este intersectată de una din drepte, punctul de funcționare se stabilește în unul din punctele M_1 sau M'_1, conform criteriului $dP/d\theta > O$. În aceste condiții se poate elibera coordonata Θ deoarece bilanțul puterilor active este satisfăcut.

Pentru a elibera coordonata U se consideră că nodul studiat este de tip generator $(U=ct)$, deși puterea activă poate fi injectată sau ejectată. Se admit cîteva valori arbitrare pentru U și se rezolvă sistemul (20), determinînd puterile reactive corespunzătoare Q de la nodul studiat. Cu perechile de valori U și Q se trasează caracteristica $Q=Q(U)$ din figura 3. Dacă la nod se injectează putere activă, caracteristica $Q=Q(U)$ este în cadranul I deoarece puterea Q rezultă pozitivă (Fig. 3, a). Dacă la nod se ejectează putere activă, caracteristica $Q=Q(U)$ este în ca-

dranul IV deoarece puterea Q rezultă negativă. Această caracteristică se poate trasa tot în cadranul I (Fig. 3, b), atribuind semnul plus puterii reactive ejectate.

Pe diagramele din figura 3 se trasează caracteristicile de putere reactivă ale generatorului, respectiv consumatorului. Cînd caracteristicile se intersectează, punctul de funcţionare se stabileşte în unul din punctele M_1 sau M_1', conform criteriului $dQ/dU<O$. În aceste condiţii se poate elibera coordonata U deoarece bilanţul puterilor reactive este satisfăcut.

Pentru a trasa caracteristica Q_g din figura 3, a se menţine constantă tensiunea electromotoare a generatorului şi puterea P la borne

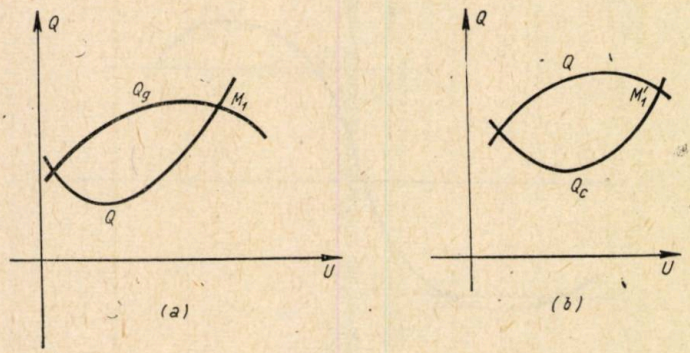


Fig. 3. Caracteristicile de putere reactivă la un nod:

şi se calculează Q_g pentru diferite valori ale tensiunii la borne. Valoarea constantă a tensiunii electromotoare se calculează cu valorile P, U, Q din regimul cu coordonata U fixată.

Eliberarea tensiunii la bornele generatorului nu este necesară întotdeauna iar verificarea bilanţului puterilor reactive se poate efectua pe o cale simplă cu ajutorul condiţiilor (8).

Regimul de funcţionare al unui generator cu tensiunea prescrisă la borne poate fi situat, fie în zona stabilităţii naturale, fie în zona stabilităţii artificiale. Dacă funcţionarea generatorului nu este permisă în zona stabilităţii artificiale este necesar un calcul suplimentar de verificare, chiar dacă sînt îndeplinite condiţiile (8). Aceste condiţii sînt necesare dar nu suficient pentru asigurarea funcţionării generatorului în zona stabilităţii naturale. Nu se poate preciza o limită minimă pentru Q astfel încît să fie asigurată stabilitatea naturală, deoarece această limită tinde către Q_{max} atunci cînd regimul tinde către limita stabilităţii naturale.

Pentru a verifica stabilitatea unui generator cu tensiunea prescrisă la borne se procedează după cum urmează. Cu valorile U_0, θ, P, Q de la

borne se calculează tensiunea electromotoare $E_0\delta_0$ a generatorului în regimul studiat cu tensiunea U_0 prescrisă. Se eliberează coordonata U_0 și se fixează tensiunea electromotoare la valoarea calculată. Considerînd nodul de la bornele tensiunii electromotoare $E_0\delta_0$ ca un nod de echilibrare se rezolvă ecuațiile (20) și se obține tensiunea U la bornele generatorului. Dacă tensiunea calculată U rezultă egală cu tensiunea U_0 înseamnă că generatorul funcționează în zona stabilității naturale, iar dacă tensiunea U este mai mică decît U_0, regimul este situat în zona stabilității artificiale.

Pentru a justifica procedeul de verificare se trasează caracteristica $P=P(\delta)$, considerînd $E=E_0$ și luînd cîteva valori arbitrare pentru argumentul δ (Fig. 4). Pe caracteristica $P=P(\delta)$ se determină punctul M

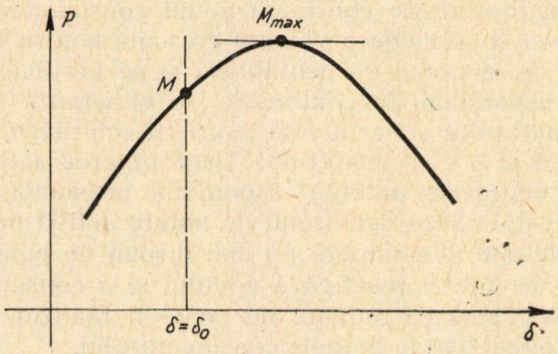


Fig. 4. Caracteristica de putere activă la arborele unui generator.

de abscisă $\delta=\delta_0$, care corespunde regimului cu tensiunea prescrisă la borne. Regimul este în zona stabilității naturale sau artificiale, după cum punctul M este situat în stînga sau în dreapta maximului caracteristicii $P=P(\delta)$. Punctului M situat în stînga maximului îi corespunde tensiunea U_0 la bornele generatorului iar punctului M situat în dreapta îi corespunde o tensiune mai mică

Pentru generatoarele care funcționează cu tensiunea electromotoare constantă se efectuează calculul caracteristicii $P(\delta)$ cu valoarea maximă a tensiunii electromotoare. Dacă bilanțul puterilor active se verifică, atunci punctul de funcționare se stabilește în M, conform criteriului $dP/d\delta>0$.

Fixarea și eliberarea succesivă a coordonatelor necesită un mare volum de calcule, atît în metodele directe, cît și în metodele indirecte. În metoda matricială, care a fost prezentată, numărul aproximațiilor este mult mai redus decît în metodele iterative, în schimb este necesar calculul unor matrice intermediare pentru diferite variante de fixare a coordonatelor.

După eliberarea coordonatelor și obținerea regimului normal în rețeaua cu un singur nod de echilibrare se poate trece la studiul unor

regimuri înrăutățite din punct de vedere al stabilității statice. Înrăutățirea regimului se poate datora, fie reducerii puterii la arborele unui generator, fie creșterii puterilor la unul sau mai mulți consumatori.

În cazul reducerii puterii la arborele unui generator se va încărca cu putere activă generatorul de la nodul de echilibrare. Se admit valori descrescătoare pentru puterea de la arborele generatorului studiat și se determină unghiul δ și puterea activă P_e de la nodul de echilibrare. Se trasează caracteristica $P_e(\delta)$ și dreapta $P_e = P_{e\max}$. Dacă cele două caracteristici se intersectează, regimul poate fi realizat în cazul reducerii puterii la arborele generatorului studiat.

În cazul creșterii puterilor la bornele unui consumator este necesar să se verifice în mod succesiv bilanțul puterilor active la nodul de echilibrare ales la arborele unui generator și bilanțul puterilor reactive la bornele consumatorului. Se consideră nodul consumator ca un nod de tipul $P=ct$, $U=ct$ și se alege o valoare crescută pentru P. Se determină puterea activă de la nodul de echilibrare și se verifică dacă nu depășește puterea disponibilă. În continuare, se eliberează tensiunea de la bornele consumatorului și se intersectează caracteristicile de putere reactivă a nodului și a consumatorului. Dacă puterea activă de la nodul de echilibrare depășește puterea disponibilă înseamnă că regimul nu poate fi realizat din cauza deficitului de putere activă în sistem, în ipoteza că nici celelalte generatoare nu mai dispun de puteri active. Dacă caracteristicile de putere reactivă a nodului și a consumatorului nu se intersectează înseamnă că regimul nu poate fi realizat din cauza deficitului de putere reactivă la bornele consumatorului.

3. Coeficienți de stabilitate

Se admite că s-a obținut un regim de funcționare pentru o anumită variantă de repartiție a puterilor active între generatoare, dintre care unele funcționează cu tensiuni constante la borne iar altele cu tensiuni electromotoare contante. Se pune problema de a aprecia în ce măsură regimul este îndepărtat sau nu de anumite regimuri critice la care se pierde stabilitatea. Aprecierea stabilității sistemului în ansamblu rezultă din aprecierea stabilității legăturilor sistem-consumator și sistem-generator.

Pentru a aprecia stabilitatea unei legături sistem-consumator se introduce ipoteza consumatorului adaptabil după puterea activă și se mută nodul de echilibrare la bornele consumatorului studiat. Vechiul nod de echilibrare devine un nod de tip generator, la care P și U au valorile din regimul studiat anterior. Se admit cîteva valori U la noul nod de echilibrare și se rezolvă sistemul de ecuații în aceste condiții pentru a trasa caracteristica $Q\ (U)$ la nodul de echilibrare. Caracteristicile $Q\ (U)$ și $Q_c\ (U)$, trasate pe aceeași diagramă (Fig. 5), permit aprecierea stabilității legăturii sistem-consumator. Aprecierea se efectuează numai pe baza caracteristicilor de putere reactivă deoarece s-a admis ipoteza con-

sumatorului adaptabil după puterea activă, adică s-a admis că bilanțul puterii active este satisfăcut identic la nodul de echilibrare.

Caracteristicile din figura 5 se intersectează în două puncte, dintre care unul (M) este static stabil conform criteriului :

$$\frac{d\Delta Q}{dU} = \frac{d}{dU}(Q - Q_c) < 0 \tag{21}$$

Se admite că legătura sistem-consumator trece într-un punct critic M_k datorită deplasării caracteristicii Q_c paralel cu axa Q. Tensiunea critică U_k din M_k se obține pe o cale simplă dacă se construiește caracteristica $\Delta Q = Q - Q_c$ și se trasează tangenta paralelă cu axa U (Fig. 5).

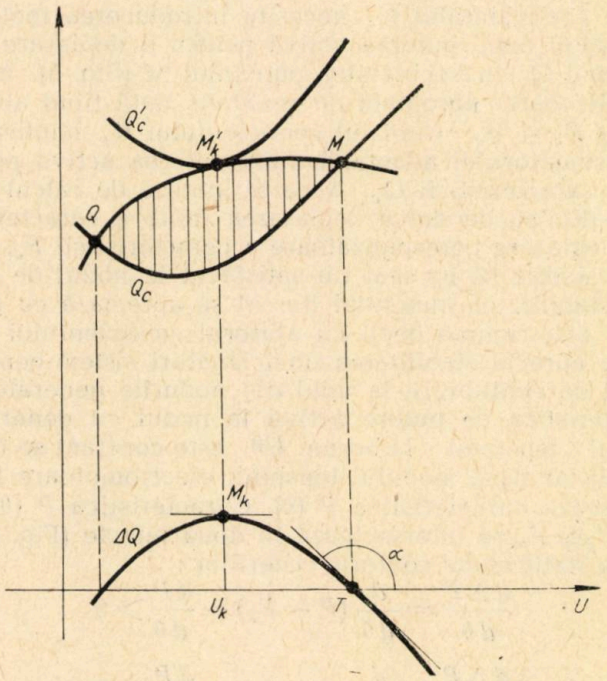


Fig. 5. Stabilitatea legăturii sistem-consumator

Stabilitatea punctului de funcționare din M se poate aprecia cu ajutorul coeficientului supraunitar :

$$K_u = \frac{U_M}{U_K} > 1 \tag{22}$$

în care : U_M este tensiunea în punctul M ;

U_K — tensiunea în punctul critic M_K.

O apreciere analogă a stabilității legăturii se poate efectua cu ajutorul coeficientului unghiular al tangentei în T la caracteristica ΔQ:

$$K_c = \left(\frac{d\,Q}{d\,U}\right)_T = \frac{q}{u}\,\mathrm{tg}\,\alpha < 0 \tag{23}$$

în care :

q este scara puterilor reactive în KVAR/mm ;

u — scara tensiunilor în KV/mm.

Calculul coeficientului K_u din (22) necesită trasarea completă a caracteristicii $Q(U)$ pentru a determina tensiunea critică U_k. Calculul coeficientului K_c din (23) necesită trasarea caracteristicii $Q\,(U)$ numai în vecinătatea punctului M pentru a determina $\mathrm{tg}\alpha$.

Calculul coeficientului K_c necesită introducerea ipotezei consumatorului adaptabil după puterea activă pentru o deplasare infinitezimală a caracteristicii Q_c în vecinătatea punctului M (Fig. 5). Această ipoteză de calcul este foarte apropiată de realitate, dată fiind alura caracteristicilor statice P_c și Q_c. Calculul coeficientului K_u implică introducerea ipotezei consumatorului adaptabil după puterea activă pentru o deplasare finită a caracteristicii Q_c. Această ipoteză de calcul nu mai corespunde cu realitatea deoarece deplasarea finită a caracteristicii Q_c, însoțită de o deplasare corespunzătoare a caracteristicii P_c, face ca bilanțul puterilor active să nu mai fie satisfăcut la nodul de echilibrare. În consecință, stabilitatea punctului din M se apreciază cu ajutorul coeficientului K_c mai riguros decît cu ajutorul coeficientului K_u.

Pentru a aprecia stabilitatea unei legături sistem-generator se păstrează nodul de echilibrare la unul din nodurile generatoare și se trasează caracteristica de putere activă la nodul cu generatorul studiat. Dacă modulul tensiunii la borne $U\theta$ este constant se trasează caracteristica $P\,(\theta)$ iar dacă modulul tensiunii electromotoare $E<\delta$ este constant se trasează caracteristica $P\,(\delta)$. Caracteristica $P\,(\theta)$ sau $P\,(\delta)$ și dreapta $P=P_g\simeq P_m$ se intersectează în două puncte (Fig. 6), dintre care unul (M) este static stabil conform criteriilor :

$$\begin{aligned} \frac{d\,\Delta P}{d\,\theta} &= \frac{d}{d\,\theta}(P - P_g) - \frac{d\,P}{d\,\theta} > 0 \\ \frac{d\,\Delta P}{d\,\delta} &= \frac{d}{d\,\delta}(P - P_m) = \frac{d\,P}{d\,\delta} > 0 \end{aligned} \tag{24}$$

Se admite că legătura sistem-generator trece într-un punct critic M_k datorită deplasării caracteristicii P_g sau P_m, paralel cu axa P. Decalajul critic θ_K sau δ_K se obține trasînd tangenta orizontală la caracteristica $P\,(\theta)$ sau $P\,(\delta)$.

Stabilitatea punctului de funcționare din M se poate aprecia cu ajutorul coeficientului supraunitar :

$$K_p = \frac{P_{\max}}{P_M} > 1 \tag{25}$$

în care : P_{max} este puterea maximă de pe caracteristica $P(\theta)$ sau $P(\delta)$;

P_M — puterea în punctul M.

O apreciere analogă a stabilității legăturii se poate efectua cu ajutorul coeficientului unghiular al tangentei în M la caracteristica $P(\theta)$ sau $P(\delta)$:

$$K_g = \left(\frac{dP}{d\delta}\right)_M = \frac{p}{a} \operatorname{tg} B > 0 \tag{26}$$

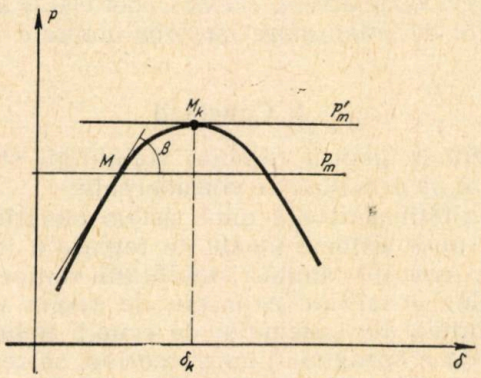


Fig. 6. Stabilitatea legăturii sistem-generator.

în care :

p este scara puterilor active, în kW/mm ;

a — scara argumentelor, în rad/mm.

Calculul coeficientului K_p din (25) necesită trasarea completă a caracteristicii $P(\theta)$ sau $P(\delta)$ pentru a determina puterea maximă P_{max}. Calculul coeficientului K_g din (26) necesită trasarea caracteristicii $P(\theta)$ sau $P(\delta)$ numai în vecinătatea punctului M pentru a determina tgβ.

Unele generatoare, la care nu se admite trecerea în zona stabilității artificiale, pot funcționa totuși cu tensiuni constante la borne, așa cum a rezultat din calculul regimului. Calculul coeficienților K_p și K_g pentru aceste generatoare se poate efectua pe baza caracteristicii $P(\theta)$ dar este mai indicat să se efectueze pe baza caracteristicii $P(\delta)$ în ipoteza că regulatorul automat nu este suficient de rapid pentru a menține $U = ct$, în cazul micilor perturbații.

Calculul coeficienților K_g și K_p se efectuează admițînd existența unui nod de echilibrare a puterilor în sistem, adică se efectuează în ipoteza existenței unui generator adaptabil după puterile activă și reactivă. Această ipoteză de calcul corespunde cu realitatea, dacă reglajul astatic al frecvenței este efectuat numai de generatorul de la nodul de echilibrare. Alegerea nodului de echilibrare influențează asupra caracteristicilor de putere $P(\theta)$ sau $P(\delta)$, în special în privința maximelor, dar

mai puțin în privința alurei din vecinătatea punctului de funcționare din M (Fig. 6). În consecință, stabilitatea punctului de funcționare M se apreciază cu ajutorul coeficientului K_g, mai exact decît cu ajutorul coeficientului K_p.

Coeficienții de stabilitatea K_u și K_c pentru diferiți consumatori au, în general, valori diferite, la fel ca și coeficienții K_p și K_g pentru generatoare. Valorile apropiate de unitate ale coeficienților K_u și K_p, ca și valorile apropiate de zero (pentru valori negative sau pozitive) ale coeficienților K_c și K_g, arată că legăturile studiate sînt apropiate de regimurile critice. Prin compararea acestor coeficienți se pot depista consumatorii în pericol de „răsturnare" și generatoarele în pericol de „desprindere".

4. Concluzii

Metoda prezentată pentru calculul stabilității statice a sistemelor electrice se bazează pe următoarele considerente.

Calculul stabilității statice a unui sistem electric se efectuează în ipoteza existenței unor sisteme ideale de reglare a frecvenței și a tensiunilor. În aceste condiții, studiul stabilității statice înseamnă studiul stabilității soluțiilor ecuațiilor neliniare de regim permanent. Condițiile de compatibilitate ale sistemului de ecuații neliniare, adică condițiile de convergență a aproximațiilor succesive, se reduc la final la criteriile practice ale stabilității statice.

Schema echivalentă a rețelei directe pentru studiul regimului permanent simetric se reduce la o schemă de calcul cu laturi longitudinale pasive și cu puteri la noduri. Metoda de calcul nu implică nici o aproximație, în schimb duce la reducerea volumului de calcul atît în metodele directe, cît și în metodele iterative. În metodele directe, care necesită inversarea unor matrice de admitanțe, volumul calculului se reduce, dat fiind că inversarea acestor matrice pentru schema fără laturi transversale se efectuează pe o cale mai simplă [4], decît pentru schema cu laturi transversale. În metodele iterative, care evită inversarea matricelor, volumul calculului se reduce deoarece convergența iteraților pentru schema fără laturi transversale este mai rapidă decît pentru schema cu laturi transversale. Aceasta se datorește faptului că susceptanțele laturilor transversale sînt, în general, capacitive (capacitățile liniilor) și ca urmare ele se scad din susceptanțele inductive, care intervin pe diagonala matricei $[\underline{Y}_n]$. Valorile scăzute ale termenilor diagonali din matricea $[\underline{Y}_n]$ provoacă creșterea numărului de iterații.

Rezolvarea ecuațiilor neliniare de regim permanent, în cazurile cele mai generale, necesită fixarea și eliberarea succesivă a unor coordonate. Ecuațiile intermediare de forma (18) se rezolvă, fie cu metodele iterative, fie cu metoda matricială care necesită inversarea unor noi matrice. Se calculează mai întîi matricea $[\underline{Z}_n]$ a rețelei cu un singur nod de echilibrare și apoi în funcție de aceasta, se calculează prin sinteză toate matricele $[\underline{Z}_r]$ care intervin la fixarea și eliberarea coordonatelor, precum și la trasarea caracteristicilor Q (U) și P (θ) sau P (δ).

Stabilitatea statică a unui sistem electric complex se apreciază cu ajutorul unor coeficienți care caracterizează stabilitatea legăturilor sistem-consumator și sistem-generator. Coeficienții de stabilitate din (22) și (25), care se folosesc în mod curent, nu permit o apreciere riguroasă a stabilității legăturilor. O apreciere mai exactă se obține cu ajutorul coeficienților K_c și K_g din (23) și (26), care nu reprezintă altceva decît valorile numerice ale criteriilor practice, calculate pentru legăturile studiate. Prin compararea coeficienților K_c și K_g se pot depista consumatorii în pericol de răsturnare și generatoarele în pericol de desprindere.

Schema echivalentă a rețelei, care a fost folosită pentru obținerea schemei de calcul, s-a construit cu mărimile raportate la înfășurările de pe partea de înaltă tensiune a transformatoarelor. Construirea schemei cu mărimi raportate a fost posibilă dat fiind că transformatoarele din schema monofilară intervin numai pe laturi radiale. În cazul general, cînd transformatoarele intervin în laturile rețelei buclate este necesar să se lucreze cu scheme echivalente, în care mărimile sînt cele reale, neraportate la una din înfășurările transformatoarelor. Ecuațiile schemei cu mărimi neraportate se scriu la fel cu ecuațiile schemei cu mărimi raportate, dacă se folosesc matricele de incidență galvanică și magnetică, definite în [4]. Pe această cale se studiază reglajul prizelor la transformatoare și influența reglajului asupra stabilității statice, așa cum se va arăta într-o altă lucrare.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Antoniu, I. S.:* Calculul matricial și tensional în electrotehnică, Editura Tehnică, București, 1962.

2. *Bercovici, M.:* Calculul matricial al rețelelor electrice. În: Bul. Inst. Politehnic, București, 23, 1961.

3. *Penescu, C.:* Automatica și telemecanica sistemelor energetice. Editura Academiei R.S.R., București, 1959.

4. *Potolea, E.:* Calculul regimului permanent al sistemelor electrice. Editura Tehnică. București, 1967.

5. *Marcovici, I. M.:* Regimî energheticeskih sistem, Gosenergoizdat, Moscova-Leningrad, 1963.

6. *Jdanov, R. S.:* Vstoicivosti elektriceskih sistem. Gosenergoizdat, Moscova-Leningrad, 1948.

7. *Venicov, V. A.:* Perehodnîe elektromehaniceskie proțesî v elektriceskih sistemah Gosenergoizdat, Moscova-Leningrad, 1964.

8. *Kimbark, E. V.:* Power system stability. Edit. John Wiley and Sons, New-York, 1956.

9. *Edelman, H.:* Berehnung elektrischer Verbundnetze. Edit. Springer, Berlin, 1963.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

MAȘINI TERMICE

C. Z.: 621.18 : 621.165.620.193 : 66.046.2.662.76 : 6.21.43.06 : 661.2

EVITAREA COROZIUNII CAZANELOR ÎN CARE SE ARD COMBUSTIBILI CONȚINÎND SULF, PRIN SOLUȚII DEPENDENTE NUMAI DE FUNCȚIONAREA LOR *

M. POSTELNICESCU, C. NEAGA

1. Considerații introductive

La cazanele în care se ard combustibili conținînd sulf în compoziția lor, există pericolul corodării schimbătoarelor finale de căldură atunci cînd temperatura pereților metalici ai acestora scade sub temperatura de rouă acidă [1]. Deci, pentru evitarea corodării schimbătoarelor finale de căldură, o metodă este aceea a asigurări unei temperaturi a pereților acestora mai ridicată decît temperatura de rouă acidă.

La economizor, se poate considera că temperatura minimă a peretelui, pe fața interioară a lui, este aproximativ egală cu temperatura apei de alimentare. În instalațiile actuale de cazane, apa de alimentare este de regulă preîncălzită la temperaturi care depășesc temperatura de rouă acidă. Dacă această condiție nu ar fi totuși îndeplinită, măsurile de luat — pentru evitarea coroziunii — vor putea fi adaptate după unele soluții aplicabile preîncălzitorului de aer, la care problema rămîne spre rezolvare în orice caz.

La preîncălzitorul de aer, temperatura peretelui metalic într-o zonă a lui, presupus curat și neglijînd căderea de temperatură în perete, este

$$t_m = \frac{\alpha_1 t_g + \alpha_2 t_a}{\alpha_1 + \alpha_2} [^0C] \qquad (1)$$

unde: α_1 este coeficientul de convecție termică de la gazele de ardere, la perete, în $\frac{kcal}{m^2.h.^0C}$;

α_2 — coeficientul de convecție termică de la perete la aerul de ardere, în $\frac{kcal}{m^2.h.^0C}$;

t_g — temperatura gazelor de ardere în zona considerată a preîncălzitorului de aer, în °C;

t_a — temperatura aerului de ardere în aceeași zonă, în °C.

* Manuscris predat la redacție la 30 octombrie 1967.

De regulă, pentru reducerea temperaturii gazelor de ardere la evacuarea din cazan t_{ev} și ridicarea în acest fel a randamentului agregatului, prima treaptă a preîncălzitorului de aer este ultimul schimbător de căldură al cazanului, prin care aerul de ardere circulă în sens invers curentului de gaze de ardere. Într-o atare situație, temperatura minimă a peretelui metalic este la intrarea aerului de ardere.

Din ecuația (1) scrisă pentru acest caz sub forma

$$t_{ev} = \frac{1}{r}(t_m - t_a) + t_m\,[^0C], \tag{2}$$

în care $r = \alpha_1/\alpha_2$ rezultă că, plecînd de la o temperatură t_m aleasă, constantă, astfel ca să fie evitată coroziunea, pentru reducerea temperaturii t_{ev} există două posibilități distincte: fie ridicînd temperatura t_a fie mărind raportul r. În cazul particular în care $r = 1$, coeficientul total de transfer termic de la gazele de ardere la aerul de ardere este maxim, respectiv suprafața de schimb de căldură minimă, și relația (2) devine

$$t_{ev} = 2t_m - t_a\,[^0C]. \tag{3}$$

Ridicarea temperaturii t_a poate fi efectuată prin folosirea unei surse de căldură exterioară cazanului, ca de exemplu prin abur prelevat de la turbină, problemă ce a fost analizată într-o altă lucrare [2], după cum acest lucru poate fi realizat și prin soluții dependente numai de funcționarea directă a cazanului.

Pe de altă parte, ridicarea temperaturii t_a sau mărirea raportului r este limitată, întrucît coborîrea temperaturii t_{ev} la arderea unui anumit combustibil, indiferent dacă acesta conține sau nu sulf, este condiționată, așa cum se va arăta, de temperatura apei de alimentare și de temperatura aerului de ardere la introducerea în agregat.

În continuare, în lucrare sînt analizate posibilitățile de evitare a coroziunii preîncălzitorului de aer prin soluții depinzînd numai de funcționarea nemijlocită a cazanului, cu alte cuvinte prin soluții la îndemîna directă a proiectantului cazanului. În mod special vor fi cercetate, pentru diversele soluții, condițiile pentru care consumul de combustibil, element deosebit de important, este minim.

2. Soluții pentru evitarea coroziunii prin preîncălzirea aerului de ardere înainte de introducerea în preîncălzitorul de aer al cazanului

a) O primă soluție este aceea a recirculării de aer preîncălzit de la sfîrșitul preîncălzitorului de aer al cazanului construit într-o singură treaptă sau de la sfîrșitul primei trepte a lui, conform schemei din fig. 1.

Pentru evidențierea consecințelor ce decurg prin folosirea acestei soluții, se introduce noțiunea de grad de recirculare, definit prin relația

$$x = \frac{D'_r}{D_a},$$

în care D_a reprezintă debitul orar de aer introdus din mediul ambiant în preîncălzitorul de aer, iar D_r' debitul orar de aer recirculat, în $\frac{Nm^3}{h}$.

Dacă se notează cu t_0 și t_a' temperatura mediului ambiant și respectiv temperatura aerului de ardere la ieșirea din preîncălzitorul cazanului sau din prima lui treaptă, din ecuația de bilanț termic la ventila-

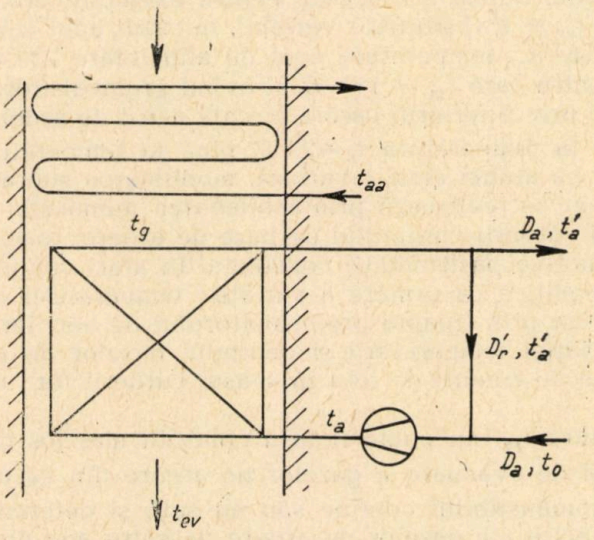


Fig. 1. Schema preîncălzirii aerului de ardere cu recirculare de aer după prima treaptă a preîncălzitorului de aer.

torul de aer, în care se neglijează variațiile căldurii specifice ale aerului cu temperatura, rezultă

$$t_a = \frac{t_0 + x t_a'}{1 + x} [^0C], \quad (4)$$

astfel încît formula (2) devine

$$t_{ev} = \frac{(r+1)(r+1) t_m - x t_a' - t_0}{r(x+1)} [^0C]. \quad (5)$$

Relația (5) exprimă legătura între temperatura t_{ev} și x.

Dacă se admite $r = 1$, lucru justificat de faptul că, în acest caz, coeficientul total de transfer termic este maxim, iar evitarea coroziunii se realizează acționînd numai asupra temperaturii aerului de ardere înainte de introducerea în preîncălzitorul de aer, atunci, pentru o temperatură t_a' fixată, t_{ev} scade hiperbolic cu x. Dar raportul r depinde de t_{ev} și x; ca urmare, pentru ca r să fie menținut constant, trebuiesc mo-

dificate, cînd se trece de la o soluţie la alta, secţiunile de curgere ale gazelor de ardere şi ale aerului de ardere prin preîncălzitor, pentru a se obţine viteze convenabile.

Dacă raportul r variază atunci cînd x şi t_{ev} se modifică, scăderea temperaturii t_{ev} cu x se va abate de la o variaţie hiperbolică. Considerăm mai puţin important de a stabili explicit, în cadrul prezentei lucrări, această dependenţă pentru diversele cazuri constructive posibile, mărginindu-ne astfel numai a o sesiza. Pentru exemplificare, în fig. 2 este trasată curba $t_{ev} = f(x)$ pentru r variabil, în cazul unui cazan de 120 t/h, 100 kg/cm², 540 °C, temperatura apei de alimentare 230°C, funcţionînd cu păcură, pentru care $t_m = 110$ °C şi avînd preîncălzitorul de aer construit din ţevi prin interiorul cărora circulă aerul de ardere care se preîncălzeşte de la temperatura $t_0 = 25$°C pînă la temperatura $t_a' = 230$°C. S-a presupus, că atunci cînd x variază, modificarea suprafeţei preîncălzitorului de aer se realizează prin schimbarea numărului de rînduri de ţevi în sensul curgerii curentului de gaze de ardere, toate celelalte elemente constructive păstrîndu-se constante. În atari condiţii, cînd x variază, α_2 se modifică ca urmare a variaţiei temperaturii t_a şi a debitului de aer trecut prin treapta preîncălzitorului de aer, iar α_1 variază ca urmare a variaţiei temperaturii şi debitului gazelor de ardere precum şi a numărului de rînduri de ţevi în sensul curgerii lor; deci, r variază o dată cu x.

Temperatura t_{ev} nu poate fi însă coborîtă mai jos decît o temperatură minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan $t_{ev_{min}}'$, indiferent dacă combustibilul conţine sau nu sulf, şi determinată de posibilităţile de răcire ale gazelor de ardere de către apa de alimentare şi de către aerul de ardere introdus în preîncălzitorul cazanului. Pentru stabilirea acesteia se notează :

D_g — debitul orar de gaze de ardere care trec prin preîncălzitorul de aer sau prin prima lui treaptă, în $\frac{Nm^3}{h}$;

c_g — căldura specifică medie, la presiune constantă, a gazelor de ardere între temperatura t_g la intrarea în preîncălzitorul de aer sau în prima lui treaptă şi temperatura t_{ev}, în $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 . {}^0\text{C}}$;

c_a — căldura specifică medie, la presiune constantă, a aerului între temperaturile t_0 şi t_a', în $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 . {}^0\text{C}}$.

Abstracţie făcînd de pierderile de căldură prin pereţi, din egalitatea dintre cantitatea de căldură cedată de gazele de ardere şi cantitatea de căldură primită de aerul de ardere :

$$D_g c_g (t_g - t_{ev}) = D_a c_a (t_a' - t_0),$$

rezultă

$$t_{ev} = t_g - \frac{D_a c_a}{D_g c_g} (t_a' - t_0) \, [^0\text{C}]. \qquad (6)$$

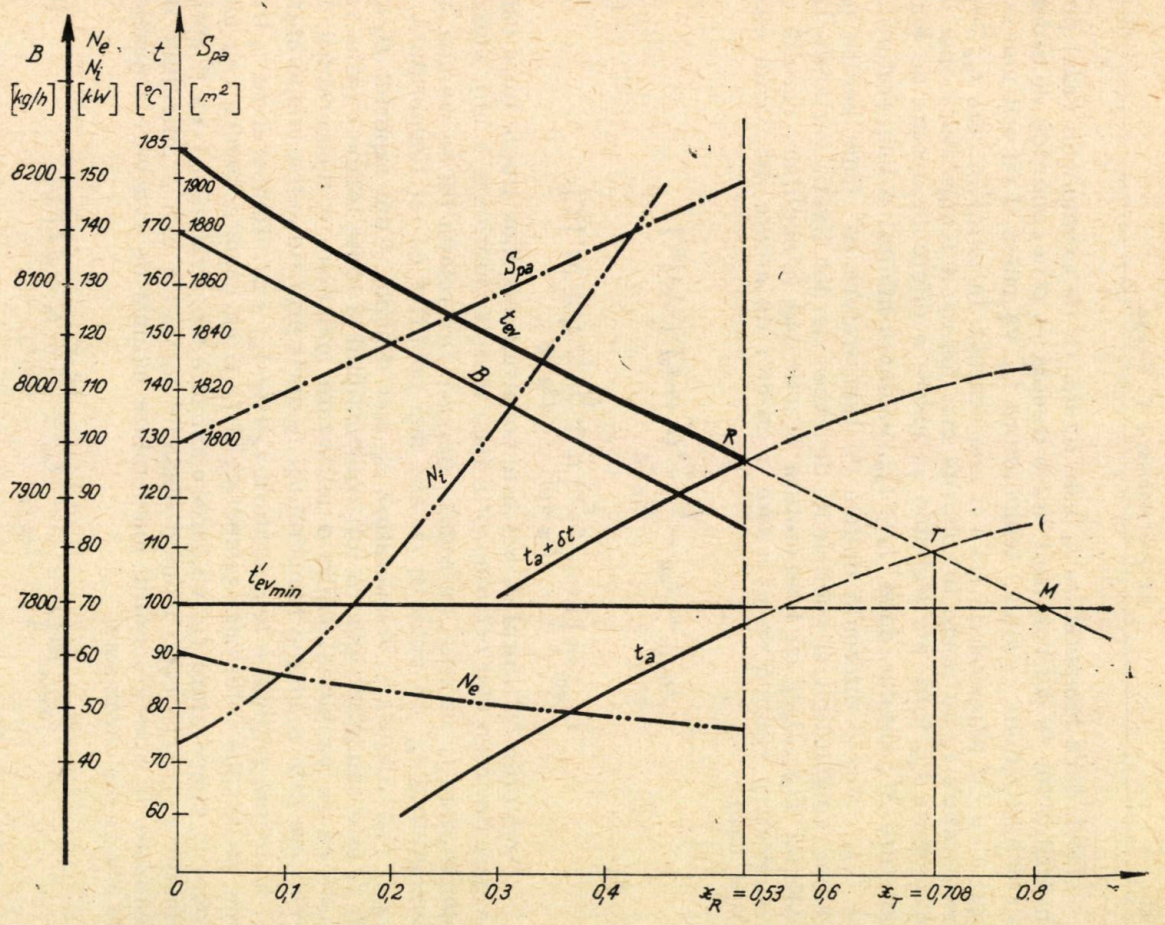


Fig. 2. Diagramă pentru determinarea gradului optim de recirculare a aerului după prima treaptă a preîncălzitorului de aer.

Deci, dacă temperatura t'_a este fixată, ca de exemplu în cazul preîncălzitorului de aer construit într-o treaptă — prin condițiile de ardere a combustibilului — atunci temperatura t_{ev} va putea fi cu atît mai coborîtă cu cît temperatura t_g va fi mai scăzută. În cazul în care $t_{aa} > t'_a$, temperatura t_g nu poate fi coborîtă mai jos decît temperatura apei de alimentare t_{aa}, între ele trebuind să existe o diferență optimă de temperatură Δt; similar, dacă $t'_a > t_{aa}$, valoarea minimă a temperaturii t_g va fi t'_a plus o diferență optimă de temperatură $\Delta t'$. Cum pentru un anumit combustibil și coeficienți de exces de aer fixați, variațiile raportului $D_a c_a / D_g c_g$ cu temperatura practic pot fi neglijate, rezultă că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan este, după caz:

$$t'_{ev_{min}} = t_{aa} - \frac{D_a c_a}{D_g c_g}(t'_a - t_0) + \Delta t\ [^\circ C],$$

$$t'_{ev_{min}} = \left(1 - \frac{D_a c_a}{D_g c_g}\right) t'_a + \frac{D_a c_a}{D_g c_g} t_0 + \Delta t'\ [^\circ C]. \tag{7}$$

Dacă preîncălzitorul de aer este construit din două trepte între care se găsește intercalat economizorul (sau treapta inferioară a lui), atunci temperatura t'_a nu este, de regulă, impusă. Din relația (6) se deduce, că temperatura t_{ev} va putea fi cu atît mai coborîtă cu cît temperatura t_g va fi mai scăzută și temperatura t'_a mai ridicată. Cum raportul $D_a c_a / D_g c_g$ este subunitar, pentru toți combustibilii și toate temperaturile, rezultă că se va putea obține o micșorare mai mare a temperaturii de evacuare prin scăderea temperaturii t_g decît prin ridicarea temperaturii t'_a. Valoarea minimă a temperaturii t_g este $t_{aa} + \Delta t$. Temperatura t'_a trebuie să rămînă inferioară temperaturii t_g și ca urmare, pentru cea mai coborîtă temperatură t_g, valoarea maximă a temperaturii t'_a va fi aproximativ t_{aa}, lucru care, în mod obișnuit, nu ridică nici o dificultate de realizare. În aceste condiții, temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan este

$$t'_{ev_{min}} = \left(1 - \frac{D_a c_a}{D_g c_g}\right) t_{aa} + \frac{D_a c_a}{D_g c_g} t_0 + \Delta t\ [^\circ C]. \tag{8}$$

Observație. După cum se constată din formulele (7) și formula (8), $t'_{ev_{min}}$ nu depinde de x, formulele fiind deci valabile și pentru cazul în care x = 0, adică pentru cazul în care preîncălzitorul de aer nu-i cu recirculare de aer, lucru dovedit și direct într-o lucrare anterioară [3], cu observația că t_0 trebuie considerată, pentru generalitate, temperatura aerului de ardere la introducerea în agregat.

Pe baza demonstrațiilor de mai înainte, la intersecția curbei $t_{ev} = f(x)$ din fig. 2 cu orizontala $t'_{ev_{min}}$ se obține punctul M, care poate fi în unele cazuri, așa cum se va dovedi în continuare, punctul de funcționare cu cea mai mică temperatură de evacuare a gazelor de ardere din cazan.

Pe de altă parte, temperatura t_{ev} nu poate fi coborîtă sub o limită teoretică fixată de condiția $t_{ev} - t_a = 0$ și practic de condiția ca între temperaturile t_{ev} și t_a să rămînă o diferență optimă de temperatură δt; aceste limite sînt reprezentate în fig. 2 prin punctele T și respectiv R. Pentru determinarea gradelor de recirculare corespunzătoare, se ține seama de formula (5) a temperaturii t_{ev} și de formula (4) a temperaturii t_a. Rezultă :

$$x_T = \frac{t_m - t_0}{t'_a - t_m},$$

$$x_R = \frac{(r+1)(t_m - t_0) - r\delta t}{(r+1)(t'_a - t_m) + r\delta t}. \tag{9}$$

Introducînd aceste valori în formula (5), se deduc temperaturile de evacuare respective :

$$t_{ev_T} = t_m, \tag{10}$$

$$t_{ev_R} = t_m + \frac{\delta t}{r+1}.$$

Se constată, că x_T nu depinde de r; deci, dacă temperatura t'_a este constantă, toate curbele $t_{ev} = f(x)$ trec printr-un același punct T pentru care $t_{ev} = t_a = t_m$; pentru diverse valori ale temperaturii t'_a, punctele T de intersecție ale curbelor t_{ev} și t_a în funcție de x se vor găsi pe orizontala t_m.

De asemenea se constată, că t_{ev_R} nu depinde de t'_a; deci, pentru diverse valori t'_a, dacă δt și r sînt constante, punctele R se vor găsi pe o paralelă la axa absciselor, iar dacă r este variabil, la creșterea acestuia temperatura t_{ev_R} va fi mai mică.

Din cele demonstrate rezultă, că dacă $t'_{ev_{min}}$ este mai mic ca t_{ev_R}, atunci temperatura de evacuare minimă realizabilă este dată de t_{ev_R}, cu observația de mai înainte. Pentru această temperatură, consumul de combustibil la cazan va fi minim. În fig. 2 a fost trasată variația consumului orar de combustibil B cu x pentru exemplul considerat și care corespunde situației mai înainte expuse.

Atunci cînd gradul de recirculare variază, se modifică suprafața de schimb de căldură S_{pa} a treptei preîncălzitorului de aer și concomitent variază puterile pentru circulația gazelor de ardere N_e și aerului de ardere N_i prin același schimbător de căldură. În fig. 2 sînt reprezentate aceste variații pentru exemplul considerat.

De asemenea, la variația gradului de recirculare modificîndu-se temperatura gazelor de ardere la evacuare, acest lucru atrage variația suprafețelor de schimb de căldură și a celorlalte schimbătoare de căl-

dură amplasate înaintea primei trepte a preîncălzitorului de aer precum și modificarea puterilor și energiei consumate pentru circulația fluidelor în acestea.

Rezultă astfel, că există un grad de recirculare optim din punct de vedere al consumului de energie (incluzînd și consumul de combustibil) și un grad de recirculare optim din punct de vedere general economic, determinabil folosind criteriul cheltuielilor anuale de calcul sau alți indicatori de eficiență economică.

Dacă preîncălzitorul de aer al cazanului este constituit din două trepte, atunci există posibilitatea recirculării de aer preîncălzit și de la sfîrșitul treptei a doua, conform schemei din fig. 3.

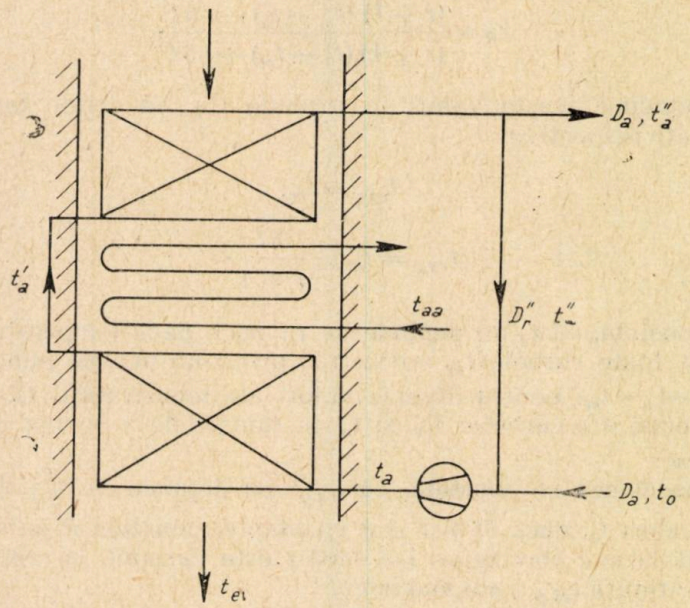


Fig. 3. Schema preîncălzirii aerului de ardere cu recirculare de aer după treapta doua a preîncălzitorului de aer.

Modul de analiză este analog cazului precedent.

Se constată astfel, că formulele (4), (5) și grupurile de formule (9), (10) sînt aplicabile și-n acest caz dacă se înlocuiește t'_a cu t''_a și se consideră $x = \frac{D''_r}{D_a}$, semnificația noilor notări rezultînd din figură. Concluziile deduse anterior din interpretarea formulelor menționate, rămîn deci valabile și-n acest caz. Ca urmare, pentru diverse valori t''_a, curbele t_{ev} și t_a funcție de x pleacă din aceleași puncte de pe axa ordonatelor (fig. 4) și se intersectează în punctele T, T'... pe orizontala t_m, iar punctele R, R'... corespunzătoare se vor găsi pe o paralelă la axa absciselor, dacă r și δt sînt constante.

Fig. 4 este construită pentru un cazan de abur funcționînd cu lignit pulverizat și următoarele date : $D_a c_a / D_g c_g = 0{,}66$; $t_0 = 25\,^{\circ}C$; $t_{aa} = 150\,^{\circ}C$; $t_m = 90\,^{\circ}C$; $\Delta t = 30\,^{\circ}C$; $\delta t = 30\,^{\circ}C$; $r = 1$.

Un raționament similar celui din cazul precedent conduce la concluzia, că temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din cazan $t''_{ev_{min}}$, determinată de posibilitățile de răcire ale gazelor de ardere de către apa de alimentare și de către aerul de ardere introdus în preîncălzitorul cazanului, indiferent dacă combustibilul conține sau nu sulf, depinde de gradul de recirculare după formula

$$t''_{ev_{min}} = \left(1 - \frac{D_a c_a}{D_g c_g}\right) t_{aa} + \frac{D_a c_a}{D_g c_g} t_0 + \Delta t + \frac{D_a c_a}{D_g c_g}(t''_a - t_{aa}) x \ [^{\circ}C], \quad (11)$$

notațiile fiind cele folosite anterior, cu adăugirile specifice schemei care se analizează.

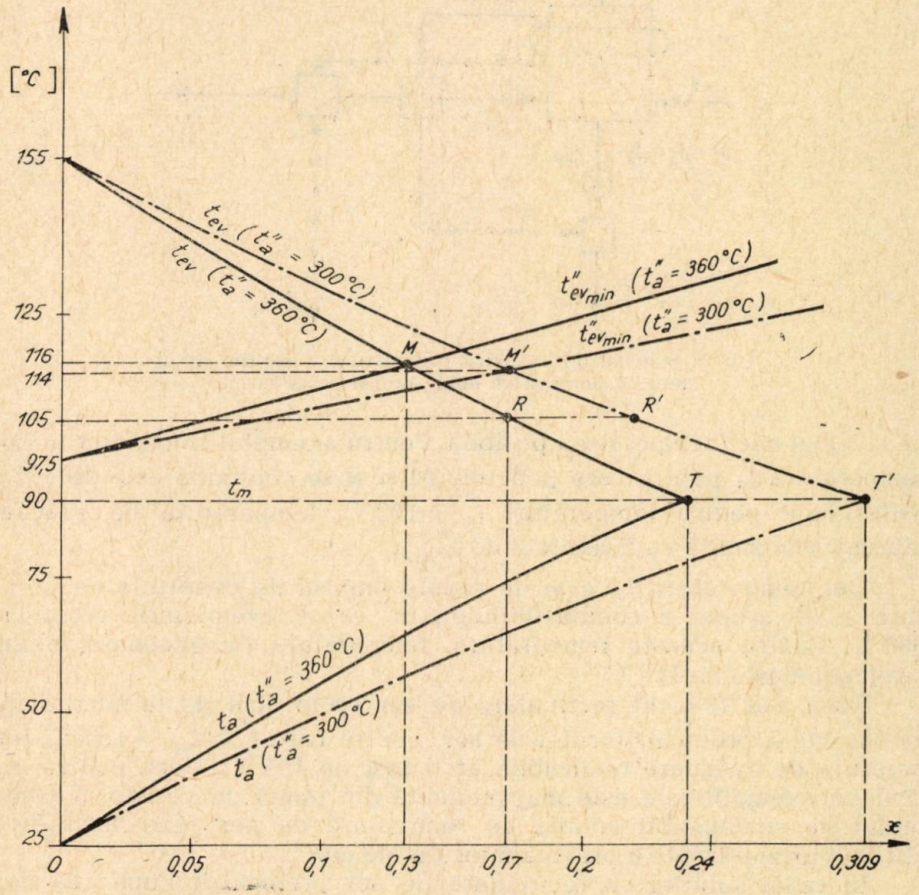


Fig. 4. Diagramă pentru determinarea gradului optim de recirculare de aer după treapta a doua a preîncălzitorului de aer.

Este evident că-n acest caz, temperatura de evacuare minimă realizabilă va fi în mod esenţial condiţionată de t_a'' şi cu atît mai mult cu cît temperatura t_a'' este mai ridicată.

Se poate uşor arăta, că punctele M, M'... de intersecţie ale curbelor t_{ev} şi $t''_{ev_{min}}$ funcţie de x, pentru diverse valori t_a'', se găsesc pe o hiperbolă — dacă se consideră r constant; pentru diverse valori r, hiperbolele se intersectează într-un punct situat pe orizontala t_m. Intersecţia unei hiperbole cu t_{ev_R} permite a se determina temperatura t_a'' pentru care punctele M şi R coincid, caz în care la evacuarea din cazan se obţi-

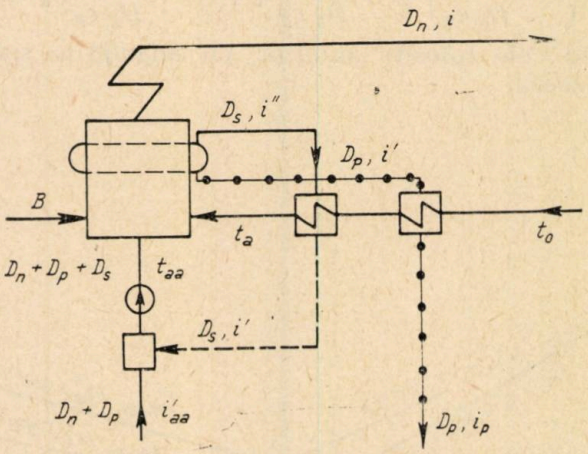


Fig. 5. Schema preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu purja şi cu abur saturat de la cazan.

ne cea mai mică temperatură posibilă. Pentru exemplul considerat în fig 4, temperatura t_a'' pentru care punctele M şi R se confundă este de 172°C, astfel încît pentru temperaturi $t_a'' > 172$°C, temperatura de evacuare minimă realizabilă va fi limitată de $t''_{ev_{min}}$.

Dar temperatura t_a'' este de regulă impusă de condiţiile de preparare şi de ardere a combustibilului, în cazul exemplului considerat 360°C. Pentru această temperatură, temperatura de evacuare minimă realizabilă este de 116°C.

Dacă s-ar fi făcut recirculare de aer preîncălzit de la sfîrşitul primei trepte a preîncălzitorului de aer, pentru care $t'_a \cong t_{aa} = 150$°C, temperatura de evacuare realizabilă ar fi fost de 105 °C. Deci, pentru construcţia exemplificată este mai eficientă din punct de vedere al consumului de combustibil soluţia cu recirculare de aer preîncălzit de la sfîrşitul primei trepte a preîncălzitorului de aer.

În cazul soluţiei cu recirculare de aer preîncălzit după cea de a doua treaptă a preîncălzitorului de aer, la fel ca în cazul recirculării de aer preîncălzit după prima treaptă, se dovedeşte că există un grad de

recirculare optim din punct de vedere al consumului de energie și un grad de recirculare optim din punct de vedere general economic.

b) Altă soluție este preîncălzirea preliminară a aerului de ardere cu apa de purjare de la cazan și în continuare, pînă la nivelul de temperatură necesar, cu abur saturat de la cazan, conform schemei din figura 5.

Evident preîncălzirea ar putea să fie făcută numai cu abur saturat, după cum nu este recomandat ca acest lucru să se facă cu abur supraîncălzit. De asemenea s-ar putea ca condensatul provenit din aburul saturat necesar preîncălzirii preliminare a aerului de ardere să fie tri-

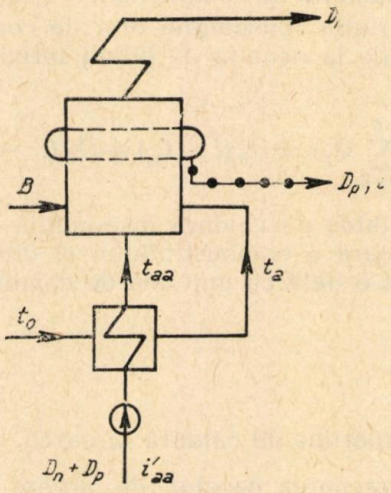


Fig. 6. Schema preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu apa de alimentare.

mis, în scop util, într-o instalație tehnologică. În acest caz temperatura t_{aa} a apei de alimentare va fi constantă și problema se simplifică față de cazul considerat prin schema 5, în care temperatura t_{aa} variază cu temperatura t_a.

Această soluție, analizată într-o lucrare anterioară [2], are evident unele implicații asupra instalației de alimentare cu apă a cazanului.

c) În cazul unor măsuri de raționalizare la un cazan existent sau de mărire a randamentului lui, măsuri necesitînd scăderea temperaturii de evacuare a gazelor de ardere din agregat, precum și în cazul schimbării combustibilului cu altul avînd un conținut mai mare de sulf, poate să apară pericolul de coroziune a schimbătoarelor finale de căldură.

Pentru evitarea acestui pericol, cum apa de alimentare în centralele termoelectrice este obișnuit preîncălzită la 150—300 °C, cu abur prelevat de la turbină, există posibilitatea preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu apa de alimentare, conform schemei din fig. 6.

Soluția are avantajul de a nu introduce decît unele completări în partea finală a traseului apei de alimentare, în rest circuitul termic rămînînd neschimbat. Evident că, în raport cu temperatura de preîncălzire preliminară a aerului de ardere, se modifică mărimea preîncălzitorului preliminar de aer, intervin unele modificări în mărimea suprafețelor de schimb de căldură ale cazanului, variază consumul de combustibil, variază puterea și energia consumată de serviciile auxiliare ale cazanului. De toate acestea trebuie să se țină seama la determinarea soluției optime din punct de vedere general economic cu ocazia reconstrucției cazanului. În cele ce urmează, soluția va fi analizată numai din punct de vedere al consumului de combustibil.

Pentru a stabili variația consumului orar de combustibil B cu temperatura t_a, se pleacă de la ecuația de bilanț termic scrisă pentru ansamblul din figură :

$$B(Q_d - \sum_{p=2}^{6} Q_p) = D_n(i - i'_{aa}) + D_p(i' - i'_{aa}), \qquad (12)$$

în care : Q_d este cantitatea de căldură disponibilă și care provine din puterea calorică inferioară a combustibilului și din cantitățile de căldură introduse în cazan o dată cu unitatea de combustibil, în

$\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}$;

$\sum_{p=2}^{6} Q_p$ — suma pierderilor de căldură la cazan, însumînd deci pierderea de căldură cu evacuarea gazelor de ardere din agregat Q_2 și suma celorlalte pierderi de căldură, această ultimă sumă putînd fi considerată, în cazul problemei de rezolvat, ca aproximativ constantă, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}$;

D_n, i — debitul nominal de abur livrat de cazan și respectiv entalpia aburului, în $\frac{\text{kg}}{\text{h}}$ și respectiv în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$;

D_p, i' — debitul de apă purjată din cazan și respectiv entalpia apei purjate, în $\frac{\text{kg}}{\text{h}}$ și respectiv în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$;

i'_{aa} — entalpia apei care vine din instalație la cazan, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$.

Pierderea de căldură Q_2 poate fi scrisă sub forma

$$Q_2 = w_g(t_{ev} - t_0)\left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}, \frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3}\right], \qquad (13)$$

în care w_g este echivalentul mediu în apă al gazelor de ardere provenind din arderea unității de combustibil, între temperaturile t_{ev} și t_0 și pentru coeficientul de exces de aer la evacuare, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot {}^0\text{C}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3 \cdot {}^0\text{C}}$.

Variațiile lui w_g cu temperatura, în limitele uzuale, practic pot fi neglijate.

Din ecuația de bilanț (12), ținînd seama de formula (13) și condiția (3), rezultă

$$B = \frac{Q_u}{w_g t_a + C_1} \left[\frac{\text{kg}}{\text{h}}, \frac{Nm^3}{\text{h}} \right], \tag{14}$$

unde, pentru simplificarea calculelor, s-a notat :

$$Q_u = D_n (i - i'_{aa}) + D_p (i' - i'_{aa}),$$

$$C_1 = Q_d - \sum_{p=3}^{6} Q_p - w_g (2 t_m - t_0).$$

Ca urmare, consumul orar de combustibil scade cu creșterea temperaturii t_a. Acest lucru este exemplificat în fig. 7 pentru un cazan de abur cu debitul nominal $75 \frac{\text{t}}{\text{h}}$, parametrii nominali ai aburului $70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$, 490°C, funcționînd cu cărbune brun huilos și următoarele date :

$$Q_d = 5907 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad \sum_{p=3}^{6} Q_p = 153 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad i'_{aa} = 200 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}};$$

$$D_p = 1500 \frac{\text{kg}}{\text{h}}; \quad i' = 300{,}9 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}; \quad t_0 = 25\,{}^0\text{C}; \quad t_m = 95\,{}^0\text{C};$$

coeficienul mediu de exces al aerului de ardere la trecerea prin preîncălzitorul preliminar = 1,15 ; coeficientul de exces de aer la evacuarea gazelor de ardere din cazan = 1,425.

Consumul orar de combustibil va fi deci minim pentru temperatura t_a maximă posibilă, iar aceasta se va realiza pentru temperatura t_{ev} minimă, conform ecuației (3). Dar temperatura t_{ev} minimă depinde, conform formulei (8) generalizată, de temperatura apei de alimentare t_{aa}, care, în cazul schemei ce se analizează, depinde de temperatura t_a.

Pentru stabilirea mai întîi a dependenței dintre temperaturile t_{aa} și t_a, se scrie ecuația schimbului de căldură în preîncălzitorul preliminar de aer :

$$(D_n + D_p)(i'_{aa} - i_{aa}) = w_a (t_a - t_0) B,$$

unde : i_{aa} este entalpia apei de alimentare, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$;

w_a — echivalentul mediu în apă al aerului de ardere, revenind unității de combustibil ce se introduce în cazan, între temperaturile t_a și t_0, în $\frac{\text{kcal}}{\text{kg.}^0\text{C}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{Nm}^3.^0\text{C}}$. Variațiile lui w_a cu temperatura, în limitele uzuale, practic pot fi neglijate.

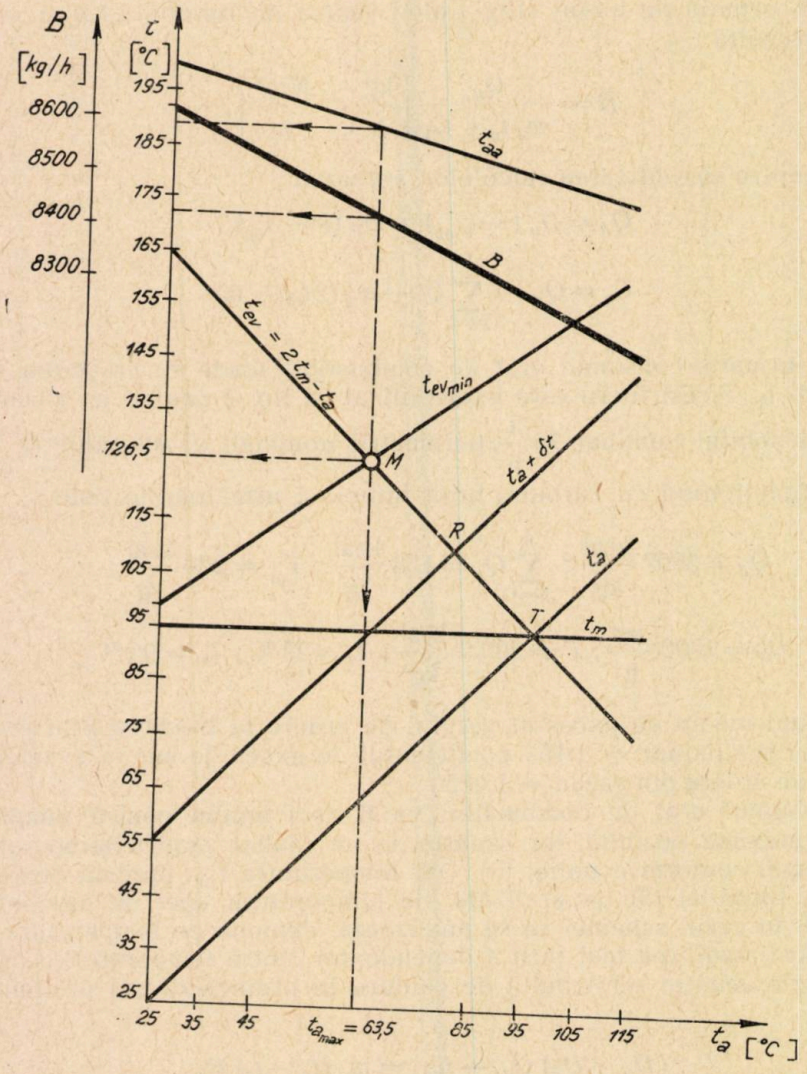


Fig. 7. Diagramă pentru determinarea consumului orar minim de combustibil în cazul preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu apa de alimentare.

În ecuația de mai înainte, înlocuindu-se B cu expresia dată de formula (14), se deduce valoarea temperaturii t_{aa}, aproximată cu i_{aa}, în funcție de temperatura t_a:

$$t_{aa} = \frac{C_2 t_a + C_3}{C_4 t_a + C_5} \ [^0C], \tag{15}$$

unde s-a notat pentru simplificarea calculelor:

$$C_2 = i'_{aa} w_g (D_n + D_p) - w_a Q_u,$$
$$C_3 = C_1 i'_{aa} (D_n + D_p) + w_a Q_u t_0,$$
$$C_4 = w_g (D_n + D_p),$$
$$C_5 = C_1 (D_n + D_p).$$

În fig. 7, pentru exemplul considerat, este trasată variația temperaturii t_{aa} cu temperatura t_a.

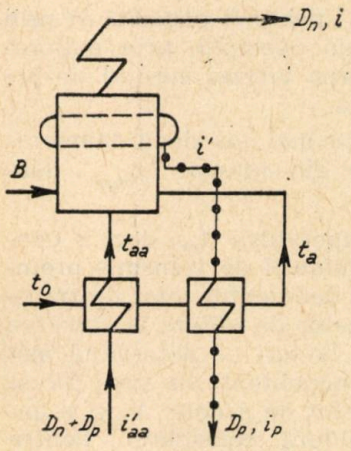


Fig. 8. Schema preîncălzirii preliminare a aerului de ardere cu apa de alimentare și cu purja cazanului.

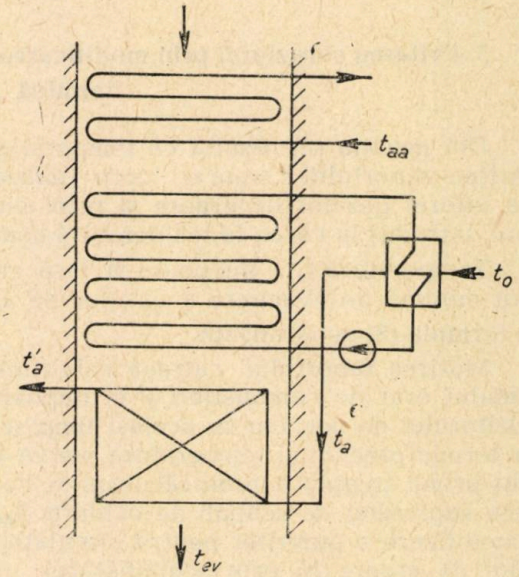


Fig. 9. Schemă de preîncălzire preliminară, indirectă, a aerului de ardere cu circuit auxiliar de apă.

Înlocuind astfel pe t_{aa} din formula (8) generalizată cu valoarea dată de expresia (15), se obține temperatura $t_{ev_{min}}$ în funcție de temperatura t_a, variație exemplificată în fig. 7. Intersecția M a acestei curbe cu dreapta $t_{ev} = 2\,t_m - t_a$ precizează temperatura t_a maximă, respectiv consumul orar de combustibil B minim. Dacă curba $t_{ev_{min}}$ trece prin zona RT (aceasta pentru o anumită legătură între constante), atunci $t_{a_{max}}$ va fi dată de abscisa punctului R.

Temperatura t_{aa} evident trebuie să rămînă superioară temperaturii t_a, iar pe de altă parte ea nu trebuie să conducă la o valoare a temperaturii metalului pe fața exterioară mai mică decît temperatura de rouă acidă, pentru evitarea coroziunii economizorului. În cazul în care este necesar ca nivelul temperaturii t_a să fie mai ridicat decît cel posibil conform observațiilor de mai înainte, atunci se poate folosi schema de preîncălzire preliminară a aerului de ardere din fig. 8.

Tratarea problemei în acest caz nu diferă, în principiu, de situația analizată mai înainte.

d) Altă soluție este preîncălzirea preliminară, indirectă, a aerului de ardere, de la temperatura t_a a mediului ambiant și pînă la o temperatură convenabilă t_a, cu ajutorul unui circuit auxiliar, închis, de apă, ca în schema din fig. 9.

Alte scheme avînd la bază aceeași ideie sînt prezentate în lucrarea [4].

3. Evitarea coroziunii prin modificarea coeficienților de convecție termică

Din ecuația (2) rezultă că temperatura t_{ev} poate fi coborîtă și prin mărirea raportului $r = \alpha_1/\alpha_2$ lucru realizabil de exemplu, prin majorarea vitezei gazelor de ardere și prin micșorarea vitezei aerului de ardere, introdus în cazan la temperatură constantă.

Temperatura t_{ev} nu poate fi însă coborîtă mai jos decît temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere din agregat $t_{ev_{min}}$, dată de formula (8) generalizată.

Mărirea raportului r atrage coborîrea temperaturii t_{ev}, deci a consumului orar de combustibil B și implicit a căldurii de transmis preîncălzitorului de aer, dar în același timp scade coeficientul total de transfer termic precum și temperatura medie a gazelor de ardere la trecerea prin prima treaptă a preîncălzitorului de aer, factori ce determină mărirea suprafeței de schimb de căldură S_{pa}. Concomitent, va avea loc și o modificare a puterilor pentru circulația gazelor de ardere N_e și a aerului de ardere N_i prin schimbătorul de căldură considerat. Pentru exemplificare, în fig. 10 sînt prezentate aceste variații pentru preîncălzitorul de aer al cazanului avut în vedere la aplicația din fig. 2.

Scăderea temperaturii gazelor de ardere la evacuare t_{ev}, la mărirea raportului r, atrage în același timp mărirea suprafețelor de schimb de căldură și a celorlalte schimbătoare de căldură amplasate înaintea primei trepte a preîncălzitorului de aer precum și modificarea puterilor pentru circulația fluidelor în acestea.

Ca urmare a tuturor celor arătate, rezultă că soluția preconizată permite — cel puțin teoretic — realizarea cazanului cu temperatura minimă de evacuare a gazelor de ardere $t_{ev_{min}}$; de asemenea, că există o temperatură optimă de evacuare a gazelor de ardere din punct de vedere a consumului global de energie (incluzînd și consumul de com-

bustibil) și o temperatură optimă de evacuare a gazelor de ardere din punct de vedere general economic.

Cum reducerea coeficientului total de transfer termic la prima treaptă a preîncălzitorului de aer, și așa destul de mic, poate duce la o suprafață de schimb de căldură foarte mare, implicit la mărirea gabaritului cazanului, lucru ce se constată și pentru exemplul din fig. 10 de la anumite temperaturi t_{ev} în jos, rezultă că soluția preconizată face

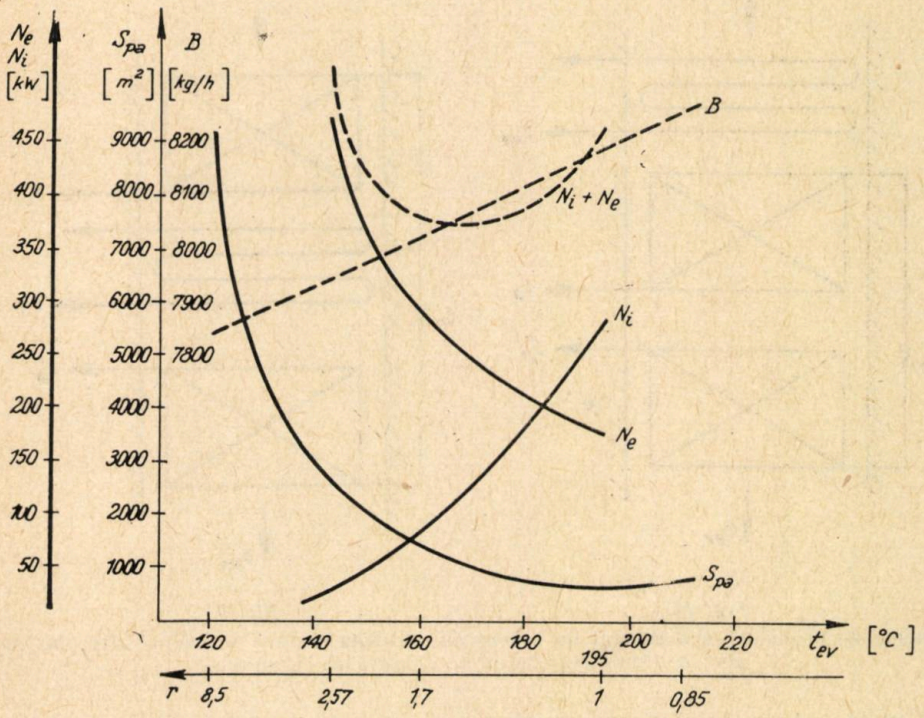


Fig. 10. Diagrama de variație a lui B, N_e și N_i cu t_{ev} cînd r variază.

puțin probabilă posibilitatea construcției cazanului cu temperatura $t_{ev_{min}}$, după cum, chiar și realizarea lui cu temperatura optimă de evacuare a gazelor de ardere poate ridica probleme dificile din punct de vedere constructiv.

4. Soluții pentru evitarea coroziunii prin dirijarea convenabilă a aerului prin treptele preîncălzitorului de aer al cazanului

a) Aerul s-ar putea introduce, în cazuri adecvate, în partea caldă a primei trepte a preîncălzitorului de aer — care ar constitui ultimul schimbător de căldură a cazanului — și scoate din aceasta pe la partea

de evacuare a gazelor de ardere din cazan, adică circulația aerului ar fi inversă decît așa cum se realizează în mod obișnuit.

b) Altă grupă de soluții se bazează pe ideea preîncălzirii în cazan a aerului de ardere — introdus la temperatura t_0 a mediului ambiant — într-o primă treaptă amplasată într-o zonă convenabilă de temperaturi astfel încît să fie evitată coroziunea ; aerul astfel preîncălzit, pînă la o temperatură t_a necesară evitării în continuare a coroziunii, este diri-

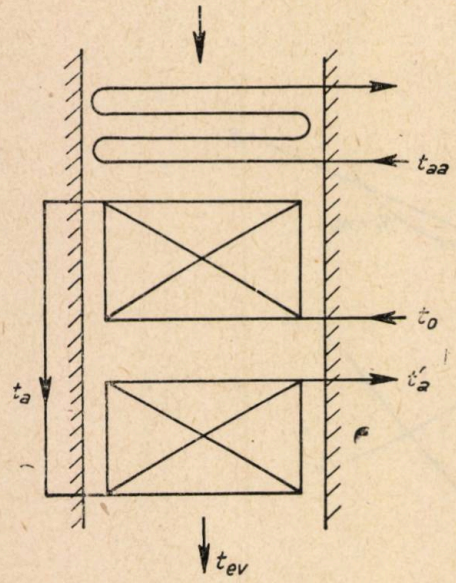


Fig. 11

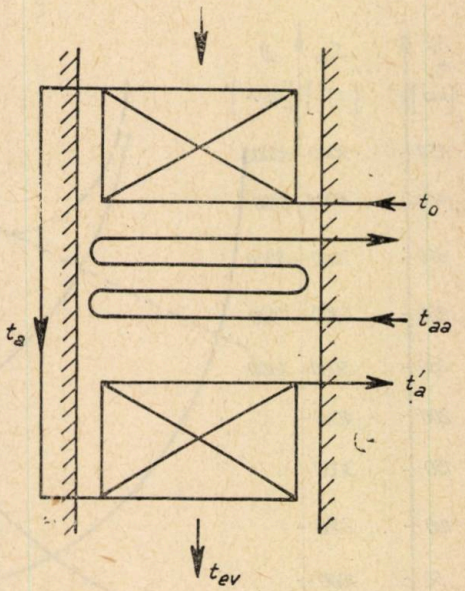


Fig. 12

Scheme de preîncălzire a aerului de ardere cu treapta a doua a preîncălzitorului de aer ca ultim schimbător de căldură al cazanului.

jat în treapta a doua de preîncălzire și care ar constitui ultimul schimbător de căldură al cazanului. Figurile 11 și 12 exemplifică schemele de bază axate pe ideea enunțată ; ținînd seama și de posibilitățile evidențiate la a), rezultă o grupă de soluții.

Pentru diversele soluții, prin folosirea formulei (8) generalizată și a condiției (2) sau (3), poate fi stabilită temperatura minimă posibilă de evacuare a gazelor de ardere din cazan.

5. Concluzii

În lucrare au fost analizate posibilitățile de evitare a coroziunii preîncălzitorului de aer al cazanelor în care se ard combustibili conținînd sulf, prin soluții depinzînd numai de funcționarea lor, cu alte cuvinte prin soluții la îndemîna directă, nemijlocită, a proiectantului ca-

zanului. În mod special au fost cercetate, pentru diversele soluții, condițiile pentru care consumul de combustibil, element deosebit de important, este minim.

Catedra de cazane și turbine cu abur și gaze
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București

BIBLIOGRAFIE

1. *Watzke, E.*, Erfahrungen mit der Verwendung von keramischen Heizflächen am Kaltende regenerativer Luftvorwärmer ; VGB, Heft 100/1966, p. 4.

2. *Postelnicescu, M., Neaga, C.*, Influența preîncălzirii preliminare a aerului de ardere la un cazan, în scopul evitării coroziunii, asupra economicității instalației ; Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, nr. 1/1966.

3. *Postelnicescu, M.*, Stabilirea temperaturii optime de evacuare a gazelor de ardere din agregatele de cazane de abur ; Metalurgia și construcția de mașini, nr. 9/1962.

4. *Upmalis, A.*, Mittelbare Vorwärmung der Verbrennungsluft ; BWK, nr. 12/1958.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

ELECTRONICĂ

C. Z.: 621.391 : 621.396/397 : 621.385

A CYBERNETICAL APPROACH TO LEARNING SYSTEMS *

EDMOND NICOLAU

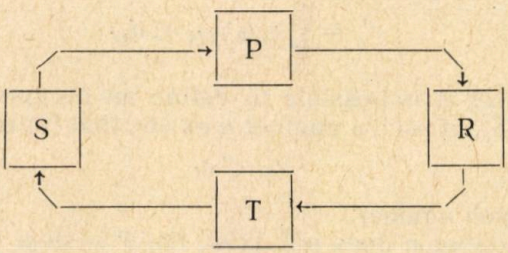
Learning is defined as a process of achieving certain properties of system behaviour in response to external stimuli by repeated application of these stimuli and of correction signals.

In the present paper, it is my object to consider some contacts between cybernetics and the theory of learing systems, in so far as they lie within the scheme of cybernetic thought.

One of the main problems of our times is education. The rapid changes occuring in technology, science and arts oblige us to consider educational methods not perennially, but subject, also to these changes.

From the cybernetical point of view education is an informational process; the tutor transfers data (and algorithms) to the pupil.

But, as any social phenomenon, this educational process has many economic implications. We can also speak, of the managerial problems of education.



The teacher T presents to the pupil P a complex stimulus S. The pupil's reply R is compared by T to the ideal response.

We can consider that in the simplest case, T presents many times to P the same stimulus S_i, in the sequence $S_{i1}, S_{i2}, \ldots, S_{in}, \ldots$ To the stimulus S_{ij}, the reply is R_{ij}.

* Manuscript received May 4, 1968.

It is always possible to represent R_{ij} as a binary sequence

$$R_{ij} = \prod_{k=1}^{N} \alpha_{ijk} \quad \alpha_{ij} \in B = \{0,1\}. \tag{1}$$

The perfect response is

$$M_{ij} = \prod_{1}^{N} \beta_{ijk}, \quad \beta_{jk} \in B. \tag{2}$$

We can define the distance between M_{ij} and R_{ij} by the relation

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \gamma_{ijk} \tag{3}$$

where

$$\gamma_{ijk} = \alpha_{ijk} \oplus \beta_{ijk} \tag{4}$$

The operation $\oplus$, "sum modulo 2", is define by the relations :

$$\begin{aligned} &z = x \oplus y \qquad x, y, z \in B \\ &0 \oplus 0 = 0, \quad 1 \oplus 0 = 1 \\ &0 \oplus 1 = 1, \quad 1 \oplus 1 = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

The relation (3) gives a measure of the differences between the real and the ideal replies. We say that P is perfectly trained with respect to S_i, if such an n exists, that for every $j > n$, we have

$$d_{ij} = 0.$$

If it is possible to attach a certain value v_{ijk}, $0 \leqslant v_{ij} \leqslant 1$, to each γ_{ijk}, we can define a *weighted distance*

$$d'_{ij} = \sum_{1}^{N} v_{ijk}\, \gamma_{ijk} \leqslant d_{ij}.$$

In many cases it is possible to define an *acceptably trained* pupil, with respect to S_i, if such a number n exists, that for every $j > n$

$$d_{ij} \leqslant a_i$$

where a_i is a given number.

If such a number n does not exist, the P system is *uneducable*.

In the above considerations we have eluded a major question : the way in which the trainer T influences the pupil P.

In many cases, T gives to P a mark $m_{ij} = m_{ij}(d_{ij}) \in W$ The cardinal number associated to M is usually 10. In the limit case, $m_{ij} \in$ {good, wrong}. In these cases, the pupil must develop a strategy to improve the marks he gets.

In other cases, the trainer indicates the faults. If the pupil has a perfect ability to understand and correct, then for him $n = 1$.

The aim of a perfect education is to give each person the possibility of doing the best of one's life, i. e. to fit one's native possibilities to the activity the person carries out during one's lifetime. But this is a managerial problem. The pupil is a system able to reorganise his structure; we have, as educators, a goal: the future tasks to be fulfilled by the pupil. Knowing the average cost of education per capita and year, which is the best policy? The problem can be considered from the point of view of inviduals as well as from the point of view of the society as a whole.

To approach a solution we make some preliminary considerations.

In many cases T presents to P sets of algorithms and data for long periods T_1, before controlling their assimilation. We consider that assimilation of the current information i is a linear process; we also suppose that at a certain moment t_1, P was unable to undestand and fully assimilate the specific information $i(t)$ presented at that moment. Then, for $t > t_1$, the rate of assimilation is only $\alpha\, i(t)$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. So, the gain in the period T_1, falls from

$$I_M = \int_0^{T_1} i(t)\, dt$$

to

$$I = \int_0^{t_1} i(t) + \alpha \int_{t_1}^{T_1} i(t)\, dt.$$

The moment t_1 is a random variable

$$L = I_M - I = (1 - \alpha) \int_{t_1}^{T_1} i(t)\, dt.$$

The moment t is a random variable

$$0 \leqslant t_1 \leqslant T_1$$

so that on the average

$$\overline{L} = (1 - \alpha) \frac{T_1}{2} \bar{i},$$

$\bar{i}$ being the average amount of information.

The system P has the opportunity of obtaining complete information only at the end of period T_1. Then he is obliged to study once again at least the whole fragment from t_1 to T_1. The time assigned to education is also increased by an amount which on the average is $T_1/2$.

The conclusion in immediate: the shorter T_1 is the better the situation will be. We come to the programmed learing on the teaching machines.

Education is the process by which an entity assimilates algorithms and data. We say entity, to include in our work both human beings and cybernetc machines. At a time t, this entity is able to perform the following algorithms :

$$A(t) = A_0 + \int_0^t a dt$$

where A_0 is the genetically engrammed algorithms, and adt $(a = a(t))$ the fractions of algorithms assimilated in the time interval $(t, t + dt)$.

In an analogous way we write for data

$$D(t) = D_0 + \int_0^t \delta \, dt.$$

We stress that $a(t)$ and δ (t) are quantities depending not only on the time t, but also on the specific ability of the entity we are dealing with. Both a and δ depend on t in the sense that we have at present many algorithms and many data inexistent in the first century *B. C.* But for every entity, a and δ have the specific valeus existing at his disposal, and which can be assimilated by this entity.

It is more correct to write

$$a = a(t, S_i(t), M_i)$$

where $S_i(t)$ is the state of the considered entity i at moment t, and M_i is the subset of algorithms to which i has access at that moment.

An essential feature of every educational process is the fact that $S_i(t)$ also depends upon the whole history of the entity ; hence also upon assimilated algorithms and data.

It is important to stress that any entity, at any moment t has access to an amount of information I, depending on the algorithms and data at his disposal at that moment :

$$I(t) = \sum_i D_i F_i$$

where D_i are collections of data (books, libraries, tapes, magnetic disks, etc.), and F is the filtering function

$$F = \left\{ \bigcup_{j \in J} A_j \right\} \cap A_i .$$

Here A_j are algorithms, J is the indexing set of the algorithms learned by the entity we discuss, and A_i is the algorithm needed to be mastered, in a way to have access to D_i.

For example, to read an English book we must know the algorithms of reading English.

An entity mastering a set of algorithms A_i, is able to perform some productive work. Knowing the cost assigned to any time interval dt, and algorithm A_i, we can compute the training cost for every A_i. At the

same time, considering the wages constant for quite large periods of time, we can estimate the incomes of a trained entity for the lifetime of of that entity. So, wecan have a first approch to the optimisation of education considered at large.

But, infortunately, the terms of our problems are not clearly defined.

Apparentely the task is defined clearly, but involves the consideration of such a large number of alternate possibilities that it is not possible to trace all possible implications. Indeed, the task is not specified quite strictly as it is in mathematical problems. The individual does not know precisely what his final goal is, nor what exact strategy is suitable. The teacher, as well as the pupil do not even know which are these specific initial conditions. We are in the presence of a fuzzy problem and we need a fuzzy algorithm.

Although it is impossible to present here a complete educational strategy, the present state of the art suggests some ideas.

It is my purpose here to argue that the best is to attain as soon as possible, the greatest speed of educational assimilation combined with the lowest cost.

At present, the human entities use common speech communication in education. We are obliged to learn at first to speek. But we have now many other possibilities : radio, TV, computers, tape recorders and so on. We must use all these possibilites to get a more rapid education, as well as a relative independence.

In the computer age we can think that the best way to educate the young generation is the mechanical education, i. e. the education based on cybernetic machines.

It is stated that speech communication has three functions :

1. The linking of the individual to his milieu.
2. The development of mental processes.
3. The regulation of behaviour both internal and external.

We always start education with a child which is not able to speak. In order to optimise the education and increase the speed, we must select from the complete vocabulary the words connected with the real milieu and with the algorithms and data to be assimilated.

Every educator must also think of the fact that we are dealing with fuzzy algorithms. Many of today's children are tomorrow's creators. We must develop this crative function.

Increased verbal ability seems to correlate with increased capacity for intelligent and productive human activities — but also correlate with emotional instability and mental diseases. It seems that the educational process sometimes may be critical, the way of highest speed being as narrow as a rasor's edge which separates genius from the gravest mental diseases. We shall have a good margin in our educational policy.

The final goal of every acceptable educational policy is to ensure the humanisation of man, increasing his autonomy, serving individuals as well as society. The real challenge is man, this fuzzy entity.

The algorithms a man posseses, can be classified in at least four types : production algorithms A_P, comunication algorithms A_C, behavioural algorithms A_B, and algorithms for the creation of new algorithms A_A.

Since any education is a communication process, any educational programme must start with the transmission of communication algorithms.

Since every man lives in a human society, he is obliged to assimilate many algorithms of the A_B type.

Every professional masters many algorithms of the A_P type.

Today, as well as in the past, the number of men able to create new important algorithms is smaller than the number of men able to do some productive job — in the sense of material production. But the fixed person for the fixed duties, who in older societies was a godsend, in our world is a public danger : he is the enemy of progress. In our times, the rate of progress is such that an individual human being, of ordinary length of life, is called upon to face quite novel situations which find no parallel in his past, in his prior experience. He is unable to solve these novel situations, with the classical algorithms he knows.

The educational process is a threshold-process : if we learn some specific algorithms A_S and if we possess some specific data D_S, then we have access to great piles of information to the possibility of developing other algorithms, and so on. The invention of the alphabet, the invention of printing, telegraph, telephone, radio, TV and computers represent milestones in the history of the progress to better algorithms and a greater amount of information.

The creation of an integrated network of communication by means of earth satelites provide humanity with a unique tool of progress.

We shall educate the young generation to be able to utilise in a proper manner the computer, this most efficient tool.

A very important problem is the optimisation of educational investments. We must consider two aspects : a. we are obliged to ensure the necessary skilled entities able to do certain specified tasks ; b. we want to obtain the cheapest possible education, respecting point *a*.

We suppose known the needs N, at the future moment $t = t_0 + \tau$, t_0 being the present moment ; we also have some information of what is at our disponibility of present, i. e. the number of entities of some age, able to be trained in the period τ, to do the specified tasks. But we have only statistical data, subject to be strongly influenced by major technological changes (in the domain of tasks as well as in the domain of possibilities, especially by the current tendencies).

Every policy in the field of education is subject to important changes. We know today that there is no easy single solution to the difficulties of education. But we also know that in our time education must be sufficiently elastic to enable rapid reorientation to other fields of activity.

Every student should concentrate within a limited field, concentration associated to subsidiary, but nowadays compulsary studies, such as programming languages like FORTRAN or PL-1.

The centre of gravity of this professional training lies in the intellect, and its chief tool has been the printed book, challanged today by the teaching machines, and especially by the computers.

The teaching machines change completely the classical educational system : it is far better and cheaper to educate by means of a teaching machine.

We must also think of a way of training with computers. The impact the computers will have on our society is in its infancy, yet the effects are already profound.

The Chair of Radiocommunications
Polytehnic Institute
„Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucharest

REFERENCES

1. *Zadeh, L. A., Biological* Applications of the Theory of Fuzzy Sets and Systems, Symposium on Biocybernetics of the Central Nervous System, Washington, D.C., 1968.

2. *Glaser, R.,* Toward a Behavioral Science Base for Instructional Design, Teaching Machines and Programmed Learning II, National Education Association, Washington, D.C., 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 3—4

C. Z.: 621.396 : 517.3 : 621.391/394/395

MÉTHODES MATHÉMATIQUES POUR LES PROCESSUS ALÉATOIRES ET LEUR APPLICATION DANS LE CAS DES PROCESSUS ALÉATOIRES STATIONNAIRES *

DUMITRU STANOMIR

1. Introduction. Définitions.

De nos jours on emploie de plus en plus en radiocommunications les méthodes statistiques ; il y des ouvrages [1], [2], [3] d'un caractère monographique, où l'on trouve les fondaments théoriques de la radiotechnique statistique.

Dans cet ouvrage on présente, tout d'abord, quelques théorèmes concernant les transformations des processus aléatoires. Ensuite, on démontre la stationnarité, au sens strict, de quelques processus aléatoires, fréquemment employés dans les applications.

On sait [4], que par une *fonction aléatoire* on désigne une variable aléatoire dépendant d'un paramètre Θ, c'est à dire $\xi(\Theta)$. Si Θ represente le temps, $\Theta = t$, on emploie le terme de *processus aléatoire*. Pour une valeur donnée de t, soit t_0, $\xi(t_0)$, réprésente une variable aléatoire, *la section du processus au moment* t_0. Dans une expérience donnée on observe $\xi^{(k)}(t)$, la k-ième réalisation du processus. Celui-ci este déterminé par la suite de variables aléatoires

$$\{\xi_n\},\ \xi_n = \xi(t_n),\ n \in N \tag{1}$$

pour lesquelles on connait *la fonction de répartition n — dimensionelle*

$$F_n(x_1,\ x_2 \ldots, x_n) = P\{\xi_1 < x_1,\ \xi_2 < x_2, \ldots, \xi_n < x_n\} \tag{2}$$

ou bien *la densité de probabilité n- dimensionelle,*

$$w_n(x_1,\ x_2, \ldots, x_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_1\, \partial x_2 \ldots \partial x_n} \tag{3}$$

* Ouvrage reçu à la rédaction le 15 Avril 1968.

Souvent on met aussi entre les paranthèses, qui contiennent les arguments x_k, les moments t_k, auxquels on considère les sections du processus aléatoire

$$w_n(x_1, t_1; x_2 t_2; \ldots; x_n, t_n) \tag{4}$$

Il va de soi que si l'on remplace les moment $t_1, \ldots, t_n$ par d'autre moments $t'_1 \ldots t'_n$, les fonctions F_n et w_n ne resteront pas, en général, les mêmes. Mais pour *les processus stationnaires*, les fonctions F_n et w_n demeurent invariables par rapport à une translation arbitraire t_0 des moments $t_1, t_2 \ldots, t_n$, auquels on considère les sections.

2. Le calcul des intégrales qui contiennent des deltas

La fonction delta ou la fonction de Dirac est défin'e par les propriétés [5] :

$$\delta(x) = 0 \quad x \neq 0; \tag{5}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta(x - x_0)\,dx = f(x_0).$$

Si l'on considère la transformation de Fourier de la fonction delta alons l'on a

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm 2\pi j x \xi}\,d\xi = \delta(x) \tag{6}$$

Dans l'ouvrage il sera nécessaire de calculer des intégrales de la forme suivante

$$I(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta[y - g(x)]\,dz \tag{7}$$

dans la quelle l'équation $y - g(x) = 0$ a des racines simples.

Pour calculer $I(y)$ on obsèrve tout d'abord, tenant compte de (5), que l'intégrale este décomposable en n integrales dont les limites sont respectivement :

$$x_k - \varepsilon, x_k + \varepsilon, \quad k = \overline{1, n}$$

avec

$$\varepsilon > 0, \varepsilon < \min |x_k - x_j|; k, j = \overline{1, n}; k \neq j.$$

(On considère que l'équation $y - g(x) = 0$ a n racines simples).

Si $I(y)$ est exprimé comme une somme

$$I(y) = \sum_{k=1}^{n} \int_{x_k - \varepsilon}^{x_k + \varepsilon} f(x)\,\delta[y - g(x)]\,dx$$

on peut calculer chaque terme moyennant un changement de variable

$$z = y - g(x)$$

qui établit les correspondances des limites :

$$x_k - \varepsilon\colon\ z_1 = y - g(x_k - \varepsilon) \simeq g'(x_k)\,\varepsilon \quad k = \overline{1,n}$$

$$x_k + \varepsilon\colon\ z_2 = y - g(x_k + \varepsilon) \cong -g'(x_k)\,\varepsilon.$$

Si l'on change les limites d'intégration pour avoir $z_1 < z_2$ on obtient :

$$I(y) = \sum_{k=1}^{n} \int_{-|g'(x_k)|\varepsilon}^{|g'(x_k)|\varepsilon} f[g_k^{-1}(y-z)]\,\delta(z)\,\frac{dz}{|g'[g_k^{-1}(y-z)]|} \tag{8}$$

où par g_k^{-1} on a désigné la k-ième branche de la fonction inverse de g.

En intégrant (8), on obtient finallement

$$I(y) = \sum_{k=1}^{n} \frac{f[g_k^{-1}(y)]}{|g'[g_k^{-1}(y)]|} \tag{9}$$

Comme exemple on considère l'intégrale

$$I(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\delta(y - x^2)\,dx.$$

On a $g(x) = x^2$, $g^{-1}(z) = \pm\sqrt{z}$, $g'(x) = 2x$.
et l'on obtient

$$I(y) = \frac{1}{2}\left[f(-\sqrt{y}) + f(\sqrt{y})\right]\frac{1}{\sqrt{y}}. \tag{10}$$

Une autre integrale qui intervient dans les application est

$$I(y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \delta(y - A_0\cos\varphi)\,d\varphi.$$

$$\text{On a } g(\varphi) = A_0\cos\varphi,\ g^{-1}(z) = \pm\arccos\frac{z}{A_0}$$

$$g'(\varphi) = -A_0\sin\varphi = -\sqrt{A_0^2 - z^2}$$

et l'on obtient

$$I(y) = \frac{1}{\pi}\frac{1}{\sqrt{A_0^2 - y^2}} \qquad |y| < A_0 \tag{11}$$

3. **Transformations des signaux aléatoires** (2), (3)

a) Transformations concernant un seule variable aléatoire.

Théorème. 1. Soit donnée une variable aléatoire ξ, ayant la densité de probabilité $w_1(x)$ et une autre variable aléatoire η, obtenue en partant de ξ par

$$\eta = f(\xi),$$

où f est une fonction déterministe ayant n branches uniformes. Alors la densité de probabilité de η, soit $W_1(y)$, est donnée par

$$W_1(y) = \sum_{k=1}^{n} \left| \frac{dx_k}{dy} \right| \cdot w_1(x_k) \tag{12}$$

où x_k est la k-ième branche de la fonction inverse de f.

On peut exprimer (12) d'une autre manière, en employant les deltas. Dans ce but on considère la fonction caractéristique $\Phi_\eta(v)$ de η

$$\Phi_\eta(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jvf(x)} \cdot w_1(x)\, dx$$

et la densité de probabilité $W_1(y)$

$$W_1(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\eta(v)\, e^{-jvy} \cdot dv = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jv[y-f(x)]}\, w_1(x)\, dx$$

d'où l'on tire

$$W_1(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_1(x)\, \delta[y - f(x)]\, dx \tag{13}$$

Théorème 2. Soit donnée une variable aléatoire ξ, ayant la densité de probabilité $w_1(x)$ et n variables aléatoires η_k, $k = \overline{1, n}$, obtenues en partant de ξ par

$$\eta_k = f_k(\xi), \quad k = \overline{1, n}$$

où f_k sont des fonctions déterministes uniformes. Alors la densité de probabilité n- dimensionelle des variables η_1, η_2, η_n, soit $W_n(y_1, y_2, \ldots, y_n)$, este donnée par

$$W_n(y_1, y_2 \ldots, y_n) = W_1(y_1) \prod_{k=1}^{n-1} \delta[y_{k+1} - f_{k+1}^0(y_1)] \tag{14}$$

où par $f_{k+1}^0(y_1)$ on a désigné

$$f_{k+1}^0(y_1) = f_{k+1}\left[f_1^{-1}(y_1)\right]$$

Démonstration — on considère d'abord $n = 2$. Dans ce cas η_2 et η_1 sont liées fonctionellement, leur dépendence statistique est sûre, donc on a

$$W_2(y_2/y_1) = \frac{W_2(y_1, y_2)}{W_1(y_1)} = \delta[y_2 - f_2(y_1)]$$

et par conséquent

$$W_2(y_1, y_2) = W_1(y_1)\, \delta[y_2 - f_2(y_1)]$$

Par recurrence l'on obtient (14).

b) Transformations concernant plusieurs variables aléatoires.

Théorème 3. Soit données n variables aléatoires ξ_k, $k = \overline{1, n}$ ayant la densité de probabilité n -dimensionelle $w_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, et d'autres variables aléatoires $\eta_1, \eta_2 \ldots, \eta_n$ obtenues en partant de $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ par

$$\eta_k = f_k(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n), \quad k = \overline{1, n}$$

où f_k sont des fonctions déterministes, admettant m branches uniformes. Alors la densité de probabilité n — dimensionelle des variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$, soit $W_n(y_1, y_2, \ldots, y_n)$, est donnée par

$$W_n(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \sum_{r=1}^{m} \left| D\left(\frac{x^r}{y}\right) \right| w_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{15}$$

où par

$$D\left(\frac{x^r}{y}\right)$$

on a désigné le jacobien concernant la r-ième branche de la transformation.

Théorème 4. Soit données n variables aléatoires $\xi_k, k = \overline{1, n}$, ayant la densité de probabilité n — dimensionelle $w_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ et d'autres variables aléatoires $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ obtenues en partant de $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, par

$$\eta_k = f_k(\xi_1, \xi_2 \ldots, \xi_n), \quad k = \overline{1, m}$$

où $m < n$ et f_k sont des fonctions déterministes uniformes. Alors la densité de probabilité m -dimensionelle des variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ est donnée par

$$W_m(y_1, y_2 \ldots, y_m) =$$

$$= \int_{-\infty(m-n)}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(y_1, y_2 \ldots, y_n) \left| D\left(\frac{x}{y}\right) \right| dy_{m+1} \ldots dy_n \tag{16}$$

Dans (16) $D\left(\frac{x}{y}\right)$ désigne le jacobien de la transformation obtenue en ajoutant aux relations

$$\eta_k = f_k(\xi_1, \xi_2 \ldots, \xi_n), \quad k = \overline{1, m}$$

les relations

$$\eta_j = \xi_j, \quad j = \overline{m+1, n}$$

Théorème 5. Soit données n variables aléatoires, ayant la densité de probabilité n — dimensionelle $w_n(x_1, x_2 \ldots x_n)$ et d'autres variables aléatoires $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ obtenues en partant de $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ par

$$\eta_k = f_k(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n), \quad k = \overline{1, m}$$

où $m > n$ et f_k sont des fonctions dèterministes uniformes. Alors la densité de probabilité m — dimensionelle des variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ este donnée par

$$W_m(y_1, y_2 \ldots, y_m) =$$

$$= W_n(y_1, y_2, \ldots, y_n) \prod_{k=1}^{m-n} \delta[y_{n+k} - f_{n+k}(y_1, y_2, \ldots, y_n)] \qquad (17)$$

où $W_n(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ désigne la densité de probabilité n dimensionelle pour n variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$ choisies arbitrairement parmi les m variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$; f_{n+k} désigne la dépendence fonctionelle qui s'établit entre la variable η_{n+k} et les prémières n *variables* $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$.

4. Quelques théorèmes sur la stationnarité

On a défini la stationnarité par la propriété de l'invariance des fonctions F_n et w_n par rapport à une translation arbitraire des moment $t_1, t_2, \ldots, t_n$:

$$w_n(x_1, t_1; t_2; \ldots; x_n; t_n) = w_n(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; \ldots, x_n, t_n + \tau)$$

Il y a très peu des cas où l'on peut vérifier directement la condition écrite ci — dessus. C'est pour cela qu'on établit quelques théorèmes concernant les processus aléatoires.

Théorème 6. Soit donnés le processus aléatoires stationnaire $\xi(t)$ et la variable aléatoire α. Si $\xi(t)$ et α sont statistiquement indépendents alors le processus

$$\eta(t) = \alpha \xi(t) \qquad (18)$$

est aussi un processus aléatoire stationnaire.

Démonstration — On considère la transformation

$$\eta_k = \eta(t_k) = \alpha \xi_k = \alpha \xi(t_k) \quad k = \overline{1, n}$$

$$\eta_{n+1} = \alpha$$

pour la quelle la jacobien a l'expression

$$y_{n+1} = \frac{1}{\alpha^n}$$

Si l'on désigne par W_n la densité de probabilité des variables $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$, par w_n celle des variables $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ et par w_α celle de la variable α, alors conformément au théorème 4 on a

$$W_n(y_1, t_1; y_2; t_2; \ldots; y_n, t_n) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} W_n\left(\frac{y_1}{\alpha}; t_1; \frac{y_2}{a}, t_2; \ldots; \frac{y_n}{a}, t_n\right) \frac{1}{|a^n|} w_\alpha(a)\, da$$

La partie droite dépend par hypothèse seulement des différences $t_k - t_1$ et par conséquent la même propriété a lieu pour la partie gauche.

De la même manière démontre le

Théorème 7. Soit données le processus aléatoire stationnaire $\xi(t)$ et la variable aléatoire β. Si $\xi(t)$ et β sont statistiquement indépendents alors le processus

$$\eta(t) = \xi(t) + \beta \tag{19}$$

est aussi un processus aléatoire stationnaire.

Des théorèmes 6 et 7 il en résulte le

Théorème 8. Le processus

$$\eta(t) = \alpha\xi(t) + \beta \tag{20}$$

où α et β sont des variables aléatoires, $\xi(t)$ est un processus aléatoire stationnaire, α, β et $\xi(t)$ sont indépendent, répresente aussi un processus stationnaire.

Grâce aux théorème 6, 7 et 8 on peut démontrer la stationnairité des certaines classes des fonctions, fréquemment utilisées.

On considère un processus aléatoire decrit par

$$\xi(t) = A_0 f(t, \varphi) \tag{21}$$

où

— A_0 est une constante,
— f est une fonction déterministe,
— t est le temps,
— φ est une variable aléatoire, ayant la densité de probabilité, W_φ

Le processus donné par (21) et dit *quasi — déterministe.*

Pour un tel processus la densité de probabilité n — dimensionelle dépend seulement de la densité de probabil té du prémier ordre.

En effet, si l'on pose

$$\xi_k = A_0 f(t_k, \varphi) \quad k = \overline{1, n}$$

alors ξ_k, $k = \overline{2, n}$, est lié fonctionellement au ξ_1:

$$\xi_k = A_0 f\left[t_k, \bar{f}^{-1}\left(\frac{\xi_1}{A_0}, t_1\right)\right], k = \overline{2, n}$$

Il en résulte, grâce au théorème 8, que la densité de probabilité n — dimensionelle de $\xi(t)$ est donée par

$$W_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \ldots; x_n, t_n) =$$

$$= W_1(x_1, t_1) \prod_{k=2}^{n} \delta\left\{x_k - A_0 f\left[t_k, \bar{f}^{-1}\left(\frac{x_1}{A_0}, t_1\right)\right]\right\}$$

Si la structure dela fonction f est telle que $W_1(x_1, t_1)$ est independente du temps t_1 et les arguments des fonctions deltas peuvent s'exprimer en fonction des différences $t_k - t_1$, $k = \overline{2, n}$, alors le processus est stationnaire.

Proposition 1. Le processus quasi — déterministe

$$\xi(t) = A_0 f(\omega_0 t + \varphi)$$

est stationnaire si :

— ω_0 est une constante,
— f est une fonction périodique,
— φ est uniformément répartie dans l'entervalle $0—2\pi$.

Démonstration. La densité du premier ordre $W_1(x_1, t_1)$ ne depend pas de t_1. En effet la fonction caractéristique $\Phi_1(v)$ s'exprime par

$$\phi_1(v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{jvA_0 f(\omega_0 t_1 + \varphi)} d\varphi$$

qui, evidemment, ne dépend pas de t_1 si f est une fonction périodique.

D'autre part on deduit de la relation

$$\varphi + \omega_0 t_1 = \overset{-1}{f}(\xi_1/A_0)$$

que ξ_k, $k = \overline{2, n}$ est donné par

$$\xi_k = A_0 f[\omega_0 (t_k - t_1) + \overset{-1}{f}(\xi_1/A_0)]; k = \overline{2, n}$$

La proposition est démontrée.

Proposition 2. Le processus quasidéterministe

$$\xi(t) = f(\eta t + \varphi)$$

est stationaire si :

— η et φ sont des variables aléatoires indépendents,
— φ est uniformément répartie dans l'intervalle $0,2\pi$,
— f est une fonction périodique.

Démonstration — Si l'on exprime la fonction caractéristique du premier ordre

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dy\, w_\eta(y) \int_0^{2\pi} e^{jvf(yt+\varphi)} d\varphi$$

on voit qu'elle ne depend pas du moment, t, donc la densité $W_1(x, t)$ a la même proprieté.

Ensuite la densité de probabilité du second ordre dépend seulement de la différence $t_2 — t_1$.

En effet si l'on pose

$$\xi_1 = f(\eta t_1 + \varphi)$$
$$\xi_2 = f(\eta t_2 + \varphi)$$

on deduit

$$\eta = \frac{g(\xi_2) - g(\xi_1)}{t_2 - t_1}; \varphi = \frac{t_2 g(\xi_1) - t_1 g(\xi_2)}{t_2 - t_1}$$

(On emploie la notation $\overset{-1}{f} = g$).

Le jacobien de la transformation est

$$Z = \frac{D(\eta, \varphi)}{D(\xi_1, \xi_2)} = -\frac{1}{t_2 - t_1} g'(\xi_1)\, g'(\xi_2)$$

d'où l'on deduit

$$W_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = \frac{1}{|t_2 - t_1|} |g'(x_1)\, g'(x_2)| \; w_\eta \frac{1}{2\pi}$$

Finalement, on peut exprimer la grandeur

$$\eta t_k + \varphi, \; k = \overline{3, n}$$

par

$$\eta t_k + \varphi = \frac{1}{t_2 - t_1} [g(\xi_2) t_k - g(\xi_1) t_k + t_2 g(\xi_1) - t_1 g(\xi_2)]$$

ou bien

$$\frac{1}{t_2 - t_1} [g(x_2)(t_k - t_1) - g(x_1)(t_k - t_1) + g(x_1)(t_k - t_1)]$$

5. Applications des théoremes obtenus

a) Le processus

$$\xi(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

où

— A_0 et ω_0 sont des constantes,

— φ est une variable aléatoire uniformément répartie dans l'intervalle $0{,}2\,\pi$,

répresente un processus stationaire (Proposition I).

La densité de probabilité du prémier ordre este donneé par [voir (13)]

$$W_1(x_1, t_1) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \delta(x_1 - A_0 \cos\varphi)\, d\varphi$$

On déduit voir (11)

$$W_1(x_1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{A_0^2 - x_1^2}} \quad |x_1| < A_0$$

Grâce au théorème 5 on déduit l'expression de la densité de probabilité n — dimensionelle :

$$W_1(x_1, t_1; x_2, t_2; \ldots; x_n, t_n) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{A_0^2 - x_1^2}} \prod_{k=2}^{n} \delta \left\{ x_k - A_0 \cos \left[\omega_0 (t_k - t_1) + \arccos \frac{x_1}{A_0} \right] \right\}$$

b) Le processus

$$\xi(t) = \cos(\eta t + \varphi)$$

où

— α, η, φ sont des variables aléatoires indépendentes,
— φ est uniformément répartie dans l'intervalle $0,2\pi$,
répresente un processus stationnaire (Théorème 6, Proposition 2).

La fonction caractéristique $\Phi_1(v)$ a l'expression

$$\phi_1(v) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int da\, dy\, w_\eta\, w_\alpha \int_0^{2\pi} e^{j v a \cos(yt+\varphi)}\, d\varphi$$

d'où l'on obtient :

$$\Phi_1(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} J_0(a v)\, w_\alpha\, d a$$

On deduit conformément aux propriétés de la fonction caracteristique :

$$M(\xi) = \Phi_1'(0) = 0$$

$$M(\xi^2) = \frac{1}{2}\phi_1''(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2 w_\alpha\, da = \frac{M[\alpha_2]}{2}$$

Si α est une constante le processus $\xi(t)$ est aussi ergodique.

La chaire des radio-communications
Institut Polytechnique
„Gheorghe Gheorghiu-Dej", Bucarest

BIBLIOGRAFIE

1. *Middleton D.* — An introduction to communication theory. Mc. Graw Hill N. Y. 1960.
2. *Levin R. B.* — Teoreticeskie osnovî statisticeskoi radiotehniki Izd „Sovetkoe radio", Moskova, 1966.
3. *Spătaru A.* — Teoria transmisiei informației. Ed. Tehnică, București, 1965.
4. *Ghihman I. I., Skorohod A. V.* — Vvedenie v teoriu sluciainih protesov. Izd. „Nauka", Moskva, 1966.
5. *Ivanenko D., Sokolov A.* — Teoria clasică a cîmpului. Ed. Tehnică, București, 1955.
6. *Sabac I. Gh.* — Matematici speciale, vol. II. Editura didactică și pedagogică, București, 1965.

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II. BUCUREȘTI — c. 7993

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text și se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1969 JUL 1 -

F 1130

REFERÁLVA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXX NUMERELE 5—6 ANUL 1968
SEPTEMBRIE — DECEMBRIE

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

apare, cu şase fascicole pe an, în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et apliquées" şi „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din Institutul politehnic Bucureşti. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa şi schimburile de publicaţii cu redacţia şi administraţia Buletinului se fac pe adresa :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(cu menţiunea „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

издаётся в шести годовых выпусках, являясь продолжением прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" и „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Составленный на новых основах, он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского Политехнического Института. В пределах возможностей будут опубликованы и научно-исследовательские работы и внеинститутских сотрудников.

Переписка и обмен периодическими изданиями с редакцией и руководством Бюллетеня производятся по адресу:

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(с указанием „pentru Buletinul Institutului")

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI

est une publication, continuant les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées" et „Buletinul Politehnicei din Bucureşti".

Tel qu'il se présente, il reflète en premier lieu l'activité scientifique du corps didactique de l'Institut Polytechnique de Bucarest. On pourra y ajouter aussi, dans la limite des possibilités, les travaux des collaborateurs qui n'appartiennent pas à l'institut.

L'adresse pour la correspondance et les échanges de publications est :

INSTITUTUL POLITEHNIC
„GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREŞTI
CALEA GRIVIŢEI 132
(avec la mention „pentru Buletinul Institutului")

ORSZÁGOS MŰSZAKI DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ" BUCUREȘTI

TOMUL XXX – NUMERELE 5–6

SEPTEMBRIE — DECEMBRIE

1968

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. Dr. Docent *I. Agârbiceanu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. Dr. Docent *I. S. Antoniu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. *M. Bercovici* ; Prof. Dr. Docent *E. Bratu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *Gh. Buzdugan*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. Dr. Docent *E. Carafoli* ; Prof. Dr. *S. Călin* ; Prof. *C. Dinculescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Acad. Prof. dr. Docent *D. Dumitrescu*; Prof. *S. Gâdea*; Conf. Dr. *I. Grădișteanu* ; Prof. *C. Ionescu-Bujor* ; Prof. Dr. Docent *Gh. Manea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *N. Manolescu* ; Prof. *St. Mantea* ; Prof. Dr. *N. Marinescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *C. Nenițescu* ; Prof. *C. Penescu*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *M. Postelnicescu* ; Acad. Prof. Dr. Docent *R. Rădulet* ; Prof. *Al. Rău* ; Prof. *Al. Spătaru* ; Prof. *L. Stoicescu* ; Prof. Dr. Docent *R. Voinea*, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România ; Prof. *I. Zăgănescu*.

Redactor responsabil:
Rector
Prof. Dr. ing. *George Bărănescu*
membru corespondent
al Academiei Republicii
Socialiste România

MŰSZAKI KÖNYVTÁR

Sumar

MATEMATICA

Pag.

A. Tănăsescu

Eine aus der Newton'schen Perspektive abgeleitete perspektivische Auswertung 25

FIZICA

G. C. Moisil

Some Theoretical Considerations about the Transition Layer Between Two Isotropic Media 31

D. Anghelescu

Unele aspecte principale ale calculului erorilor 39

D. Bogdan, H. Fuia, C. Proţop, I. Vâţă

Woods-Saxon Superfluid Corrections for Some β-Transitions of Deformed Nuclei 51

CHIMIE ANORGANICĂ

A. Ianu, Ludmila Seceleanu, Sanda Alexandrescu

Valorificarea gelului de silice — produs rezidual al industriei superfosfaţilor — ca înlocuitor al talcului în prepararea antidăunătorilor 55

Gr. Teodorescu, Ana Maria Lupu

Méthodes des dosages du zinc 59

I. Blum, Fr. Barca

Studiul structurii cărbunilor româneşti cu ajutorul spectrelor de absorbţie în infraroşu 63

Annemarie Puri, I. Teoreanu, P. Baltă

Spezialzemente aus Hochofenschlacken 85

I. Gh. Constantinescu, Irina Constantinescu, V. Mărculeţiu, Iulia Strugaru

Récupération du plomb sous forme d'oxyde de plomb des poussiéres volatiles provenant de la métallurgie non-ferreuse 95

ORGANE DE MAŞINI

M. Renert

Zur Theorie des Doppelwalzen-Extruders 105

N. Laşcu Simion

Contribuţii la precizarea bazelor calculului de rezistenţa la solicitări variabile la temperaturi ridicate 115

HIDRAULICA Pag.

Gh. Zidaru

Mouvement potentiel autour du réseau linéaire de profils minces et à petite courbure, la direction du réseau étant normale aux cordes des profils 133

REZISTENȚA MATERIALELOR

V. Drobotă

Limitele de valabilitate ale formulelor ce dau sarcina critică de flambaj la grinzile continue pendulare 145

AUTOMATICA

S. Florea

Unele probleme privind dinamica interconexiunii amplificatoarelor fluidice 153

REȚELE ELECTRICE

E. Potolea

Utilizarea componentelor simetrice normate la studiul regimurilor nesimetrice din rețelele electrice trifazate 161

ELECTRONICA

Al. Spătaru, G. Mityko, I. Kuhn

Correction System of Some Colour Distortions Caused by Differential Phase 183

Резюме

А. Тэнэсеску Д. К. 515

Перспективная перестройка произведенная из ньютоновской перспективы

В настоящей работе представлен в соотношении с несколькими предшествующими работами (1), (2), оригинальный метод для получения перспективной перестройки, основанный на свойствах ньютоновской перспективы.

Зная перспективу объекта и размер в масштабе определения (рис. 1), можно перестроить объект двумя произвольными определениями, соотношение между которыми является $k_2 : k_1$ (рис. 2).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Г. Моисил Д. К. 530

Некоторые теоретические рассмотрения о своем переходе между двумя изотропными средами

В неоднородных средах, в вакууме, появляется изменением величин для $\vec{E}$ и $\vec{H}$, выраженный местным, через два линейных операторов F и N чьих собственных знаучении обобщают коэффициенты френеля.

Показывается эквивалентность между слоям переходом и мультипольным поверхностным распределением, и указывается, каким образом, вычисляется в этом случае, обобщенные коэффициенты френеля.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. Ангелеску Д. К. 519 : 535.32 : 539.17 : 661.879 : 534.152.1

Некотрые принципиальные аспекты погрещносного исчисления

Работа излагает распределения Гаусса и Пуассона так и оценка параметров этих распределений при методе максимальной вероятности и анализирует распределения средного значения опытных результатов, что разрешает интерпретировать ошибки измерения.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 539.152.1 : 539.185 : 537.13 : 530.19

А. Богдан, Х. Фуиа, К. Процоп, И. Вица

Покровки сверхтекучести для переходов в деформированных ядрах, используя потенциалы *Bud*—Саксон

Большие расхождения между теоретическими и экспериментальными величинами для вероятности запрещенных переходов первого порядка в случае деформированных ядер в области 150 A 188, привело нас вычислить поправки сверхтекучести и величины (*fct*) $w—s$, (*fct*) N используя потенциалы *Bud*—Саксон и Нильсон : В этих вычислениях мы использовали корректную оценку метричных элементов на основе теории CVC. Полученные результаты дают большие запрещения как в случае потенциала *Bud*—Саксона, так и в случае Никсона, Части этой запрещенности можно выяснить с помощью.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Summary

A. Tănăsescu D.C. 515

A Perspective Reconstruction Derived from the Newton's Perspective

This work presents an original method for obtaining a perspective restoration (reconstruction) based on the Newton's perspective in correlation with some previous works [1], [2].

The object perspective and a dimension at the scale of one determination (fig. 1) being known, the object may be reconstructed by two arbitrary determinations the radio of which is $k_2 : k_1$ (fig. 2).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

G. Moisil D.C. 530

Some Theoretical Considerations Concerning the Transition Layer Between two Isotropic Media.

In non-homogenous media a modification of the values of $\vec{E}$ and $\vec{H}$ occurs in vacuum, locally expressed by two linear operators F and N the eigenvalues of which generalize the Fresnel coefficients. The author shows the equivalence of a transition layer with a superficial distribution of multipoles and he indicates the calculation procedure for the generalized Fresnel coefficients in this case.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D. Anghelescu D.C. : 519:535.32:539.17:661.879:534.152.1

Some Principle Aspects of the Error Analysis Summary

The paper presents the Gauss and Poisson distributions. as well as the estimation of the parameters of these distributions by the method of maximum plausibility and analyses, the distribution of the average experimental results, which permit to explain measuring errors.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 539.152.1:539.185:537.13:530.19

D. Bogdan, H. Fuia, C. Proţop, I. Vîţă

Superfluidity Corrections by Using the Woods-Saxon Potential for Some Transitions in Deformed Nuclei.

As there are great discrepancies between the theoretical and experimental values of the 1st order forbidden transition probabilities for deformed nuclei in the 150 A 188 region, we computed the superfluidity corrections and the (fct)w-s, (fct)N, values by using the Woods-Saxon and Nilsson potentials. We have taken into account in these calculations the correct evolution of the matrix elements on basis of the c v c theory. The results obtained show a large interdiction both in the case of the Woods-Saxon potential and in the Nilsson case. Part of this interdiction may be explained by means of the configuration mixing (for instance for Tm^{170}).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 661.183.7 : 661.632 : 622.367.546.234-31 : 632.934

А. Иану, Л. Сецеляну, С. Александреску

Валорификация коллоидной кремневой кислоты-остаток фабрикаций соли монокальциевой фосфорной кислоты — для заменения талько в приготовлении фитофармацевтических препаратов

Настоящая статья посвящена краткому представлению технологического процесса фабрикации Na_2SiF_6 (натриевой соли кремнефтористоводородной кислоты), в результате которого получается остаток-коллоидная кремневая кислота.

В продолжение показывается процесс переработки остатков ввиду их валорификаций, химический анализ и гранулометрический анализ, изготовление некоторых образцов из переработанной коллоидной кремневой кислоты и гексахлорциклогексан 3%.

Эти образцы были подвергнуты некоторым испытаниям в лаборатории и в производстве в испытательском институте по защите растений в Бухаресте.

В заключение описывается преимуществов последствии валорификации коллоидной кремневой кислоте которая межет заменить талько в процессе приготовления фитофармацевтических препаратов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 546.47 : 545.2: 545.81

Г. Теодореску, Анна Мария Лупу

Методы дозировки цинка

Настоящая заметка представляет собой метод объёмной дозировки (I) а также метод колориметрической дозировки (II) для иона цинка.

Что касается объёмной дозировки, она была произведена косвенно сереброметрическим методом, используя в качестве реагента осаждения соль Рейнеке (террародонодинамино-хромат аммония/$Cr_3(SCN)_4(NH_3)_2/NH_4$.

Из реакции получается, что атом Zn связывает два моля соли Рейнеке, а 1 см³ $Ag.NO_3$ 0,1n соответствует 0,006537/2 гр Zn.

Большая растворимость в ацетоне соответствующего сложного соединения позволит установление колориметрического метода дозировки. Был применён способ эталонных кривых с использованеми фотоколориметра типа ЛАНГЕ. Результаты координированы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 626.2/8 : 535.342 : 535.33.071/.072 : 546 321.41.553

И. Блум, Фр. Барка

Исследование румынских углей методом абсорбцией в инфракрасных спектрах

В работе даются литературный обзор относительно возможности исследования углей методом абсорбции в инфракрасных спектрах.

Далее приводятся данные относительно структурных модификаций некоторых румынских углей в процессе обуглероживания и абсорбционных спектров этих углей высоким содержанием золы.

Работа синтетизирует литературу по специальности а также и результаты проведенных экспериментальных работ на румынских углях с целью познания их возможностей исследования этих материалов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 661.183.7:661.632:622.367:546.234-31:632.934

A. Ianu, L. Seceleanu, S. Alexandrescu

The Method of Turning to Account the Silica Gelresidual Product of the Superphosphate Industry as a Substitute for Talcum in the Preparation of Pesticides.

The authors briefly describe in the paper the technology manufacturing process of sodium hexafluosilicate the residual waste product of which is the silica gel.

They further describe the processing of the residue in view of rendering it to valuable, its chemical analysis and granulometric analysis, the preparation of some silica gel specimens processed with 3% per cent Heclotox on basis of HCH.

These specimens have been submitted to laboratory test and tests in site by the Research Institute for Plant Protection in Bucharest.

In conclusion, the authors show the advantages resulting from the turning to account of rendering valuable the silica gel which can replace talcum in the process of preparating phytopharmaceutical products.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 546.47:545.2:545.81

Gr. Teodorescu, Ana Maria Lupu

Zinc Dosage Method

The present notice shows a volumetric dosing method (I) and a colourimetric dosing method (II) for the zinc ion.

With regard to the volumetric dosage, this has been indirectly carried out through the argentometric method, using the Reinecke salt (tetra-thiocyanate-diamino-amonium chromate —$Cr_3(SCN)_4(NH_3)_2NH_4$) as precipitating reagent.

From the reaction it results that a Zn atom links two moles of Reinecke salt and 1 cu. cm. of $AgNo_3$ 0.1 N corresponds to 0.006537/2 g. of Zn.

The great solubility in acetone of the respective complex combination allows to establish also a dosage colourimetric method. The procedure of standard curves as been applied when using the LANGE type of photo-colourimeter. The results are concordant.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 662.6/.8:535.342:535.33.071/.072:546.321.41.553

I. Blum, Fr. Barca

Investigation of the Structure of Rumanian Coals by Means of IR-Absorbtion Spectra.

The work contains a litterature review concerning the possibilities of investigating the structure of coals by means. of IR-absorbtion spectra. Further, the study of some structural modifications of Rumanian ceals during the carbonization process and the IR-absorbtion spectra of some coals, with high barren gangue content are presented.

The work synthetizes the litterature and the results of the experimental research work carried out on Rumanian coals, in order to know completely the possibilities of investigating these substances by means of the IR-absorbtion spectra.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 669.162.2 : 662.613.1 : 691.5 : 661.683.669.046.58

А. Пури, И. Теоряну, П. Балтэ

Специальные цементы на основе доменного шлака

Доменные шлаки, обладая медленными гидравлическими свойствами, должны быть активированы. В настоящей работе рассматривается активирование с натриевым силикатом, а также со смесями натриевого силиката и фторосиликата. Получаются данные относительно механизма твердения шлака в присутствии активаторов. Устанавливается, что активирование доменного шлака тем интенсивнее, чем более меньшими модулями располагает применяемый натриевый силикат. Из применяемых добавок наилучшие результаты получены в случае смеси натриевого силиката (8% по отношению к сухой смеси шлака и песка) и натриевого фторосиликата (2% по отшению к сухой смеси шлака и песка); полученное связующее ведёт себя как цемент с большой исходной прочностью.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 669.4 : 661.851.1/.2 : 546.818 : 661.833.532

И. Г. Константинеску, И. Константинеску, В. Маркулециу, И. Стругару

Рекуперация свинца в виде окиси свинца летучих порошков, поступающих из цветной металлургии

Авторы изучали возможность рекуперации свинца в виде окиси свинца (PbO) из летучих порошков, поступающих из цветной металлургии. При этом установлено следующее:

— предложенный способ позволяет получать свинец из летучих порошков в установленных опытных условиях в пропорции 85%;

— способ позволяет выделять и другие содержащиеся в растворе растворимых сульфатов соединения:

— предложенная установка не требует ни специального оборудования, ни особых технологических условий;

— полученная окись свинца имеет чистоту 99%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 621.22 : 621.771.4. : 621.9.039 : 66.017

М. Ренерт

К теории вальца-екстругера

Вальц-екстругер представляет собой новый агрегат для разработки пластических материалов. В работе рассматривается развитие давления и подача машины, работающей с расплавом термопластического материала с неньютоновским поведением. Устанавливаются условия оптимизации режима работы.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 669.162.2:662.613.1:691.5:661.683:669.046.58

A. Puri, I. Teoreanu, P. Baltă

High Blast Furnace Slag Special Cements

The high blast furnace slags should be activated as they have slow hydraulic properties. The present work studies the activation by means of sodium silicate, as well as of sodium fluoro-silicate and silicate mixtures. Information on the slag hardening mechanism when activators are present may be obtained. It has been ascertained that the blast furnace slag activation is the more intense as the sodium silicate used has smaller moduli. Among the used additions the best results have been obtained with the mixture of sodium silicate (8 per cent relative to the slag and sand dry mixture) and sodium fluoro-silicate (2 per cent relative to the slag and sand dry mixture); the obtained binding agent behave like a cement with high initial resistances.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 669.4:661.851.1/.2:546.818:661.833.532

I. Constantinescu, I. Constantinescu,
V. Mărculeţiu, I. Strugaru

Recovery of Lead Form of Lead Oxide from the Volatile Dusts Resulted from Non-ferrous Metallurgy

The authors have studied the possibility of recovering lead as lead oxide (PbO) from the volatile dusts resulted from non-ferrous metallurgy, determining the following :

— the recommended procedure permits to render to valuable lead from volatile dust in experimentally determined conditions, in a proportion of 85 per cent ;

— the procedure also permits to turn to account other compounds included in the soluble sulphates ;

— the suggested plant requires neither equipments not special construction nor particular technological conditions ;

— the lead oxide obtained is 99% pure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 621-23:621.771.4:621.9.039:66.017

M. Renert

On the Roller Extruder Theory

The roller extruder represents a new aggregate for the processing of plastics. Pressure development and flow in the gap of the machine working with non-Newtonian thermoplastics are studied. Optimizing conditions are established for the working regime.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К 621.81 : 539 4 : 620.178 : 669.14

Н. Лашку-Симион

Об уточнении основ расчета на сопротивление на переменные напряжения при повышенных температурах

При повышенных температурах, характеристики сталей на ползучесть и усталость чувствительны к влиянию фактора времени. Поэтому, в этих случаях, расчет на сопротивление ведется имея в виду лимитированную долговечность деталей машин.

На основе литературных данных и результатов опытов, полученных при испытании двух хромистых легированных сталей, представляются некоторые суждения автора по отношению к способу построения и использования схематических диаграмм сопротивления на усталость при повышенных температурах.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 621.22 : 532 : 621-42

Гх. Зидару

Потенциальное обтекание линейной решетки, состоящей из тонких и слабо изогнутых профилей, напра: ление решетки являясь нормальным к хордам профилей

Труд представляет собой обобщение метода Бирнбаума-Глауерта к линейной решетке с осью нормальной к хор ам профилей. Рассчитаются: скорость, циркуляция, подъемная сила и момент давлений на профиле.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 539.4 : 620.173 : 624.072.2 : 624.078

В. Дроботэ

Границы действительности формул, дающих критическую нагрузку продольного изгиба в маятниковых сплошных балках

Исходя из основных предположений, принятых для установления формул, дающих критическую нагрузку продольного изгиба в маятниковых сплошнх балкахы, в статье устаналивается область их действительности Показывается, что наложенные ограничения не являются существенными, и что областью действительности этих формул является обл сть упругого продольного изгиба.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C.: 621.81:539.4:620.178:669.14

N. Lașcu Simion

Contributions to the Specification of the Strength Calculation Bases for Various Strains at High Temperatures

The steel creep and fatigue characteristics are sensibly influenced at high temperatures by the time factor, resulting that in such situations the strength calculation should be carried out taking into account a limited life of the machine parts.

On basis of some data in literature and of the results obtained following his own tests in the case of two chrome alloyed steels, some considerations of the author concerning the manner of building and using the schematized diagrams of the resistance to fatigue in case of high temperature are presented.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 621.22:532:621-42

Gh. Zidaru

The Potential Motion Through a Linear Lattice of Thin Profiles with Small Curvature, the Front of the Lattice Being Normal to the Profiles' Chord

The work represents an extension of the Birubaum-Glauert method to a linear lattice having the front, normal to the chord of the profiles. The velocity on the profile, the circulation, the lifting force, and the moment are calculated.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 539.4:620.173:624.072.2:624.078

V. Drobotă

Validity Limits of the Formulae Expressing the Critical Load for the Buckling of Swinging Continuous Beams

Starding from the basic hypotheses adopted for determining the formulae for the critical load for of the buckling of swinging continuous beams, their validity range is assigned in this article. It is proved that the limitations imposed by the use of these hypotheses are not essential and that the validity range of these formulae is that of the flexible buckling.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 621-52 : 532 : 621.375 : 621.3.011.3

С. Флоря

Некоторые вопросы, касающиеся динамики взаимосвязи жидкостных усилителей

Представляется аналитический метод определения функции переноса жидкостного дифференциального усилителя типа струя-струя и некоторые соображения относительно взаимосвязи двух жидкостных усилителей. Устанавливаются основные конструктивные и функциональные параметры, влияющие на результаты жидкостных элементов.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 621 : 316.3 : 621.3.011 : 621.313.12 : 621.314

Е. Потоля

Применение симметрических нормированных составляющих к изучению несимметрических режимов в трехфазовых электрических сетях

Используются симметрические нормированные составляющие и применяется теория графа к изучению трёхфазовых сетей, в которых вторгаются простые и многократные несимметрии сопротивления и проводимости. Несимметрии учитываются с помощью операторных матриц соответствия, позволяющих расчёт несимметрических режимов обращением некоторых несимметрических матриц, порядок которых определён числом несимметрий, а не сложностью симметрической сети.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Д. К. 621.397 : 621.3.094 : 621.39 : 621.37

Ал. Спатару, Г. Митико, И. Кухн

Система коррекции некоторых цветных искажений, вносимых дифференциальной фазой

В статье описывается новый метод коррекции цветных искажений, вносимых дифференциальной фазой. Коррекция основывается на передачу во время кадровых гасящих импульсов такого тест-сигнала, который позволил бы определить характеристические значения искажений дифференциальной фазы. Цветные-сигналы корректируются потом при помощи этих значений, заполненные на активньй период цветного телевизионного сигнала.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 621—52 : 532 : 621.375 : 621.3.011.3

S. Florea

Some Problems Concerning the Fluid Amplifier Interconnection Dynamics

An analytical method for determining a transfer function of a fluidic differential amplifier of the jet-jet type and some considerations over the interconnection of two fluidic amplifiers are presented. The main constructive and functional parameters which are influencing the fluid element performances are established.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 621:316.3:621.3.011:621.313.12:621.314

E. Potolea

Use of the Standardized Symmetrical Components for the Study of the Non-symmetrical States in the Three-phase Electrical Networks

The standardized symmetrical components are used and the graph theory is applied to the study of three-phase networks where simple or multiple impedance or admittance non-symmetries are intervening. The non-symmetries are taken into account by means of some correspondance operational matrices permitting the calculation of the non-symmetrical states by reversing some non-symmetrical matrices with orders determined by the non-symmetries number and not by the symmetrical network complexity.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.C. : 621.397:621.3.094:621.39:621.37

Al. Spătaru, G. Mityko, I. Kuhn

Correction System of Some Colour Distorsions Caused by Differential Phase

This article describes a new method for correcting colour distorsions caused by differential phase. The correction is based on transmission of a test signal during the field-blanking pulse which permits determination of a value, characterizing the differential phase distorsions. With this value, memorized during the active run, the colour signal is corrected.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Résumé

A. Tănăsescu C.D. 515

Une réconstruction perspective dérivée de la perspective newtoniene

En ce travail est présentée, en corrélation avec quelques travaux antérieurs (1), (2), une méthode originale pour obtenir une restitution (réconstruction) perspective basée sur les propriétés de la perspective Newtonienne.

La perspective de l'objet et une dimension à l'échelle d'une déterminaison (Fig. 1) étant connue, on peut reconstruire l'objet par deux déterminations arbitraires dont le rapport est $k_2 : k_1$ (Fig. 2).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

G. Moisil C.D. 530

Quelques considérations théoriques sur la couche de transition entre milieux isotropes.

Dans les milieux non-homogènes apparait une modification des valeurs des vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ exprimée localement par deux opérateurs linéaires F et N dont les valeurs propres généralisent les coefficients de Fresnel. L'auteur montre l'équivalence d'une couche de transition avec une distribution superficielle de multipôles et indique le moyen de calculer les coefficients de Fresnel généralisés.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D. Anghelescu C.D. 519:535.32:539.17:661.879:534.152.1

Quelques aspects de principe du calcul des erreurs.

Le travail présente les distributions Gauss et Poisson, ainsi que l'estimation des paramètres de ces distributions par la méthode de la plausibilité maximum et analyse la distribution de la moyenne des résultats expérimentaux, ce qui permet l'interprétation des erreurs de mesure.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 539.152.1:539.185:537.13:530.19

D. Bogdan, H. Fuia, C. Protop, I. Vîţă

Corrections de superfluidité utilisant le potentiel Woods-Saxon pour quelques transitions en noyaux déformés.

Puisqu'il existe de grands désaccords entre les valeurs théoriques et expérimentales des probabilités des transistions interdites du premier ordre pour les noyaux déformés dans la région 150 A 188, nous avons calculé la correction de superfluidité et les valeurs (fct)w-s, (fct)N, en utilisant les potentiels Woods-Saxon et Nillson. On a tenu compte en ces calculs de l'évolution correcte des éléments matriciaux en se basant sur la théorie c v c. Les résultats obtenus montrent une grande interdiction tant dans le cas du potentiel Woods-Saxon, que dans le cas Nilsson. Une partie de cette interdiction peut être expliquée au moyen du mélange des configurations (par exemple pour Tm^{170}).

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Zusammenfassung

A. Tănăsescu D.K. 515

Eine Perspektivrestitution (Rekonstruktion), die aus der Newtonperspektive abgeleitet ist.

In dieser Arbeit wird im Zusammenhang mit einigen vorhergegehenden Arbeiten (1), (2), eine Grundmethode zur Erlangung einer Perspektivrestitution (Rekonstruktion), angegeben die sich auf die Eigenschaften der Newton-Perspektive stützt.

Ist die Perspektive des Gegenstandes und eine Abmessung im Masstab einer Bestimmung bekannt (Abb. 1) so kann der Gegenstand durch zwei beliebige Bestimmungen, deren Verhältnis $k_2:k_1$ ist (Abb. 2) wiederhergestellt (rekonstruiert) werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

G. Moisil D.K. : 530

Theoretische Betrachtungen über die Übergangsschicht zwischen den isotropen Medien.

In den inhomogenen Medien tritt eine Änderung der Werte auf, die $\vec{E}$ und $\vec{H}$ im Vakuum besitzen und die örtlich durch zwei Linearoperatoren F und N ausgedrückt werden, wobei deren Eigenwerte die Fresnel-Koeffizienten sind.

Es wird die Gleichwertigkeit einer Übergangsschicht mit einer Multipolverteilung angegeben und die Berechnungsart der, für diesen Fall verallgemeinerten Fresnel-Koeffizienten gezeigt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

Dan Anghelescu D.K. : 519:535.32:539.17:661.879:534.152.1

Einige besondere Gesichtspunkte der Fehlerberechnung.

In vorliegender Arbeit werden die Gauss- und Poissonverteilungen vorgestellt, sowie die Abschätzung der Parameter dieser Verteilung durch die Methode der maximalen Plausibilität und die Analyse der Verteilung des Versuchsergebnis-Durchschnittes, wodurch die Auslegung der Messfehler möglich wird.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 539.152.1:539.185:537.13:530.19

D. Bogdan, H. Fuia, C. Protop, I. Vîţă

Überfluiditäts-Korrekturen, unter Benützung des Wood-Saxon Potentials für einige Übergänge in verformten Kernen.

Da zwischen den theoretischen und Experimentalwerten der verbotenen Übergangsmöglichkeiten erster Ordnung für verformte Kerne im Gebiet von 150 A 188 grosse Diskrepanzen vorhanden sind, haben wir die Überfluiditäts-Korrekturen und die Werte (fct)w-si (fct)N unter Benützung der Wood-Saxon und Nilsson Potentiale berechnet.

In diesen Berechnungen haben wir, auf Grund der c v c Theorie, von der genauen Fortentwicklung der Matrizialelemente Rechnung getragen. Die erahltenen Ergebnisse zeigen ein grosses Verbot, sowohl im Falle des Wood-Saxon Potentials, als auch im Falle Nilsson. Ein Teil dieses Verbots kann mit Hilfe der Konfigurationsmischung (Beisp. für Tm^{170}) erklärt werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 661.183.7:661.632:622.367:546.234-31:632.934

A. Ianu, L. Seceleanu, S. Alexandrescu

La mise en valeur du gel de silice — produit residuel de l'industrie des superphosphates comme remplacant du talc dans la preparation des pesticides.

Les auteurs présentent prièvement dans l'article le processus technologique de la fabrication du hexafluosilicate de sodium à la suite duquel il résulte un produit résiduel le gel de silice.

Ils exposent ensuite la méthode de traitement du résidu dans le but de la mettre en valeur, l'analyse chimique et l'analyse granulométrique, la préparation de certaines épreuves à partir du gel de silice traité avec du Heclotox 3% à base de HCH.

Ces épreuves ont été soumises à des essais de laboratoire et à des essais effectués sur les cultures par l'Institut de recherches pour la protection des plantes de Bucarest.

En conclusion, les auteurs montrent les avantages qui découlent de la mise en valeur du gel de silice qui peut remplacer le talc dans les processus de préparation des produits phytopharmaceutiques.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

G. Teodorescu, Ana Maria Lupu, C.D.:546.47:545.2:545.81

Méthode pour le dosage du zinc.

Cet exposé-ci indique une méthode pour le dosage volumétrique (I) et une méthode pour le dosage colorimétrique (II) de l'ion de zinc.

En ce qui concerne le dosage volumétrique, celui-ci s'est effectué indirectement par la méthode argentométrique, utilisant comme réactif de précipitation le sel de Reinecke (terrarhodanodiaminochromate d'ammonium (Cr_3) $(SCN)_4(NH_3)_2(NH_4)$.

Il en résulte de la réaction qu'un atome de zinc lie deux moles de sel Reinecke, et 1· cm^3 de $AgNO_3$ 0,1 N correspond à 0,006537/2 g Zn.

La grande solubilité en acétone de la combinaison complexe respective permet aussi l'établissement d'une méthode colorimétrique de dosage. On a appliqué le procédé des courbes étalon quand on a utilisé un photocolorimètre type LANGE. Les résultats sont concordants.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 662.6/.8:535.342:535.33.071/.072:546.321.41.553

I. Blum, Fr. Barca

L'étude de la structure des charbons roumains à l'aide des spectres en infrarouge.

Le travail comprend un compte-rendu sur la littérature concernant les possibilités de rechercher la structure des charbons à l'aide des spectres d'absorbtion en infrarouge. De suite, on présente l'étude des modifications structurelles des charbons roumains pendant le procès de carbonisation et les spectres d'absorbtion en infrarouge des mêmes charbons à haut contenu en stérile.

Le travail synthétise la bibliographie de spécialité et les résultats des recherches expérimentales effectuées sur des charbons roumains, afin de connaître intégralement les possibilités d'étudier ces materiaux à l'aide des spectres d'absorbtion en infrarouge.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 661.183.7:661.632:622.367:546.234-31:632.934

A. Ianu, L. Seceleanu, S. Alexandrescu

Verwertung des Siliziumdioxid-Gel, ein zurückbleibendes Erzeugnis der Superphosphat-Industrie als Talkersatz in der Antischädlinge.

In vorliegendem Artikel wird der tehnologische Erzeugungsprozess des Natrium-Hexafluosilikats kurz beschrieben, zufolge dessen das Residualerzeugnis — das Siliziumdioxid-Gel — entsteht.

Darauffolgend wird der Bearbeitungsvorgang beschrieben, zufolge dessen der Rückstand für seine Verwertung vorbereitet wird, die chemische und granulometrische Analyse, Vorbereitung von Proben aus Siliziumdioxid, das mit Heclotox 3% auf der Grundlage von HCH bearbeitet wurde.

Diese Proben wurden Laborversuchen unterzogen und auf dem Gelände, wurden Versuche durch die Forschungsanstalt für den Pflanzenschutz, Bukarest, durchgeführt.

In den Schlussfolgerungen werden die Vorteile angegeben die zufolge der Siliziumdioxid-Gel-Verwertung entstehen, der den Talk in den Zubereitungsprozess der phytopharmazeutischen Erzeugnisse ersetzen kann.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 546.47:545.2:545.81

G. Teodorescu, Ana Maria Lupu

Zink-Dosierungs-Methode.

Vorliegende Notiz gibt eine volumetrische Dosierungsmethode (I) und eine kalorimetrische Dosierungsmethode (II) für den Zinkion an.

Die volumetrische Dosierung wurde indirekt durch die argentometrische Methode ausgeführt, wobei als Niederschlagreaktor das Reinecke-Salz (Terrarodanodiamino-Chromatammonium $(Cr_3)(SCN)_4(NH_3)_2 NH_4$ benützt wurde.

Aus der Reaktion geht hervor, dass ein Zn-Atom zwei Reinecke-Salzmol verbindet und 1 cc $Ag.NO_3$, 0,006537/2 Zn entspricht.

Die hohe Lösbarkeit in Azeton der komplexen Zusammensetzung erlaubt auch die Bestimmung einer kalorimetrischen Dosierungsmethode. Es wurde das Verfahren der Eichmass-Kurven bei der Benützung eines Photokolorimeters Typ LANGE angewendet. Die Ergebnisse sind übereinstimmend.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 662.6/.8:535.342:535.33.071/.072:546.321.41.553

I. Blum, Fr. Barca

Untersuchung der Struktur von rumänischem Kohlen mittels IR-Absorbtionsspektren.

Die Arbeit enthält ein Fachliteratur-Referat über die Forschungsmöglichkeiten der Struktur von Kohlen mittels IR-Absorbtionsspektren. Es werden weiter die Untersuchung einiger strukturellen Ändeungen von rumänischen Kohlen im Inkohlungsprozess und die IR-Absorbtionsspektren derselben Kohlen mit hohem Gehalt an taubem Gestein vorgetragen.

Die Arbeit fasst die Fachliteratur und die Resultate der experimentellen an rümanischen Kohlen durchgeführten Forschungsarbeiten zusammen, zwecks vollständiger Kenntnis der Untersuchungsmöglichkeiten dieser Stoffe mittels IR-Absorbtionsspektren.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 669.162.2:662.613.1:691.5:661.683:669.046.58

A. Puri, I. Teoreanu, P. Baltă

Ciments speciaux a base de laitier de haut fourneau.

Les laitiers de haut fourneau ayant des propriétes hydrauliques latentes doivent être activés. Dans ce travail-ci on examine l'activation à silicate de sodium, ainsi qu'à des mélanges de silicate et de fluorosilicate de sodium. On obtient des informations sur le mécanisme de durcissement du laitier en présence des activants. On constate que l'activation du laitier de haut fourneau est d'autant plus intense que le silicate de sodium utilisé a des modules moindres. Parmi les additifs utilisés, les meilleurs résultats ont été obtenus au cas du mélange de silicate de sodium (8% par rapport au mélange sec de laitier et de sable) et fluorosilicate de sodium (2% par rapport au mélange de laitier et de sable); et fluorosilicate de sodium (2% par rapport au mélange de laitier et de sable); le liant obtenu a le comportement d'un ciment à grandes resistances initiales.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 669.4:661.851.1/.2:546.818:661.833.532

I. Gh. Constantinescu, I. Constantinescu,
V. Mărculeţiu, I. Strugaru

Récupération du plomb sous forme d'oxyde de plomb des poussières volatiles provenant de la metallurgie non-ferreuse.

Les auteurs ont étudié la possibilité de récupération du plomb sous forme d'oxyde de plomb (PbO) dans les poussières volatiles provenant de la métallurgie non-ferreuse, afin d'établir que :

— le procédé préconisé permet la mise en valeur du plomb provenant des poussières volatiles dans les conditions établies par voie expérimentale, en une proportion de 86% ;

— le procédé permet egalement la mise en valeur des autres composés contenus dans la solution de sulfates solubles ;

— l'installation proposée ne reclame pas d'outillages d'une construction spéciale et encore pas d'autre conditions technologiques différents ;

— l'oxyde de plomb obtenu a une poureté de 99%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

M. Renert C.D. : 621-23:621.771.4:621.9.039:66.017

Sur la théorie de l'extrudeuse à cylindres.

L'extrudeuse à cylindres représente un nouvel agrégat pour l'usinage des matières plastiques. On examine dans le travail le déve[loppement de la pression et le débit de la machine alimentée de thermoplastique, à comportement non-Newtonien. Les conditions d'optimisation du régime de fonctionement de la machine sont établies.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 669.162.2:662.613.1:691.5:661.683:669.046.58

A. Puri, I. Teoreanu, P. Baltă

Spezialzemente aus Hochofenschlacken.

Die Hochofenschlacken, welche latente hydraulische Eigenschaften haben, müssen angeregt werden. In der vorliegenden Arbeit wird die Anregung mit Natronsilikat sowie auch mit Natronsilikat und Natronfluorsilikat zusammen, studiert. Es werden Informationen über den Erhärtungsmechanismus der Schlacke in Gegenwart von Anregern, erhalten. Es wird festgestellt, dass die Anregung der Hochofenschlacke um so ausgeprägter ist, je kleiner das Modul des verwendeten Natronsilikates ist. Die besten Ergebnisse wurden bei Verwendung von Natronsilikat (8% bezogen auf die trockene Mischung Schlacke und Sand) suzammen mit Natronfluorsilikat (2% bezogen auf die trockene Mischung Schlacke und Sand) erhalten ; das erhaltene Bindemittel hat die Eigenschaften eines Zementes mit hoher Anfangsgeschwindigkeit.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 669.4:661.851.1/.2:546.818:661.833.532

I. Constantinescu, I. Corstantinescu,
V. Mărculeţiu, I. Strugaru

Rückgewinnung des bleioxyd-förmigen Bleis aus dem flüchtigen Staub der nichteisenhaltigen Metallurgie.

Die Verfasser haben die Rückgewinnungsmöglichkeit des Bleis, unter Form von Bleioxyd (PbO) aus dem flüchtigen Staub der nicht eisenhaltigen Metallurgie, studiert und folgendes festgestellt :

— das in Aussicht genommene Vorgehen erlaubt die Verwertung in einem Verhältnis von 85%, unter versuchsweise bestimmten Bedingungen, des Bleis aus dem flüchtigen Staub ;

— das Verfahren erlaubt gleichzeitig die Verwertung anderer Verbindungen die in der lösbaren Sulfatlösung enthalten sind ;

— die vorgeschlagene Anlage benötigt keine spezialle Bauausrüstungen und auch keine besondere tehnologische Bedingungen ;

— das erhaltene Bleioxyd hat eine Reinheit von 99%.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 621-22:621.771.4:621.9.039:66.017

M. Renert

Zur Theorie des Doppelwalzen-Extruders

Der Doppelwalzen-Extruder stellt eine neuartige Maschine dar, für die Druckentwicklung und Durchsatz, im Falle der Bearbeitung nicht-Newtonscher Thermoplaste, untersucht werden. Optimierungsbedingungen für den Betrieb der Maschine werden ebenfalls ermittelt.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 621.81:539.4:620.178:669.14

N. Lăşcu Simion

Contributions à la précision des bases de calcul de résistance aux sollicitations variées à de hautes températures.

Les caractéristiques de flúage et de fatigue des aciers sont sensiblement influencées à de hautes températures par le facteur temps ; par conséquent en de telles situations le calcul de la résistance doit être dirigé en tenant compte de la durabilité limitée des organes de machines.

A partir de certaines données de la littérature et des résultats obtenus à la suite des essais propres pour le cas de deux aciers alliés à chrome, on présente quelques considérations de l'auteur concernant la manière de construire et d'utiliser les diagrammes schématisés de la résistance à la fatigue dans le cas des hautes températures.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 621.22:532:621-42

Gh. Zidaru

Mouvement potentiel autour du réseau linéaire de profils minces et à petite courbure, la diréction du réseau étant normale aux cordes des profils.

L'ouvrage représente une éxtension de la méthode Birnbaum-Glauert à un réseau linéaire avec la diréction pérpendiculaire aux cordes des profils. On calcule la vitesse, la circulation, la force portante et le moment des pressions sur le profil.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 539.4:620.173:624.072 2:624.078

V. Drobotă

Les limites de valabilité des formules qui donnent la charge critique de flambage des poutres continues oscillantes.

Partant ces hypothèses de base adoptées pour établir les formules qui donnent la charge critique de flambage des poutres continues oscillantes, on établit dans l'article leur domaine de valabilité. On montre que les limites imposées par l'utilisation de ces hypothèses ne sont pas essentielles et que le domaine de valabilité de ces formules est celui du flambage élastique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 621.81:539.4:620.178:669.14

N. Laşcu Simion

Beiträge zur Bestimmung der Widerstandsberechnungen bei veränderlichen Beanspruchungen bei hohen Temperaturen.

Bei hohen Temperaturen werden die Kriech- und Müdigkeitskennzeichen des Stahls wesentlich von dem Zeitfaktor beeinflusst. Dieses hat zur Folge, dass in diesem Fall die Widerstandsberechnung unter Beachtung einer begrentzen Lebensdauer der Maschinenteile durchgeführt wird.

Auf Grund von Literaturdaten und der zufolge der eigenen mit zwei chromlegierten Stahlarten durchgeführten. Versuche erhaltenen ergebnisse werden einige Betrachtungen des Verfassers in Verbindung mit der Aufstellungs- und Benützungsmethode der schematischen Diagramme des Müdigkeitswiderstands im Falle hoher Temperaturen angegeben.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 621.22:532:621-42

Gh. Zidaru

Potentielströmung durch das ebene Gitter, bestehend aus den dünnen und schwach gewölbten Profilen, mit der normalen Achse an den Sehnen der Profile.

Die Arbeit stellt eine Erweiterung der Birnbaum-Glauertschen Methode an ein ebenes Gitter mit der normalen Achse den Sehnen der Profile dar.

Man bestimmt : die Geschwindigkeit, die Zirkulation, den Auftrieb und das Moment der Drücken auf dem Profil.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 539.4:620.173:624.072.2:624.078

V. Drobotă

Die Gültigkeitsgrenzen der Formeln, welche bei den kontinuierlichen Pendelbalken die kritische Knicklast ergeben.

Ausgehend von den Grundvoraussetzungen für die Bestimmung der Formeln aus denen die kritische Knicklast der kontinuierlichen Pendelbalken hervorgeht, wird das Gültigkeitsgebiet derselben bestimmt.

Es wird gezeigt, dass die Begrenzungen, welche durch die Benützung dieser Voraussetzungen bedingt werden, nicht wesentlich sind und, dass das Gültigkeitsgebiet gleich dem der elastischen Knikkung ist.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 621:52:532:621.375:621.3.011.3

S. Florea

Quelques problèmes concernant la dynamique de l'interconnexion des amplificateurs à fluides.

On présente une méthode analytique pour déterminer la fonction de transfer d'un amplificateur différentiel à fluides de type jet-jet et quelques considérations sur l'interconnexion de deux amplificateurs. On y établit les paramètres principaux constructifs et fonctionnels qui influencent les performances des éléments fluides.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 621:316.3:621.3.011:621.313.12:621.314

E. Potolea

Utilisation des composantes symétriques standardisées a l'étude des régimes non-symétriques des réseaux électriques triphases.

On utilise les composantes symétriques normalisées et l'on applique la théorie du graphique à l'étude des réseaux triphasés où interviennent des non-symétries simples ou multiples d'impédances et d'admittances. Les non-symétries sont prises en considération au moyen de matrices opératoires de correspondance, qui permettent le calcul des régimes non-symétriques par l'inversion des matrices non-symétriques à ordres déterminés par le nombre des non-symétries et non par la complexité du réseau symétrique.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

C.D. : 621.397:621.3.094:621.39:621.37

Al. Spătaru, G. Mityko, I. Kuhn

Système pour la correction de quelques distorsions de couleur produites par la phase différentielle.

On décrit dans l'article une nouvelle méthode pour la correction des distorsions de couleur produites par la phase différentielle. La correction est basée sur la transmission d'un tel signal de texte pendant les impulsions d'extinction sur les cadres, ce qui permet de déterminer les valeurs caractéristiques des distortions de phase différentielles. Les signaux de couleur sont corrigés ensuite à l'aide de ces valeurs, mémorisées pour les périodes actives du signal de télévision en couleurs.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 621-62:532:621.375:621.3.011.3

S. Florea

Probleme betreffend die Verbundschaltungsdynamik der Fluiditätsverstärker.

Es wird eine analytische Bestimmungsmethode der Übergangsfunktion eines Differenz-Fluiditätsverstärkers vom Strahl-Strahl Typ angegeben und einige Betrachtungen über die Verbundschaltung von zwei Fluiditätsverstärkern gemacht. Es werden die konstruktiven und Funktionsparameter bestimmt, von denen die Leistung der Fluiditätselemente beeinflusst werden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 19

D.K. : 621:316.3:621.3.011:621.313.12:621.314

E. Potolea

Benützung der symmetrischen Komponenten beim Studium des asymmetrischen Betriebs in den elektrischen Drehstromnetzen.

Es werden die normierten symmetrischen Komponenten und der Theoriegraph beim Studium der Drehstromnetze benützt, in denen einfache oder mehrfache Impedanz- und Admittanzassymetrien eintreten.

Die Assymetrien werden mittels operatorischen Korrespondenzmatritzen in Betracht genommen, die die Berechnung der assymetrischen Betriebsarten, durch Umkehrung von assymetrischen Matritzen mit Ordinaten, die durch die Anzahl der Assymetrie und nicht durch die Komplexität des symmetrischen Netzes bestimmt wurden.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

D.K. : 621.397:621.3.094:621.39:621.37

Al. Spătaru, G. Mityko, I. Kuhn

Korrektursystem einiger durch die Differenzphase erzeugten Farbenverzerrungen.

Im vorliegenden Beitrag wird eine neue Methode zur Korrektur, der in der Differenzphase erzeugten Farbenverzerrungen beschrieben. Die Korrektur besteht aus der Übertragung eines Textsignals während der Löschimpulse auf den Rahmen, das die Bestimmung der Werte erlaubt die den Differenzphasenverzerrungen eigen sind.

Die Farbsignale werden darauf mittels dieser Werte die für die aktiven Perioden des Farbfernsehsignals memoriert wurden, korrigiert.

Bul. Inst. politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, Tom. XXX, Nr. 5—6 1968

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

MATEMATICĂ

C.Z.: 515

EINE AUS DER NEWTON'SCHEN PERSPEKTIVE ABGELEITETE PERSPEKTIVISCHE AUSWERTUNG *

AURELIAN TĂNĂSESCU

Einleitung. In früheren Beiträgen [1], [2] wurden sowhol die Newton'sche Perspektive auf senkrechter oder wagerechter Tafel, als auch die Veränderung eines Mongerisses in einer Newton'schen Perspektive geprüft. Es wurde gleichfalls gezeigt dass die Eigenschaften der Newton'schen Perspektive beim Aufbau der Perspektive eines Objektes auf einer geneigten Tafel angewendet werden können [1].

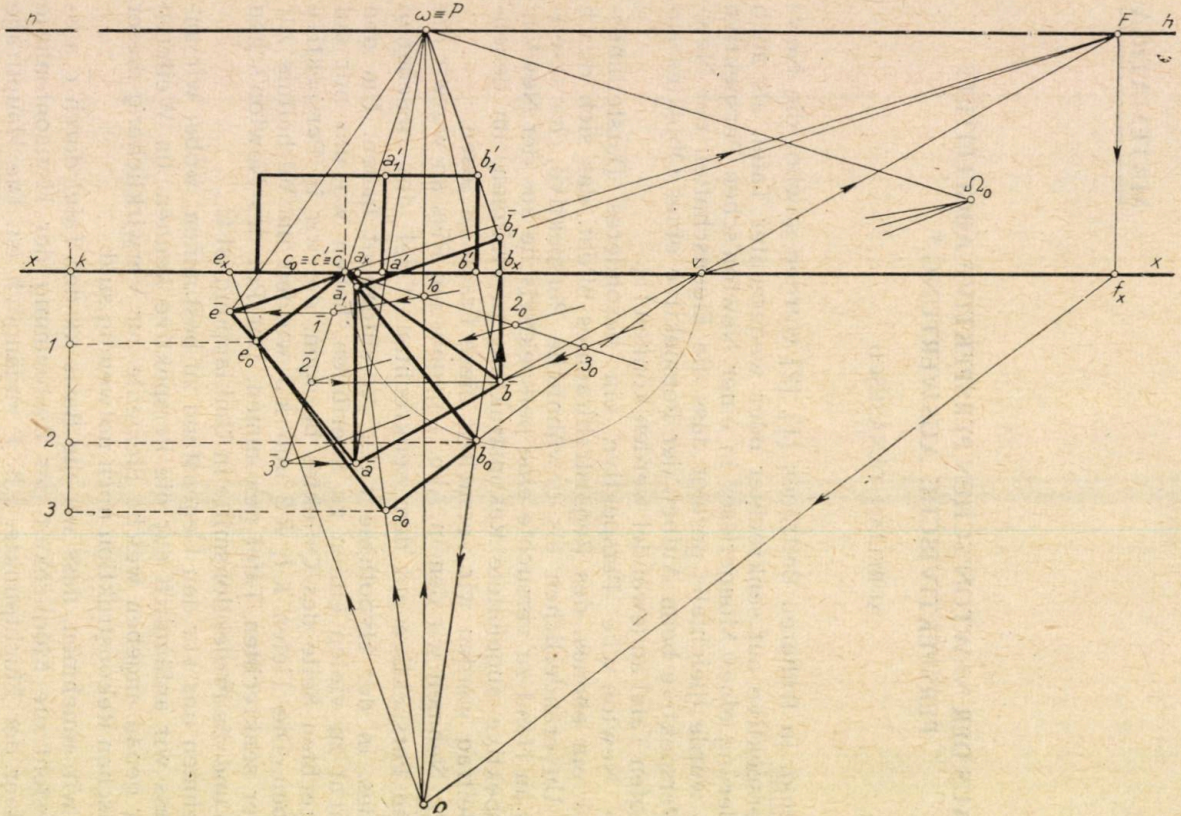
Da die Newton'sche Perspektive ein besonderes Darstellungssystem, uzw ein ebenes, des Regelstrahlraumes bildet, das sich durch demselben Unveränderlichen als gewöhnliche Perspektive charakterisiert, ist es an Hand zu versuchte eine perspektivische aus der Newton'schen Perspektive abgeleitete Rekonstruktion zu ersinnen. Im gegenwärtigen Beitrag werden wir versuchen diese Frage zu lösen.

Grundsatz. Nehmen wir den in Abb. 1 gegebenen Riss an wo wir die Newton'sche Perspektive auf dem senkrechten Tafel des gegebenen Gegenstandes, in der Hypothese $c_0 \equiv c' \equiv \bar{c}$ aufgebaut haben. Um den Riss mit nicht zu vielen Linien zu überfüllen, haben wir uns nur auf einer senkrechten Seite des Objektes bezogen, die wir in Perspektive gesetzt haben. Die Tiefen $k\,1$, $k\,2$ und $k\,3$ wurden im Verhältnis zur Basis xx der senkrechten Tafel genommen. Der Pol des Newton'schen Risses ist ω und die Projektionsmitte in Umklappung ist Ω_0.

Wir nehmen uns vor den Gegenstand zu bestimmen, wobei wir annehmen, dass wir anfänglich nur die Perspektive kennen. Im Weiteren werden wir genau angeben welche Elemente zur Verwirklichung dieser perspektivischen Rekonstruktion noch notwendig sind.

Wenn wir annehmen, dass wir die Basis xx der Tafel durch $\bar{c}$ auswählen, besteht die Möglichkeit der Bestimmung der Horisontenlinie hh, falls einer der Fluchtpunkte, z.B. F zugänglich ist. Die Hauptfrage die sich nun ergibt ist die Bestimmung des Poles $\omega \equiv P$. Aus der Analyse des Risses können wir ersehen, dass die Bestimmung des F zur Kenntnis der Spur v auf der Basis der Tafel für eine der beiden rechtwinkli-

* Manuskript zum Redaktion im 5 Märtz 1968 aufgegeben.



h
ω≡P
F
h
x
k
e_x
$c_0 \equiv c' \equiv \bar{c}$
a_x
a'
b'
b_x
a_1'
b_1'
$\bar{b}_1$
Ω_0
v
x
f_x
$\bar{e}$
$\bar{a}_1$
$\bar{1}$
1_0
2_0
3_0
e_0
$\bar{2}$
$\bar{b}$
$\bar{3}$
$\bar{a}$
b_0
a_0
1
2
3
P

Fig. 1.

gen Richtungen der Objektebene führt, da im Grunde genommen die Rede hier nicht nur von der Richtung, sondern selbst von der effektiven Seite der Ebene ist.

Offenbar ist eben $\bar{c}$ die andere Spur der Richtung (die Kantfläche der Ebene) lotrecht auf dieser. Mit anderen Worten kann gesagt werden, dass die Bestimmung der beiden gegenseitig lotrechten Richtungen des Gegenstandesebene mit Hilfe des Halbkreises des Durchmessers $\bar{c}v$ möglich ist, mit der Bedingung der Messung am Massstab des Risses der wagerechten Kantfläche $AE=BC$, also der Gegenstadsbasis, was im allgemeinen ohne Schwierigkeit möglich ist.

Im besonderen Fall der Abbildung, da $c_\infty \equiv c' \equiv \bar{c}$ haben wir $AE=BC=c_0b_\infty$. Weiter ergibt sich der Punkt O aus dem Durchschnitt der Geraden, von denen eine durch f_x parallel zu $b_\infty v$ und die andere durch die Punkte b_∞ und b_x geführt ist, wobei b_x der Durchschnitt zwischen der Basis xx der Tafel und die Ordnungslinie der senkrechten Perspektive gefhürt durch $\bar{b}$ ist. Natürlich müssen die Punkte o, b_∞ und b_x kolinear sein. Einmal der Punkt O bestimmt, ergibt sich der Pol $\omega \equiv P$ auf hh und gleichfalls ergibt sich a_0 aus dem Durchschnitt der geraden v b_0 und oa_x. Gleichfalls müssen die Punkte o, e_∞ und e_x kolinear sein, woher e_0 bestimmt werden kann. Für Höhen definiert eine Omothetie der Mitte P den Punkt b_1'. Damit ist die aus der Newton'schen Perspektive abgeleitete perspektivische Rekonstruktion vollkommen verwirklicht.

Allgemeiner Fall. Wenden wir uns im Weiteren zum allgemeinen Fall in dem wir annehmen, dass die Basis xx der Tafel durch $\bar{c} \neq c'$ und $c_1 \neq c' \neq \bar{c}$ ausgewählt ist. Verfolgen wir dafür den Riss der Abbildung 2, wo die Newton'sche Perspektive für den Fall $a_1b_1c_1e_1$, als Ebene des Objektes gewählt, realisiert ist.

Auf diesem Riss wurden zwei verschiedenartige Zustände betrachtet sodass zwei Grundlagen x_1x_1 und x_2x_2 ausgewählt wurden uzw auf der Tafel, die jede zur perspektivischen Rekonstruktion geführt haben.

In dieser Weise ist die Bestimmung des Fluchtpunktes F für x_1x_1 oder x_2x_2 einmalig und unabhängig gegenüber diesen Grundlagen, unter der einzigen Bedingung, dass wenigstens ein Fluchtpunkt zugänglich ist, so wie es im o.g. grundsätzlichen Fall gezeigt wurde.

Für x_2x_2 werden wir die Spuren v''_{x_2} und $\bar{c}$ als auch den Halbkreis dieses Durchmessers, auf dem wir die durch $\bar{c}b_2$ am Masstab des Risses geschnittene Sehne betrachten. Es ergeben sich in Reihe die Geraden $f_{x_2}o_2$ (parallel zu $b_2V_{x_1}$) und $b_2b_{x_2}$ die sich in O_2 durchschneiden.

Der Punkt O_2 einmal bestimmt können die Punkte a_2 und e_2 erhalten werden.

In ähnlicher Betrachtung für die Basis x_1x_1 gelangen wir zur zweiten Bestimmung $a_1b_1c_1e_1$ der Ebene des Objektes mit Hilfe des Punktes O_1. Das Verhältnis zwischen den beiden Bestimmungen ist $k_2 : k$. Der Zahlenwert dieses Verhältnisses ist im Falle und bei den Abmessungen des Risses gleich *1,28*, berücksichtigend, dass x_1x_1 hier eben die Grund-

bestimmung mittels derer wir anfänglich die Perspektive aufgebaut haben. Da hier die Rede von einer Veränderung durch Omotethie ist, sei es des Poles P, sei es des Poles F, haben wir die Möglichkeit die perspektivische, dem Objekt der durch die Perspektive dargestellt ist,

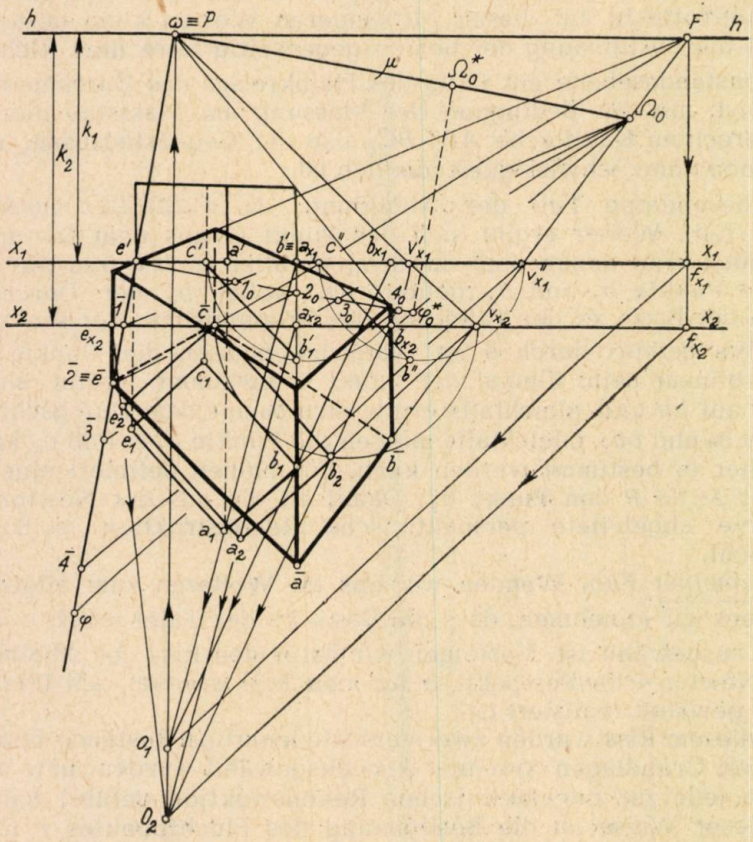


Fig. 2.

wobei wir durch unmittelbares Messen, so wie wir im Prinzip gezeigt haben, die Segmenten $c''b'' = c'b'_1$ oder $\overline{cb}_2$ kennen. Diese Segmenten befinden sich, natürlich, in demselben Verhältnis $k_2 : k_1$, wie auch die Abmessungen die auf Höhen bezogen sind.

Durch diese Verbindung, mit zwei willkürlichen Bestimmungen und einer Abmessung am Massstab einer Bestimmung, wird die Frage der aus der Newton'schen Perspektive abgeleiteten perspektivischen Rekonstruktion vollkommen gelöst.

Katheder der darstellenden Geometrie
Polytechnische Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATUR

1. *Tănăsescu, A.* — Eine spezielle Perspektive auf einer geneigten Tafel, Wiss. Zeitschrift der Hochschule für Architektur und Bauwesen, Weimar D.D.R., Heft 5/6, 1965.

2. *Botez, St. M.* — *Tănăsescu, A.* — Über die Newton'sche Perspektive, Bul. I.P.B. Bukarest, Tom XXVII Nr. 5, 1965.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

FIZICĂ

C.Z.: 530

SOME THEORETICAL CONSIDERATIONS ABOUT THE TRANSITION LAYER BETWEEN TWO ISOTROPIC MEDIA *

GEORGE C. MOISIL

The hypothesis of the existence of an ideal interface between two adjacent media is only a rough approximation. In fact, between adjacent media a transition layer with small, but finite thickness, always occurs. In the present paper a phenomenological analysis of the transition layer is made.

Light propagation in nonhomogenous, linear and isotropic media

We shall recall in this section the fundamentals of light propagation in a nonhomogeneous, linear and isotropic medium.

Let be

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})\, e^{i\omega t} \tag{1}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})\, e^{i\omega t} \tag{2}$$

the electric and the magnetic field vectors. For linear and isotropic media

$$\vec{D} = \tilde{\varepsilon}\, \vec{E} \tag{3}$$

$$\vec{J} = \tilde{\sigma}\, \vec{E} \tag{4}$$

where

$$\tilde{\varepsilon} = A_\varepsilon(\omega) + i\, B_\varepsilon(\omega) \tag{5}$$

$$\tilde{\sigma} = A_\sigma(\omega) + i\, B_\sigma(\omega) \tag{6}$$

* Manuscript received 20 May 1968.

are complex scalar quantities, phase shift being assumed between $\vec{D}$ and $\vec{E}$ and between $\vec{J}$ and $\vec{E}$. No phase shift exists between $\vec{B}$ and $\vec{H}$, because at light frequencies the approximation

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{7}$$

is always valid.

Thence, the field equations become

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega \tilde{\eta} \vec{E} \tag{8}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \mu_0 \vec{H} \tag{9}$$

where

$$\tilde{\eta} = \tilde{\varepsilon} + \frac{\tilde{\sigma}}{i\omega} \tag{10}$$

From (8) results

$$\nabla (\tilde{\eta} \vec{E}) = 0 \tag{11}$$

i.e. the total current is solenoidal.

We introduce the generalized polarization vector

$$\vec{\Pi} = (\tilde{\eta} - \varepsilon_0) \vec{E} \tag{12}$$

In ideal dielectric media ($\tilde{\sigma}=0$), $\vec{\Pi}$ is just the electrical polarization $\vec{P}$, whereas in nonpolarized but absorbing media $\vec{\Pi} = \tilde{\sigma} \vec{E}/i\omega$.

It is easy to verify that in a nonhomogeneous medium a supplementary charge density ϱ_s occurs :

$$\varrho_s (x, y, z) = -\nabla \vec{\Pi} = -\varepsilon_0 \nabla \vec{E} \tag{13}$$

Indeed, eliminating $\vec{H}$ between (8) and (9) the following propagation equation is obtained

$$\nabla^2 \vec{E} + \tilde{k}^2 \vec{E} = \nabla \left(\frac{\varrho_s}{\varepsilon_0} \right) \tag{14}$$

where $\tilde{k}^2 = \omega^2 \tilde{\eta} \mu_0$ and ϱ_s has precisely the expression given by (13). This equation is *formally identic* with the wave equation in the free space

$$\nabla^2 \vec{E} + k_0^2 \vec{E} = \nabla \left(\frac{\varrho}{\varepsilon_0} \right) \tag{15}$$

if substituting ϱ wit ϱ_s and $\vec{k}_0$ with the complex wave vector $\vec{\tilde{k}}$. The charge density ϱ_s is due to the nonhomogenity of the medium, and it occurs everywhere the gradient (spatial or superficial) of one of the quantities $A_\varepsilon, B, A_\sigma, B_\sigma$, is not zero. Indeed, from (11)

$$\nabla \vec{E} = -\frac{\nabla \tilde{\eta}}{\tilde{\eta}} \vec{E}$$

and inserting this result in (13) we obtain

$$\varrho_s = -\nabla \vec{\Pi} = -\frac{\varepsilon_0}{\tilde{\eta}} \vec{E} \nabla \vec{\eta} \tag{16}$$

Thence, in a homogeneous medium, $\varrho_s = 0$, and thereafter $\vec{\Pi}$ is solenoidal. On the other hand, combining (12) and (13) it results

$$\varrho_s = -\frac{1}{i\omega} \nabla (\tilde{\sigma} \vec{E}) - \nabla [(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_0) \vec{E} = \varrho_a + \varrho_p . \tag{17}$$

where ϱ_a is the density of "free charges" and ϱ_p is the density of "polarization charges".

If the complex refractive index

$$\tilde{n}^2 = \frac{\tilde{\eta}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left[\left(A_\varepsilon + \frac{B_\sigma}{\omega} \right) + i \left(B_\varepsilon - \frac{A_\sigma}{\omega} \right) \right] \tag{18}$$

is now introduced, equation (16) takes the from

$$\varrho_s = -\frac{2\varepsilon_0}{\tilde{n}} \vec{E} \nabla \tilde{n} \tag{19}$$

Experimental values of $\tilde{n}$ can be obtained, at least in principle, from optical measurements. From (18) results the reality condition for $\tilde{\eta}$ and $\tilde{n}$, i.e.

$$\omega B_\varepsilon (\omega) - A_\sigma (\omega) = 0 \tag{20}$$

In the general case the roots of this equation forme a sequence of frequencies ω_r, for which $\tilde{n}(\omega_r) = \tilde{n}^*(\omega_r)$. For dielectrics, since $A_\sigma(\omega) = 0$, $\tilde{n}$ is real for all the frequencies, excepted the anomalous dispersion ranges, where $B_\varepsilon \neq 0$.

In many problems is more suitable to use the electrodynamic potentials $\vec{A}$ and V defined by :

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{21}$$

$$\vec{E} = -(\nabla V + i\omega \vec{A}) \tag{22}$$

Inserting these expression in (8) and (11) we obtain

$$\nabla^2 \vec{A} + \omega^2 \tilde{\eta} \mu_0 \vec{A} = \nabla (\nabla \vec{A}) + i \omega \tilde{\eta} \mu_0 \nabla V$$

$$\nabla^2 V + i \omega \nabla \vec{A} = - \frac{\varrho_s}{\varepsilon_0}$$

Using the Lorentz gauge

$$\nabla \vec{A} + i \omega \varepsilon_0 \mu_0 V = 0 \tag{24}$$

results the following pair of equations

$$\nabla^2 A + k_0^2 \vec{A} = - \mu_0 \vec{J}_s \tag{25}$$

$$\nabla^2 V + k_0^2 V = - \frac{\varrho_s}{\varepsilon_0} \tag{26}$$

where $k_0 = \omega/c$. The supplementary current density

$$\vec{J}_s = i \omega \vec{\Pi} \tag{27}$$

satisfies the equation of continuity

$$i \omega \varrho_s + \nabla \vec{J}_s = 0 \tag{28}$$

The $\hat{F}$ and $\hat{N}$ operators

Putting ϱ_0 the charge density and $\vec{J}_0$ the current density, of the source producing the electromagnetic wave in free space equations (25) and ((26) may be written in the form

$$\hat{L} \vec{A} = - \mu_0 (\vec{J}_s + \vec{J}_0) \tag{29}$$

$$\hat{L} V = - \frac{1}{3_0} (\varrho_s + \varrho_0) \tag{30}$$

the operator $\hat{L}$ being defined by

$$\hat{L} = \nabla^2 + k_0^2 \tag{31}$$

The solutions of (29) and (30) are then

$$\vec{A} = - \mu_0 (\hat{L}^{-1} \vec{J}_s + \hat{L}^{-1} \vec{J}_0) = \vec{A}_r + \vec{A}_i \tag{32}$$

$$V = - \frac{1}{\varepsilon_0} (\hat{L}^{-1} \varrho_s + \hat{L}^{-1} \varrho_0) = V_r + V_i \tag{33}$$

It may be mentioned that applying the operator $\hat{L}^{-1}$ in (32) and (33), the result is not unique, since it is always possible to add at these solutions any arbitrary function φ that satisfies the equation $\hat{L}\varphi=0$.

In the particular case of free space ϱ_s and $\vec{J}_s$ vanishing, the terms $\vec{A}_r$ and V_r vanish also, i.e. $\vec{A}_i$ and V_i are the potentials of a wave that propagated in free space.

The electric and magnetic fields derived from (32) and (33) are

$$\vec{E}=-(\nabla V_r+i\omega\vec{A}_r)-(\nabla V_i+i\omega\vec{A}_i)=\vec{E}_r+\vec{E}_i \tag{34}$$

$$\vec{H}=\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{A}_r+\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\vec{A}_i=\vec{H}_r+\vec{H}_i \tag{35}$$

But in linear media ϱ_s and $\vec{E}_r$ are linearly related with $\vec{E}_i$; similarly $\vec{J}_s$ and $\vec{H}_r$ are linearly related with $\vec{H}_i$. Thereafter

$$\vec{E}_r=\hat{F}\,\vec{E}. \tag{36}$$

$$\vec{H}_r=\hat{N}\,\vec{H}_i \tag{37}$$

where $\hat{F}$ and $\hat{N}$ are linear operators, which can be represented by quadratic matrices. From (34), (35), (36) and (37) results

$$\vec{E}=(\hat{1}+\hat{F})\,\vec{E}_i \tag{38}$$

$$\vec{H}=(\hat{1}+\hat{N})\,\vec{H}_i \tag{39}$$

The effect of the nonhomogenities consist in transforming in each point of the media the vectors $\vec{E}_i$ and $\vec{H}_i$ into the vectors $\vec{E}$ and $\vec{H}$, the operators $(\hat{1}+\hat{F})$ and $(\hat{1}+\hat{N})$ respectively, describing this transformations. In the simplest case of nonhomogenity i.e. a plane interface between two homogeneous semi-infinite media with different refractive indices, these transformations consist in reflecting in the first medium, and refracting in the second medium, the incident light wave. Equation (36) for exemple, is represented, in this case, for the first medium by the expression

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^{(r)} \\ E_{\perp}^{(r)} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} r_{\parallel} & 0 \\ 0 & r_{\perp} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_{\parallel}^{(i)} \\ E_{\perp}^{(i)} \end{pmatrix} \tag{40}$$

and for the second medium by the expression

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel}^{(t)} \\ E_{\perp}^{(t)} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} t_{\parallel} & 0 \\ 0 & t_{\perp} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_{\parallel}^{(i)} \\ E_{\perp}^{(i)} \end{pmatrix} \tag{41}$$

where $r_{\parallel}, r_{\perp}, t_{\perp}$ and t_i are the well known Fresnel's coefficients. In this expressions the square matrices are nothing but the representatives of the $\widehat{F}$ operator. Note that different bases $\{B^{(i)}\}$, $\{B^{(r)}\}$, $\{B^{(t)}\}$ are used in order to obtain the representatives of the vectors $\vec{E}^{(i)}$, $\vec{E}^{(r)}$ and $\vec{E}^{(t)}$.

If Fresnel's coefficients are substituted by the Neumann's coefficients, in these square matrices, the representatives of the $\widehat{N}$ operator are obtained.

The transition layer

Two homogeneous semi-infinite media with constant refractive indices $\tilde{n}_0$ and $\tilde{n}_m$ are separated by a transition layer. Supposing a stratified structure of the transition layer, as in fig. 1, the refractive index $\widehat{n}(z)$ will be given by the formula :

$$\tilde{n}(z) = \tilde{n}_m - \sum_{i=0}^{m-1} (\tilde{n}_{i+1} - \tilde{n}_i)\,\theta(z - \zeta_i) \tag{42}$$

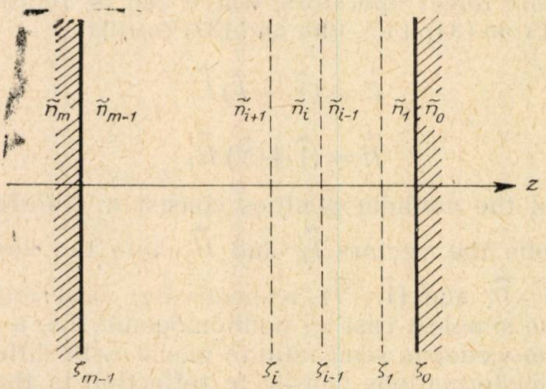


Fig. 1.

where ζ_i is the plane between the layer with refractive index $\tilde{n}_i$ and the layer with refractive index $\tilde{n}_{i+1}$ and $\theta(\alpha)$ the Heaviside's generalized function

$$\theta(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha > 0 \\ 0 & \alpha < 0 \end{cases} \tag{43}$$

For a continuous transition layer, putting

$$d\,n = \lim_{\zeta_{i+1} \to \zeta_i} (n_{i+1} - n_i) \tag{44}$$

the expression (42) takes the form

$$\tilde{n}(z) = \tilde{n}_m - \int_{n_1}^{\tilde{n}_m} \theta(z-\zeta)\, d\tilde{n} = \tilde{n}_m - \int_{\zeta_0}^{\zeta_m} \theta(z-\zeta) \frac{d\tilde{n}}{d\zeta} d\zeta \tag{45}$$

In this case

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial z} = -\int_{\zeta_0}^{\zeta_m} \delta(z-\zeta) \frac{d\tilde{n}}{d\zeta} d\zeta \tag{46}$$

If the transition layer has a small thickness, i.e. $z >> \zeta$, the following series expansion is allowed

$$\delta(z-\zeta) = \delta(z) - \zeta\delta'(z) + \frac{1}{2}\zeta^2\delta''(z)\ldots \tag{47}$$

The supplementary charge density ϱ_s, given by (19) takes now the form

$$\varrho_s = \alpha_0\delta(z) + \alpha_1\delta'(z) + \alpha_2\delta''(t) + \ldots \tag{48}$$

where

$$\alpha_0 = \frac{2\varepsilon_0}{\tilde{n}(0)} \vec{E}\vec{1}_z \int_{\zeta_0}^{\zeta_m} \frac{d\tilde{n}}{d\zeta} d\zeta$$

$$\alpha_1 = -\frac{2E_0}{\tilde{n}(0)} \vec{E}\vec{1}_z \int_{\zeta_0}^{\zeta_m} \zeta \frac{d\tilde{n}}{d\zeta} d\zeta$$

$$\alpha_2 = \frac{\varepsilon_0}{\tilde{n}(0)} \vec{E}\vec{1}_z \int_{\zeta_0}^{\zeta_m} \zeta^2 \frac{d\tilde{n}}{d\zeta} d\zeta$$

and so on.

The supplementary charge density ϱ_s consists therefore of a multipoles system, distributed on the $z=0$ plane. The first term in (48) is the unipolar charge density, the second the dipole charge density, the third the quadrupole charge density, and so on. Obviously, each charge system (monopole, dipole,...) is related by the equation of continuity (28), with a correspondent supplementary current.

The conclusions from above are comparable with those obtained by Shivuhin [3] using the Fresnel's zones methode.

Such a structure of the supplementary charge and current densities implies an analogous structure of the $\hat{F}$ and $\hat{N}$ operators:

$$\hat{F} = \hat{F}^{(0)} + \hat{F}^{(2)} + \hat{F}^{(4)} + \ldots \tag{49}$$

$$\hat{N} = \hat{N}^{(0)} + \hat{N}^{(2)} + \hat{N}^{(4)} + \ldots \tag{50}$$

Only the first terms $\vec{F}^{(0)}$ and $\vec{N}^{(0)}$ lead to the Fresnel and Neumann coefficients, thereafter the usual formulas are no more valid in the presence of a transition layer, new formulas being necessary to be derived in this case.

Conclusions

1. The phenomenological theory shows that the effects of the medium nonhomogenity is expressed locally by the $\widehat{F}$ and $\widehat{N}$ operators that transforms the vectors $\widehat{E}_i$ and $\widehat{H}_i$.

2. A thin transition layer may be assimilated with a multipoles system distributed on the $z=0$ plane.

3. In the presence of a transition layer, even with small thickness, the usual Fresnel-Neumann formulas are no more valid.

The above considerations are strictly phenomenological. However, it may be possible that in a microscopic description some results could find a more profound physical meaning.

The Laboratory of Physics
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

REFERENCES

1. *Abèles Fl.* — Recherches sur la propagation des ondes électromagnétiques sinusoïdales dans les milieux stratifiés. Annales de Physique XII-ème série 1950. 5, 596—640 ; 707—781.

2. *Kahan T., Eckart G.* — Théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides d'onde atmosphérique. Annales de Physique. XII-ème série 1950. 5, 641—655.

3. *Сивухин, Д. В.* — К теорий эллиптической поляризаций при отражений света от изотропных сред. журнал эксперименталной и теоретической физики: 30 1956 374 — 381,

4. *Partovi F.* — Theoretical treatment of ellipsometry. Journal Optical Society of America 1962, 52, 918—925.

5. *Moisil Gh.* — Contribuţii la studiul cîmpurilor staţionare în medii izotrope şi eterogene. Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti 1967, 29 5, 57—63.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z. : 519 : 535.32 : 539.17 : 661.879 : 534.152.1.

UNELE ASPECTE PRINCIPALE ALE CALCULULUI ERORILOR*

DAN ANGHELESCU

Fie o mărime care poate fi măsurată DIRECT (printr-o singură operație). Repetînd măsurarea, în condiții identice **, se obțin rezultate diferite, ceea ce arată că valoarea numerică a măsurării constituie o mărime fluctuantă, care se supune unei anumite legi de distribuție. Din această cauză interpretarea rezultatelor experimentale trebuie făcută prin prisma legii de distribuție corespunzătoare, a cărei formă nu poate fi dedusă din însăși rezultatele experienței, ci trebuie stabilită pe cale teoretică. Deși există un mare număr de distribuții, cu domenii de aplicabilitate diferite, nu vor fi prezentate decît distribuțiile Gauss și Poisson care au cea mai largă utilizare.

Considerente statistice

Variabila aleatorie x (rezultatul măsurătorii directe) poate fi continuă sau discontinuă. Pentru variabila x continuă se poate scrie

$$dp = f(x)\,dx \tag{1}$$

unde dp reprezintă probabilitatea ca variabila să aibă o valoare cuprinsă între x și $x+dx$. Legea de distribuție

$$f(x) = \frac{dp}{dx} \tag{2}$$

reprezintă raportul dintre probabilitatea ca variabila să fie cuprinsă într-un anumit interval și mărimea acestui interval.

Pentru o variabilă discontinuă legea de distribuție $p(x)$ reprezintă probabilitatea obținerii unei anumite valori posibile x.

---

* Manuscris predat la redacție la 21 mai 1968.

** Erorile sistematice (determinate de imperfecțiuni ale aparatelor de măsură sau ale metodei) pot și trebuie să fie evitate ; în consecință vor fi considerate nule.

Evident, conform definiției, legea de distribuție este supusă unei condiții de normare

$$\int_{\infty} f(x)\,dx = 1 \tag{3}$$

sau *

$$\sum_{\infty} p(x) = 1 \tag{4}$$

deoarece probabilitatea ca x să aibă o valoare oarecare este o certitudine.

Un colectiv statistic este caracterizat prin anumiți parametri, importanță deosebită prezentînd speranța matematică și dispersia.

Speranța matematică $<x>$ a variabilei aleatorii x reprezintă media colectivului statistic infinit și se obține însumînd toate valorile x posibile multiplicate prin probabilitatea lor de apariție. Deci, în conformitate cu definiția legii de distribuție

$$<x> = \int_{\infty} x f(x)\,dx \tag{5}$$

pentru variabila continuă sau

$$<x> = \sum_{\infty} x\,p(x) \tag{6}$$

pentru variabila discontinuă.

Dispersia (σ^2) exprimă împrăștierea valorilor x față de $<x>$ și este definită prin relația

$$\sigma^2 = <(x - <x>)^2> \tag{7}$$

adică speranța matematică a patratului abaterii variabilei x față de speranța matematică $<x>$.

Efectuînd patratul în (7) se obține

$$\sigma^2 = <(x^2 - 2<x>x + <x>^2)> \tag{8}$$

Deoarece speranța matematică a unei sume este egală cu suma speranțelor matematice (8) devine

$$\sigma^2 = <x^2> - <(2<x>x)> + <(<x>)^2> \tag{9}$$

Speranța matematică a unei constante este evident ea însăși; atunci

$$\sigma^2 = <x^2> - 2<x><x> + <x>^2 \tag{10}$$

ceea ce duce la rezultatul final

$$\sigma^2 = <x^2> - <x>^2 \tag{11}$$

---

* Indicele inferior ∞ arată că integrala (sau suma) se extinde pe tot domeniul de existență al variabilei.

Speranța matematică a patratului variabilei care apare în expresia dispersiei se calculează în conformitate cu principiul general utilizat mai sus, adică *

$$<x^2>=\int_{\infty} x^2 f(x)\,dx \tag{12}$$

sau

$$<x^2>=\sum_{\infty} x^2 p(x) \tag{13}$$

după cum x variază continuu sau discontinuu.

Speranțele matematice pot fi calculate comod utilizînd noțiunea de funcție generatoare, $m(t)$, care se obține introducînd o variabilă auxiliară t. Prin definiție funcția generatoare este

$$m(t)=<e^{xt}> \tag{14}$$

adică

$$m(t)=\int_{\infty} e^{xt} f(\lambda)\,dx \tag{15}$$

pentru variabila x continuă, sau

$$m(t)=\sum_{\infty} e^{xt} p(x) \tag{16}$$

dacă x variază discontinuu.

Derivatele de ordinul 1 și 2 ale funcției generatoare (15) sînt

$$m'(t)=\frac{dm(t)}{dt}=\int_{\infty} x\,e^{xt} f(x)\,dx \tag{17}$$

și

$$m''(t)=\frac{d^2 m(t)}{dt^2}=\int_{\infty} x^2 e^{xt} f(x)\,dx \tag{18}$$

Făcînd t=0, relațiile (17) și (18) conduc direct la speranțele matematice

$$m'(0)=\int_{\infty} x f(x)\,dx=<x> \tag{19}$$

$$m''(0)=\int_{\infty} x^2 f(x)\,dx=<x^2> \tag{20}$$

Dispersia, conform relației (11), se calculează

$$\sigma^2=m''(0)-[m'(0)]^2 \tag{21}$$

---

* În general speranța matematică a unei funcții $\varphi(x)$ — notată simbolic $<\varphi(x)>$ — se calculează însumînd toate valorile posibile $\varphi(x)$ multiplicate prin probabilitățile lor de apariție

$$<\varphi(x)>=\int_{\infty} \varphi(x) f(x)\,dx$$

pentru variabila x continuă (Evident pentru variabila x discontinuă integrală se înlocuiește cu sumă).

[Evident formulele (19), (20) și (21) își păstrează valabilitatea și pentru o variabilă discontinuă].

În practică, în locul dispersiei, se utilizează uneori noțiunea de abatere standard definită ca rădăcină patrată a dispersiei (adică $\sqrt{\sigma^2}$, deci σ) care are aceleași dimensiuni cu variabila x, în timp ce dispersia are dimensiunile lui x^2.

Distribuția Gauss

O variabilă continuă este distribuită gaussian dacă satisface condițiile :

a) prezintă fluctuații simetrice față de o anumită valoare ;

b) fluctuația poate fi considerată ca formată dintr-un număr mare de abateri elementare, pozitive și negative ;

c) abaterea elementară pozitivă are o probabilitate de apariție egală cu abaterea elementară negativă.

Exemple de mărimi distribuite gaussian : erorile accidentale (întîmplătoare) la măsurarea unei mărimi fizice, parcursul particulelor α monocinetice într-o substanță, masa boabelor de grîu dintr-un sac, etc.

Legea de distribuție Gauss are forma

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,B} e^{-\frac{(x-A)^2}{2B^2}} \tag{22}$$

unde A și B sînt două constante

Speranța matematică $\langle x \rangle$ a variabilei x și dispersia pot fi calculate cu ajutorul funcției generatoare care, conform definiției (15), este

$$m_G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,B} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{xt} e^{-\frac{(x-A)^2}{2B^2}} dx \tag{23}$$

Calculele se efectuează mai ușor dacă se face schimbarea de variabilă

$$z = \frac{x-A}{B} \tag{24}$$

Atunci (23) devine

$$m_G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{Bzt+At-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{At} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{Bzt-\frac{z^2}{2}} dz \tag{25}$$

Exponentul din integrală se poate pune sub altă formă

$$Bzt - \frac{z^2}{2} = -\frac{1}{2}(z - Bt)^2 + \frac{1}{2} B^2 t^2 \tag{26}$$

și (25) devine

$$m_G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{At + \frac{1}{2}B^2 t^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}(z - Bt)^2} dz \tag{27}$$

Deoarece integrala este egală cu $\sqrt{2\pi}$ se obține următoarea expresie a funcției generatoare a distribuției Gauss

$$m_G(t) = e^{At + \frac{1}{2}B^2 t^2} \tag{28}$$

Calculînd derivatele funcției generatoare

$$m'_G(t) = (A + B^2 t)\, e^{At + \frac{1}{2}B^2 t^2} \tag{29}$$

$$m''_G(t) = [(A + B^2 t)^2 + B^2]\, e^{At + \frac{1}{2}B^2 t^2} \tag{30}$$

și punînd condiția $t = 0$ rezultă

$$< x > = m'(0) = A \tag{31}$$

$$< x^2 > = m''(0) = A^2 + B^2 \tag{32}$$

Conform relației (21) se calculează dispersia

$$\sigma^2 = A^2 + B^2 - A^2 = B^2 \tag{33}$$

Deci distribuția Gauss se poate scrie

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} \tag{34}$$

Se observă că parametrul A este speranța matematică $<x>$ și în același timp valoarea variabilei x pentru care funcția este maximă și față de care este simetrică. Pentru distribuția Gauss, dispersia are o semnificație intuitivă deoarece

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{A-\sigma}^{A+\sigma} e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{2}{3} \tag{35}$$

ceea ce înseamnă că probabilitatea ca o mărime distribuită gaussian să se găsească în intervalul cuprins între $A-\sigma$ și $A+\sigma$ este 2/3.

În unele cazuri se utilizează o expresie a legii Gauss care conține variabila z (24) :

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Pentru această formă funcția generatoare este

$$m(t) = e^{\frac{z^2}{2}}$$

iar speranța matematică și dispersia sînt

$$<z>0$$

$$\sigma^2=1$$

Distribuția Poisson

O mărime, care reprezintă un număr de evenimente (variabil în raport cu un anumit factor — timp, suprafață, volum etc.), este distribuită Poisson dacă satisface condițiile :

a) este un număr întreg și pozitiv (inclusiv zero) ;

b) într-un interval foarte mic al domeniului de variație se poate produce sau un eveniment sau nici unul (probabilitatea producerii a două sau mai multe evenimente în acest interval este nulă) ;

c) probabilitatea producerii evenimentului într-un asemenea interval foarte mic este proporțională cu mărimea intervalului.

Exemple de mărimi distribuite Poisson : numărul de dezintegrări produse de un preparat radioactiv cu activitate constantă într-un anumit interval de timp ; număr de stele α pe o anumită suprafață dintr-o emulsie nucleară iradiată uniform.

Legea de distribuție Poisson este

$$p(x)=e^{-a}\frac{a^x}{x!} \tag{36}$$

unde $p(x)$ reprezintă probabilitatea de a se obține x evenimente iar a este parametrul constant al distribuției. Pentru a stabili semnificația acestuia (număr întreg sau fracționar) trebuie construită funcția generatoare.

$$m_P(t)=\sum_0^\infty e^{xt}\,e^{-a}\frac{a^x}{x!}=e^{-a}\sum_0^\infty\frac{(a\,e^t)^x}{x!}=e^{-a}\,e^{ae^t} \tag{37}$$

Derivatele funcției generatoare sînt

$$m'_P(t)=a\,e^{-a}\,e^{(a\,e^t+t)} \tag{38}$$

$$m''_P(t)=a\,e^{-a}\,e^{(a\,e^t+t)}\,(a\,e^t+1) \tag{39}$$

Pentru $t=0$ se obține

$$<x>=m'(0)=a \tag{40}$$

$$<x^2>=m''(0)=a\,(a+1)=a^2+a \tag{41}$$

De aici rezultă pentru dispersie

$$\sigma^2=a^2+a-a^2=a \tag{42}$$

Deci parametrul a al distribuției Poisson reprezintă speranța matematică $<x>$ a variabilei aleatorii precum și dispersia σ^2.

Estimarea parametrilor

Relaţiile şi noţiunile prezentate pînă acum sînt insuficiente în practică pentru interpretarea rezultatelor. Experienţa (repetarea de n ori, în condiţii identice, a măsurării directe a unei mărimi) oferă un colectiv de valori numerice $x_1, x_2 \ldots x_n$ (evident unele valori se pot repeta) care se supun unei anumite legi de distribuţie, cunoscută din considerente teoretice. Dar, din rezultatele experimentale, nu pot fi determinaţi parametrii distribuţiei, deoarece aceştia sînt caracteristici ai colectivului infinit (speranţe matematice) în timp ce ansamblul de rezultate experimentale formează un colectiv finit, adică un subcolectiv al colectivului infinit.

Statistica oferă numai posibilitatea *estimării* parametrilor, adică aproximarea acestora. Estimatul, un substituent al parametrului, este o mărime fluctuantă, a cărei valoare variază cu numărul de măsurători. Estimatul unui parametru oarecare A [care va fi notat $Est\ (A)$ sau A^*] pentru ca să fie corect trebuie să satisfacă condiţiile :

a) să fie consistent, adică să tindă în probabilitate către parametrul A. Aceasta înseamnă că fluctuaţiile estimatului tind să fie din ce în ce mai mici, deci estimatul tinde să fie din ce în ce mai apropiat de parametrul A, o dată cu creşterea numărului de măsurători ;

b) să fie nedeplasat, adică speranţa matematică a estimatului să fie egală cu parametrul

$$< Est\ (A) > = A \tag{43}$$

Stabilirea estimatelor parametrilor unei distribuţii se poate face numai pe baza unei convenţii, de exemplu : se pot considera drept estimate acele valori numerice pentru care rezultatele experimentale obţinute prezintă o probabilitate maximă. Această aserţiune (numită plauzibilitate maximă) are un caracter convenţional evident, deoarece tocmai datorită fluctuaţiilor apar evenimente cu probabilităţi diferite, mai mari sau mai mici.

Considerînd o mărime continuă distribuită gaussian n măsurători independente conduc la valori cuprinse între

$$x_1 \text{ şi } x_1 + \Delta x\ ;\ x_2 \text{ şi } x_2 + \Delta x\ ;\ \ldots\ x_n \text{ şi } x_n + \Delta x$$

(variabila fiind continuă probabilitatea de a obţine o anumită valoare x este nulă, conform relaţiei (1) ; se poate defini numai probabilitatea unui rezultat care se găseşte într-un interval).

Colectivul statistic obţinut experimental reprezintă un eveniment complex, format prin realizarea simultană a tuturor celor n valori individuale, a cărui probabilitate W este dată de produsul probabilităţilor individuale.

$$W = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x_1 - A)^2}{2\sigma^2}} \Delta x \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x_2 - A)^2}{2\sigma^2}} \Delta x \times \ldots \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x_n - A)^2}{2\sigma^2}} \Delta x$$

ceea ce simbolic se poate scrie

$$W = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x_i - A)^2}{2\sigma^2}} \Delta x \tag{44}$$

sau

$$W = \left(\frac{\Delta x}{\sqrt{2\pi}}\right)^n \sigma^{-n} e^{-\frac{\Sigma (x_i - A)^2}{2\sigma^2}} \tag{45}$$

Valoarea numerică W nu poate fi calculată, datorită necunoașterii parametrilor A și σ, dar relația (45) permite stabilirea estimatelor. În acest scop, în conformitate cu ipoteza plauzibilității maxime, se consideră variabile mărimile A și σ și se caută valorile numerice ale acestora (adică tocmai estimatele A^* și σ^*) care fac maximă probabilitatea W. Este evident că funcția W atinge maximul în același timp cu logaritmul său.

$$ln\, W = n\, ln \frac{\Delta x}{\sqrt{2\pi}} - n\, ln\, \sigma - \frac{\Sigma (x_i - A)^2}{2\sigma^2} \tag{46}$$

Estimatul parametrului A se obține efectuînd derivata parțială în raport cu A

$$\frac{\partial\, ln\, W}{\partial A} = \frac{\Sigma (x_i - A)}{\sigma^2} \tag{47}$$

și căutînd valoarea A^* care anulează derivata, adică

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - A^*) = 0 \tag{48}$$

ceea ce înseamnă

$$\Sigma\, x_i = n\, A^* \tag{49}$$

sau

$$A^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x} \tag{50}$$

Deci estimatul parametrului A din distribuția Gauss este media aritmetică $\bar{x}$ a rezultatelor experimentale * (cu alte cuvinte media colectivului infinit $<x>$ admite ca estimat media $\bar{x}$ a unui colectiv finit extras din colectivul infinit).

* Media unui colectiv finit va fi notată cu semnul — pentru a fi deosebită de speranța matematică $< >$.

Derivarea relației (46) în raport cu σ și anularea derivatei conduce la estimatul dispersiei

$$\frac{\partial \ln W}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} + \frac{\Sigma (x_i - A)^2}{\sigma^3} \tag{51}$$

$$(\sigma^2)^* = \frac{\Sigma (x_i - A^*)^2}{n} \tag{52}$$

Se demonstrează că valoarea obținută în (52) este deplasată, estimatul corect al dispersiei fiind

$$(\sigma^2)^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \tag{53}$$

Estimatul dispersiei se numește abatere patratică medie și se notează s^2. În rezumat, estimatele parametrilor distribuției Gauss sînt

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = Est\,(A) \tag{50'}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = Est\,(\sigma^2) \tag{53'}$$

Analog se obține estimatul distribuției Poisson. Cele n valori experimentale formează un colectiv statistic a cărui probabilitate de realizare este

$$W = e^{-a}\frac{a^{x_1}}{x_1!} \times e^{-a}\frac{a^{x_2}}{x_2!} \times \ldots \times e^{-a}\frac{a^{x_n}}{x_n!}$$

sau

$$W = \prod_{i=1}^{n} e^{-a}\frac{a^{x_i}}{x_i!} \tag{54}$$

ceea ce prin logaritmare dă

$$\ln W = -n\,a + \ln a \,\Sigma x_i - \Sigma \ln x_i! \tag{55}$$

Derivînd în raport cu a

$$\frac{\partial \ln W}{\partial a} = -n + \frac{\Sigma x_i}{a} \tag{56}$$

și anulînd derivata, rezultă, conform ipotezei plauzibilității maxime, estimatul parametrului distribuției

$$a^* = Est\,(a) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x} \tag{57}$$

estimat care este consistent și nedeplasat

Distribuția mediei

Media măsurătorilor experimentale directe și independente fiind o mărime fluctuantă este necesară stabilirea legii de distribuție căreia i se spune, ceea ce se poate face cu ajutorul funcției generatoare. Conform definiției (14) funcția generatoare căutată este

$$m_{\bar{x}}(t) = \langle e^{\bar{x}t} \rangle \tag{58}$$

sau introducînd expresia mediei

$$m_{\bar{x}}(t) = \langle e^{\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} t} \rangle = \langle e^{\frac{x_1 t}{n}} e^{\frac{x_2 t}{n}} \ldots e^{\frac{x_n t}{n}} \rangle \tag{59}$$

Deoarece diversele valori x_i sînt independente rezultă

$$m_{\bar{x}}(t) = \left[\langle e^{\frac{xt}{n}} \rangle \right]^n \tag{60}$$

Este evident că exponentul $\frac{x}{n} t$ se poate scrie $x \frac{t}{n}$ și atunci (60 devine

$$m_{\bar{x}}(t) = \left[\langle e^{x \frac{t}{n}} \rangle \right]^n \tag{61}$$

Expresia din paranteză nu este altceva decît funcțiunea generatoare pentru variabila auxiliară $\frac{t}{n}$ și deci

$$m_{\bar{x}}(t) = \left[m_x \left(\frac{t}{n} \right) \right]^n \tag{62}$$

Aceasta înseamnă că funcția generatoare corespunzătoare legii de distribuției a mediei se obține ridicînd la puterea n (numărul de măsurători) funcția generatoare a distribuției variabilei x exprimată în raport cu variabila auxiliară $\frac{t}{n}$.

Dacă variabila x este distribuită gaussian atunci, conform relației (28)

$$m_G \left(\frac{t}{n} \right) = e^{A \frac{t}{n} + \frac{1}{2} B^2 \frac{t^2}{n^2}} \tag{63}$$

și funcția generatoare $m_{\bar{x}, G}$ are forma

$$m_{\bar{x}, G}(t) = \left[e^{A \frac{t}{n} + \frac{1}{2} B^2 \frac{t^2}{n^2}} \right]^n = e^{At + \frac{1}{2} \frac{B^2}{n} t^2} \tag{64}$$

Ținînd seama de semnificația constantelor A și B, (64) devine

$$m_{\bar{x}, G}(t) = e^{\langle x \rangle t + \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{n} t^2} \tag{65}$$

ceea ce reprezintă funcţia generatoare a unei distribuţii Gauss cu parametrii

$$<\bar{x}>=<x> \tag{66}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2=\frac{\sigma^2}{n} \tag{67}$$

Aceasta înseamnă că media unui număr n de valori distribuite gaussian este de asemenea o variabilă gaussiană cu aceeaşi speranţă matematică [ceea ce era de aşteptat deoarece relaţia (66) exprimă de fapt consistenţa estimatului x] şi cu dispersia de n ori mai mică. Evident estimatul dispersiei se micşorează în acelaşi raport adică

$$s_{\bar{x}}^2=\frac{s^2}{n(n-1)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i-\bar{x})^2}{n(n-1)} \tag{68}$$

Dacă variabila x este distribuită Poisson se obţine

$$m_{\bar{x},p}(t)=\left[e^{a\left(e^{\frac{t}{n}}-1\right)}\right]^n=e^{na\left(e^{\frac{t}{n}}-1\right)} \tag{69}$$

Devlotînd $e^{\frac{t}{n}}$ în serie şi reţinînd numai primii termeni (ceea ce este corect dacă numărul n de măsurări este destul de mare) rezultă

$$e^{\frac{t}{n}}=1+\frac{t}{n}+\frac{1}{2}\frac{t^2}{n^2}+\dots \tag{70}$$

Introducînd în (69) se ajunge la expresia

$$m_{\bar{x},p}(t)=e^{na\left(\frac{t}{n}+\frac{1}{2}\frac{t^2}{n^2}\right)}=e^{at+\frac{1}{2}\frac{a}{n}t^2} \tag{71}$$

care reprezintă funcţia generatoare a unei distribuţii Gauss cu parametrii

$$<\bar{x}>=a \tag{72}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2=\frac{a}{n} \tag{73}$$

Deci media unor mărimi distribuite Poisson are o distribuţie gaussiană cu parametrii daţi de relaţiile (72) şi (73), iar estimatul dispersiei este

$$s_{\bar{x}}^2=\frac{Est\,a}{n}=\frac{\bar{x}}{n} \tag{74}$$

Acum există suficiente premize pentru a putea interpreta rezultatele măsurării *directe* a unei mărimi. Valoarea adevărată a acesteia, care este un parametru al distribuţiei (A sau a), nu poate fi determinată

dintr-un număr finit de măsurări și atunci concluzia finală a experienței este estimatul parametrului, adică valoarea medie $\bar{x}$. Ca estimat al dispersiei este preferabil să nu se dea abaterea patratică medie a mărimii x, care exprimă numai împrăștierea valorilor individuale într-o anumită determinare, ci abaterea patratică medie a valorii medii. Deci, rezultatul final al determinării este

$$\bar{x} \pm s_{\bar{x}} \tag{75}$$

ceea ce înseamnă, datorită distribuției gaussiene a mediei, că probabilitatea ca media unui alt șir de măsurări directe, efectuate în condiții identice, să se găsească în intervalul cuprins între $x - s_{\bar{x}}$ și $x + s_{\bar{x}}$ este egală cu 2/3. Abaterea patratică a mediei se calculează cu formula (68) pentru mărimi distribuite gaussian sau cu formula (74) pentru mărimi distribuite Poisson.

Catedra de fizică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dunin-Barkovski, I. V. și Smirnov N. V.* — Teoria probabilităților și statistica matematică în tehnică, litografiat Institutul de Studii Româno-Sovietic, 1956, 3 volume.

2. *Worthing, A. G. și Geffner, J.* — Prelucrarea datelor experimentale, București, 1959, Editura Tehnică, 322 p.

3. *Hald, A.* — Statistical Theory with Engineering Applications, Editura John Willey and Sons, New-York, 1960, 784 p.

4. *Rancu, N. și Tövissi, L.* — Statistica matematică cu aplicații în producție, București, Editura Academiei Republicii Populare Române, 1963, 896 p.

5. *Mihoc, G. și Firescu, D.* — Statistica matematică, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1966, 366 p.

6. *Evans, R. D.* — The Atomic Nucleus, Editura Mc Graw-Hill Company New-York, 1955 (vezi 26).

7. *Angot, A.* — Complemente de matematică pentru inginerii din electrotehnică și din telecomunicații, București, Editura Tehnică, 1966, (vezi 9.1, 9.2).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z. : 539.152.1 : 539.185.537.13 : 530.19

WOODS-SAXON SUPERFLUID CORRECTIONS FOR SOME β^--TRANSITIONS OF DEFORMED NUCLEI *

D. BOGDAN, H. FUIA, C. PROȚOP, I. VÂȚĂ
Institute for Atomic Physics, Bucharest, Romania
and
Polytechnic Institute, Bucharest, Romania

We calculated the Woods-Saxon superfluid corrections for some first-forbidden beta transitions in the $150<A<188$ region. As single particle levels of the average field, the scheme proposed by Faessler and Sheline [1] has been considered.

We calculated the Woods-Saxon $(f_c\,t)_{W.S.}$ values as well as the Nilsson $(f_c\,t)_N$ values considering a correct estimation of the $\int \alpha$ matrix elements in the framewyork of the CVC theory as proposed by Damgard and Winther [2].

For the first forbidden transitions, the $f_c\,t$ value which we can directly compare with the experimental value $(ft)_{exp}$, usually given in literature is the following

$$f_c\,t = 5{,}546 \cdot 10^{-20} \cdot C_{V(A)}^{-2} |<f|r|i>|^{-2} (f_0/f_c)\, R^{-1} \qquad (1)$$

$$(h = m = c = 1)$$

where $<f|r|i>$ is the standard matrix element $C_A = -(1.19 \pm 0.04) C_V$ and $C_V = (2.99 \pm 0.005).10^{-12}$.

The expression of the superfluid correction factor R is $R = R_Z R_N$ where

$$R_{Z(N)} = \gamma_{Z(N)} \prod_{\zeta_{Z(N)} \neq \zeta^0_{Z(N)}} (U_{\zeta_{Z(N)}} U'_{\zeta_{Z(N)}} + V_{\xi_{Z(N)}} V'_{\zeta_{Z(N)}}) \qquad (2)$$

$$\gamma_{Z(N)} = U^2_{\zeta^0_{Z(N)}} \text{ or } V^2_{\zeta^0_{Z(N)}}$$

with the functions $U_{\zeta i}$, $V_{\zeta i}$ referring to the initial and $U'_{\zeta i}$, $V'_{\xi i}$ to the final states. The product extends over the levels in which there are no quasi-particles in initial as well as in final states.

* Manuscript received 2 April 1968.

We obtained the coefficients of the Bogolyubov Valatin canonical transformation $U_{\zeta i}$ and $V_{\zeta i}$ by solving the well known system of equations for the correlation function Δ and for the chemical potential λ :

$$\frac{2}{G} = \sum_{\zeta_i \neq \zeta_i^0} \frac{1}{\sqrt{\Delta^2 + (E_{\xi_i} - \lambda)^2}}; \quad n = \sum_{\xi_i \neq \zeta_i^0} \left[1 - \frac{E_{\zeta i} - \lambda}{\sqrt{\Delta^2 + (E_{\zeta_i} - \lambda)^2}} \right] \tag{3}$$

where n means Z-1 for protons and N-1 for neutrons (if blocking effect is considered). We solved this system only for the Woods-Saxon levels. In the Nilsson case this system have been solved by Soloviev.

As concerns the values for the pairing interaction constant G, we used in general the same values as in ref. [3] :

$$G_N = \frac{26}{A} MeV; \quad Gz = \frac{28}{A} MeV \tag{4}$$

Tabelul 1

Transitions	β	Number of considering levels		G	Δ	λ
$^{170}T_m \rightarrow {}^{170}Y_b$	0,3	26	protaus	0,188	0,806	— 5,882
		36	neutraus	0,153	0,789	— 6,429
$^{185}W \rightarrow {}^{185}R_e$	0,2	26	protaus	0,173	0,916	— 6,234
		34	neutraus	0,14	0,88	— 6,139
$^{186}R_e \rightarrow {}^{186}O_s$	0,2	26	protaus	0,172	1,086	— 6,197
		34	neutraus	0,14	0,88	— 6,139
$^{187}W \rightarrow {}^{187}R_e$	0,2	26	protaus	0,17	0,883	— 6,244
		34	neutraus	0,138	0,857	— 6,142
$^{188}R_e \rightarrow {}^{188}O_s$	0,2	26	protaus	0,17	0,883	— 6,244
		34	neutraus	0,138	0,857	— 6,142

However with these Gz values it was possible to obtain a solution of the system (3) only in the unblocked case. For the blocked case the system (3) has been solved with slightly higher values of Gz according to ref. [4].

The Δ and λ solutions and the G values for the transitions considered here are presented in table 1. On this table we also indicated the number of W.S. levels considered.

In table 2 we presented the results of our calculation : the superfluid Woods-Saxon corrections $R_{\text{W.S.}}$ the Woods-Saxon log $(f_c t)_{\text{W.S.}}$ values ; we presented also on this table the Soloviev's values R_N and the Nilsson log $(f_c t)_N$ values.

Tabelul 2

Transitions	β	R_N	log $(f_c t)_N$	$R_{\text{W.S.}}$	log $(f_c t)_{\text{W.S.}}$	log $(ft)_{\text{exp.}}$
$^{170}\text{Tm}\left(\frac{1}{2}[411] + \frac{1}{2}[521]_{k=1} \rightarrow {}^{170}Y_b(2+0)\right.$	0,3	0,30	6,6	0,02	8,1	9,3
$^{170}\text{Tm}\left\{0{,}995\left(\frac{1}{2}[411] + \frac{1}{2}[521]_{k=1} + \right.\right.$ $+ 0{,}1\left[\frac{1}{2}[521] - \frac{1}{2}[411]_{k=0} - \left(\frac{7}{2}[633] - \right.\right.$ $\left.\left.\left.\left. - \frac{7}{2}[523]\right)_{k=0}\right]\right\} \rightarrow {}^{170}Y_b(2+0)$	0,3	0,30	6,4	0,02	8,6	9,3
$^{185}W\left(\frac{3}{2}[512]\right) \rightarrow {}^{185}Re\left(\frac{5}{2}[402]\right)$	0,2	0,38	6,2	0,193	5,8	7,5
$^{186}Re\left(\frac{5}{2}[402] - \frac{3}{2}[512]\right)_{k=1} \rightarrow {}^{186}O_s(2+0)$	0,2	0,38	7,4	0,215	7,6	8,0
$^{187}W\left(\frac{3}{2}[512]\right) \rightarrow {}^{187}Re\left(\frac{1}{2}[411]\right)$	0,2	0,02	6,7	0,13	7,5	8,2
$^{187}W\left(\frac{3}{2}[512] \rightarrow {}^{187}Re\left(\frac{5}{2}[402]\right)\right.$	0,2	0,30	6,3	0,193	7,3	8,0
$^{188}Re\left(\frac{5}{2}[402] - \frac{3}{2}[512]\right)_{k=1} \rightarrow {}^{188}O_s(2+0)$	0,2	0,30	7,4	0,225	7,8	8,6

From these results we can remark that excepting the $^{187}W\left(\frac{3}{2}[512]\right) \rightarrow$ $\rightarrow {}^{187}Re\left(\frac{1}{2}[411]\right)$ transition $R_{\text{W.S.}} < R_N$ in all cases.

At the same time we observe an important hidrance effect both in the W.S. case as in the Nilsson one. If we consider that the radial dependence of the W.S. nuclear potential is more realistic, the W.S. hindrance factor is more realistic too. A part of this hindrance can be explained by configuration mixtures as in the ^{170}Tm nucleus.

In any case the use of the W.S. potential in the description of the nuclear motions is not able to eliminate the difference between experiment and the calculated ft values. Iit is possible that the discovery of well-defined isobaric (or analogue) states can be important to understand the meaning of the hindrance phenomena also for the nuclei situated in the $150<A<188$ region. This approach (which includes also the use of the pairing model with interactions between unlike nucleons) has been successfully used by Fujita and Ikeda [5] for allowed transitions.

REFERENCES

1. *A. Faessler and R. K. Sheline* — Phys. Rev. 148 (1966), 1003.

2. *J. Damgard and A. Winther* — Phys. Letters 23 (1966), 215.

3. *V. G. Soloviev* — Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1 no. 11 (1961).

4. *Lu Yang, N. I. Pyatov, V. G. Soloviev, I. N. Silin, V. I. Furman* — J.E.T.P. USSR 40 (1961) 1503.

5. *J. I. Fujita and K. Ikeda* — Nuclear Physics 61 (1965) 145.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

CHIMIA ANORGANICĂ

C.Z. : 661.183.7 : 661.632 : 622.367 : 546.234—31 : 632.934

VALORIFICAREA GELULUI DE SILICE — PRODUS REZIDUAL AL INDUSTRIEI SUPERFOSFAȚILOR — CA ÎNLOCUITOR AL TALCULUI ÎN PREPARAREA ANTIDĂUNĂTORILOR *

A. IANU, LUDMILA SECELEANU, SANDA ALEXANDRESCU

În procesul tehnologic de fabricare a superfosfaților se obține gelul de silice în urma hidrolizei tetrafluorurii de siliciu. Aceasta, se formează prin reacția dintre acid fluorhidric produs secundar la tratarea concentratului de fluoroapatită cu acid sulfuric și bioxid de siliciu conținut în concentrat.

Tetrafluorura de siliciu gazoasă este dirijată spre camere de absorbție stropite cu apă unde se formează o soluție stabilă de acid hexafluosilicic în concentrație de peste 10—13% și un precipitat de acid silicic (gelul de silice).

După o decantare, soluția de acid hexafluosilicic este dirijată pentru obținerea sării respective — hexafluosilicatul de sodiu iar gelul de siliciu reprezintă un deșeu de circa 213 t/an. Acest deșeu după o parțială uscare pînă la o umiditate de 8—9%, nu a putut fi manipulat fiind toxic datorită prezenței ionului fluor, cît și a acidității mărite pH=2.

De aceea în vederea valorificării deșeului, acesta s-a supus unor operații de prelucrare.

După mai multe încercări de spălare a gelului și anume :

— spălarea prin dializă s-a dovedit ineficace ;

— spălarea prin electroforeză deși mai activă este costisitoare ridicînd prețul de cost al produsului ;

— s-a stabilit că metoda cea mai potrivită e aceea a spălării într-un curent continuu de apă cu agitarea barbotinei, concomitent cu filtrarea ei sub vid.

La atingerea unui pH=5,5 a barbotinei, gelul se filtrează și se usucă pe plăci de porțelan sau sticlă la temperatura de 110°C. Se recomandă evitarea uscării gelului direct pe plăci metalice pentru a înlătura impurificarea pulberii de bioxid de siliciu cu ioni de fier sau cupru.

* Manuscris predat la redacție la 15 mai 1968.

Uscarea este mai eficace dacă aceasta se execută la temperatura mai mare 200—220°C.

După uscare aglomeratele de bioxid de siliciu se dezintegrează foarte ușor în vederea obținerii unui produs afînat și omogen.

Analiza chimică

SiO_2	98,13%	Greut. vol. netasat	220 g/l
R_2O_3.	0,83%	Greut. vol. tasat	330 g/l
CaO	0,30%	R/10.000 och/cm²	3.13
MgO	0,14%		
HF	0.62%		
umiditate	0,06%		
p.c.	0,34%		
solubile în apă	1,55%		
pH	5,5—6,0		

Analiza granulometrică prin sedimentare cu pipeta Andreasen:

Fracțiuni:

μ	%
60—40	7,32
40—30	4,71
30—20	4,71
20—10	19,20
10— 5	38,40
5— 2.5	25,70
2,5—1,5	—

Cu acest produs s-a înlocuit talcul la prepararea unor probe din Hectotox 3% pe baza de γ HCH, lucrare efectuată la uzinele chimice „9 Mai" București.

Probele din acest amestec au fost experimentate de către Institutul de cercetări pentru Protecția Plantelor — Secția de Fitofarmacie.

Încercările de laborator au dat rezultate satisfăcătoare.

S-au efectuat încercări cu acest produs în comparație cu produsul Detox 5 Borzești pe bază de DDT, folosindu-se următoarele metode:

I. Metoda includerii toxicului în mediu folosind ca test gărgărița boabelor de grîu (Calandra granaria).

II. Metoda peliculei toxice folosind ca test gîndacul făinei (Tribolium confusum).

Rezultatele au fost:

Metoda I	Mortalitate
Heclotox 3 cu bioxid de siliciu	100 %
Detox 5-Borzești	100 %

Metoda a II-a	Mortalitate
Heclotox 3 cu bioxid de siliciu	98,5%
Detox 5-Borzești	100 %

Încercările pe teren efectuate la ICCPT Fundulea au dat de asemenea rezultate promițătoare.

Valorificarea deșeului de bioxid de siliciu pe lîngă sporirea rentabilității industriei de superfosfați mai contribuie și la o economie corespunzătoare de talc care poate fi folosit în alte domenii industriale. De asemenea posibilitatea folosirii bioxidului de siliciu în procesul tehnologic de preparare a produselor fitofarmaceutice elimină operația de măcinare, care se efectuează asupra talcului, deoarece bioxidul de siliciu se prezintă ca o pulbere albă foarte fină ce nu trebuie măcinată.

Catedra de chimie anorganică și analitică
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"
București

Institutul de cercetări pentru protecția plantelor
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dinsburg și Saîrai B. A.* — Himicescaia promîșlenosti nr. 1 — 1960.
2. *M. G. Gabrielova, V. F. Levin* — Himicescaia promîșlenosti nr. 6 — 1961.
3. *Paulian Fl. și alții* — Protecția plantelor. Ed. Agrosilvică de Stat Buc. 1959.
4. *Donald H. Frean* — Chemiste of the Pesticistes Van Nestrand New York 1955.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z. : 546.47 : 545.2 : 545.81

MÉTHODES DES DOSAGES DU ZINC *

GR. TEODORESCU, ANA MARIA LUPU

On établi une méthode de dosage volumetrique (I) et une méthode de dosage colorimetrique (II) pour l'ion de zinc, qui fait l'objet de la présente note.

I. Méthode volumetrique

Le dosage s'est fait d'une manière indirecte par la méthode argentometrique, utilisant comme reactif de precipitation le sel Reinecke (tetracyananto- diamino chromate d'ammonium $[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]NH_4$.

Les reactions qui ont lieu sont les suivantes :

$$Zn(NO_3)_2 + 2NH_3 + 2H_2O = Zn(OH)_2 + 2NH_4NO_3$$

$$Zn(OH)_2 + 4NH_4OH = [Zn(NH_3)_4](OH)_2 + 4H_2O$$

$$[Zn(NH_3)_4](OH)_2 + 2NH_4[Cr(SCN)_4(NH_3)_2] =$$

$$Zn(NH_3)_4[Cr(SCN)_4(NH_3)_2]_2 + 2NH_4OH.$$

On obient une combinaison complexe de couleur lilas, partiellement soluble dans l'eau et très soluble dans l'acétone.

Après avoir séparé et solubilisé le complexe dans l'acétone, on ajoute un exces d'azotate d'argent 0,1 n, quand a lieu la reaction :

$$Zn(NH_3)_4\ Cr(SCN)_4\ (NH_3)_{2\,2} + 2AgNO_3 + 4HOH =$$

$$= 2\,Ag[Cr(SCN)_4(NH_3)_2] + Zn(NO_3)_2] + 4NH_4OH.$$

Le titrage de l'exces de solution d'azotate d'argent avec une solution de 0,1 n de thiocyanate d'ammonium, en présence d'alun férique comme indicateur, se fait après la filtration du précipité formé.

* Ouvrage reçu chez redaction à 27 Avriel 1968.

Mode de travail

On met dans des Bechers en verres de 50 cc à l'aide d'une microburette, une quantité entre 2—15 cc de solution coutenant 2—15 mg Zn, on traite goutte-à-goutte avec une solution d'ammoniac 6N, jusqu'a la dissolution du precipité formé au début. On ajout ensuite, goutte-à-goutte en agitant, le sel Reinecke dissolu 2,5% et préparé récemment, afin que la solution de la surface du precipité reste coloriée d'une façon intense. Après la précipitation, on laise pendant une demi-heure, pour la sédimentation le précipité, et on filtre dans un creuset filtrant G_3.

On entraîne le precipité dans toute sa quantite dans le creuzet avec la solution obtenue par le filtrage du precipité et on lave 3→4 fois avec de l'ether.

On dissout, ensuite, le precipité dans de l'acétone, directement dans le creuzet filtrant, captant le filtrat dans un flacon ensuite on ajoute 20—25 cc, azotate d'argent 0,1 n, quelques goutte d'acide azotyque. On filtre avec du papier filtre quantitatif, dans un flacon et on lave 3—4 fois avec de l'eau distilée.

On ajoute 2→3 gouttes d'acide azotique, 1→2 cc. alun ferique et on filtre avec du thiocyanate d'ammonium ayant un facteur etabli.

Etant donne qu'après la reaction, 1 atome de zinc lie 2 moles de sel Reinecke, il resulte que 1 cc. d'azotate d'argent 0,1 n corresponde à 0,006537/2 g. zinc. Les rezultats figurent dans le tableau Nr. 1.

Tableau No. 1

cc. solution analysée	g. subs. analysée	cc $AgNO_3$ 0,1n	cc. NH_4SCN 0,1n	g subst. azotée	Difference
2	0,0130	20	16,05	0,0129	0,0001
4	0,0262	20	11,90	0,0264	0,0002
5	0,0327	20	9,95	0,0328	0,0001
8	0,0523	30	13,85	0,0527	0,0004
10	0,0653	30	10,10	0,0650	0,0003
12	0,0784	40	16,05	0,0782	0,0002
13	0,0980	40	10,10	0,0977	0,0003
18	0,1176	40	4,10	0,1173	0,0003

Les reactifs utilises

Solution de $Zn(NO_3)_2$ 0,1 m ; solution 2,5% sel Reinecke; solution d'azotate d'argent 0,1 n ; solution de thiocyanate d'ammonium 0,1 n ; solution d'alun ferique ; acide azotique dilué ; ether.

II. Methode colorimetrique

Etant donne que le produit est très soluble dans d'acetone on a pu etablir une methode colorimetrique de dosage de cette substance.

Mode de travail

On prend avec une microburette des preuves de solution qui contiennent 0,0130—0,0653 g de substance, on traité, par gouttes, avec une solution NH_4SCN 6 N, jusqu'a la dissolution du precipité formé.

On ajoute, par gouttes, une solution de sel Reinecke 2,5% jusqu'a la précipitation complète. On filtre dans un creuset filtrant G_3. On entraîne le precipité dans toute sa quantite dans le creuzet, on lave 3—4 fois avec de l'ether.

On dissout le precipité directement dans le creuzet avec de l'acétone, captant dans toute sa quantité la solution dans un balon jaugé a 100 cc, completant jusqu'au signe avec de l'eau distillée.

On mésure la solution au photocolorimetre type Lange.

On à appliqué la methode des courbes-étalon, dans ce but, on a préparé une solution de sel Reinecke avec le titre T=0,0238 g/cc.

De cette solution on a prélevé des quantités correspondantes avec une semi- micro- burette et on a dilué avec de l'acetone dans des balons jaugés, de manière à obtenir des solutions de concentrations T=0,00047 ; 0,00071 ; 0,001199/cc, obtenant les extinctions E=0,07 ; 0,107 ; 0,172.

Après l'homogéneisation, on a mesuré les solutions du colorimetre et on a trace la courbe. Le même jour, on a mesure au colorimetre les solutions à analyser et les rezultats obtenus figurent dans le tableau Nr. 2.

Tableau Nr. 2

Grammes sunst. prelevee g/cc	Grammes subst. obtinue g/cc.	Erreur.
0,000130	0,000135	+ 3%
0,000196	0,000201	+ 2%
0,000326	0,000318	— 2,5%
0,000457	0,000465	+ 1,7%
0,000653	0,000640	+ 2%

BIBLIOGRAPHIE

1. *Spacu P., Teodorescu Gr.* — O nouă metodă volumetrică de dozarea hidrazidei acidului izonicotinic. Revista de chimie Nr. 1/1967.

2. *Teodorescu Gr., Dinescu A.* — Metodă colorimetrică pentru dozarea hidrazidei acidului izonicotinic. Bul. Inst. Polit. Buc. Tom. XXVI fasc. 1/1964.

3. *Teodorescu Gr., Niculescu I.* — Metode pentru dozarea 2-dietilamino 1-cloretan Bul. Inst. Polit. Gh. Gheorghiu-Dej. Tom. XXIX fasc. 1/1967.

Le laboratoire de chimie minérale
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

TEHNOLOGIE CHIMICĂ

C.Z. : 662.6/.8 : 535.342 : 535.33.071/.872 : 546.321.41.553

STUDIUL STRUCTURII CĂRBUNILOR ROMÂNEȘTI CU AJUTORUL SPECTRELOR DE ABSORBȚIE ÎN INFRAROȘU *

I. BLUM, FR. BARCA

I. Stadiul actual al cercetărilor în acest domeniu

a) *Metode de cercetare utilizate*

Stadiul actual al dezvoltării industriei cărbunelui impune stabilirea unei ample baze teoretice a diferitelor procese tehnologice, procese care au evoluat în mare măsură în mod empiric timp de mai multe decenii. Numai prin aplicarea unor procese tehnologice care au la bază o bogată fundamentare teoretică este posibilă folosirea judicioasă a diferitelor sorturi de cărbune și se asigură obținerea unor produse de calitate corespunzătoare.

Evoluția cercetărilor din ultimile decenii a impus completarea metodelor chimice de analiză cu metode fizice, metode ce nu determină modificări structurale importante ale materialului și evită depolimerizarea lui, parțială sau totală.

Nu se poate spune că agenții fizici nu influențează de loc structura cărbunelui, însă influența lor este mai mică și de mai mică importanță decît aceea a agenților chimici. În anumite condiții ei permit studiul masei cărbunoase ca atare fără descompunere.

Metodele fizice utilizate fie în scop analitic, fie pentru cunoașterea structurii chimice a cărbunelui nu suplinesc și nici nu pot exclude metodele chimice; ele se completează unele pe altele. Studiul frecvențelor caracteristice masei cărbunoase din spectrele de absorbție în infraroșu ale acesteia, constituie una din principalele metode ce pot furniza indicații prețioase referitoare la structura ei chimică, la grupările caracteristice etc.

Rezultatele obținute prin metodele fizice completează deci pe cele obținute prin metode chimice și ne ajută să avem o imagine mai con-

* Manuscris predat la redacție la 22 decembrie 1967.

cludentă în ceea ce privește structura cărbunelui și a modificărilor structurale ce au loc în diversele procese chimice sau tehnologice aplicate acestor materiale, sau în scara de carbonificare naturală.

Spectrele de absorbție în infraroșu reprezintă un important pas înainte în cunoașterea unor elemente structurale mai puțin accesibile metodelor chimice.

Deși radiațiile infraroșii au fost descoperite încă din anul 1800, primele cercetări spectroscopice în infraroșu, au început abia după un secol.

După cum se știe una din aplicațiile curente ale spectroscopiei în infraroșu s-a orientat către studiul substanțelor organice, urmărind în special, recunoașterea prezenței anumitor legături și a anumitor radicali din structura moleculară.

Cărbunii, fiind alcătuiți, predominant dintr-o masă organică a cărei structură chimică și însușiri prezintă interes deosebit atît științific, cît și practic, studiul spectroscopic în infraroșu al acestor materiale constituie un progres de o reală importanță.

Printre primele studii ale structurii cărbunilor cu ajutorul spectrelor de absorbție în infraroșu putem menționa pe cele efectuate cu două decenii în urmă de Cannon și Sutherland (1), Orchin, Columbic, Andersen, Storch, Friedel și Quesier în S.U.A. (2); Bergmann, Huck, Karweil și Luther în Germania (3); van Vucht, Reitveld și van Krewelen în Olanda (4); Gordon, Adams și Jenkins (5) de Kirly, Lakey și Sarjant (6), de Brown și Hirsch în Anglia și D. Hadzi (7) în Iugoslavia.

În țara noastră preocupările pentru aceste probleme au început cu mai mult de un deceniu în urmă, prin lucrările colectivului I. Blum, D. Bîrcă-Gălățeanu și I. Nistor (8, 9, 10).

Cum era de așteptat s-au elaborat pe parcurs, mai multe metode de cercetare a masei cărbunoase cu ajutorul spectrografiei în infraroșu. Una dintre acestea, „metoda secțiunilor subțiri", a fost aplicată de Cannon și Sutherland (1) și apoi de Orchin și colaboratorii să (11). Metoda prezintă, ca principal dezavantaj, faptul că pregătirea secțiunilor subțiri necesită mult timp și cere multă îndemînare. Cel mai mare inconvenient al metodei constă însă în aceea că este aproape imposibil să se evite oxidarea cărbunelui în timpul procesului de pregătire a lamelei.

O altă metodă utilizată „metoda suspensiei", evită alterări ale structurii, prin izolarea masei cărbunoase în suspensie în diverse lichide. Bine cunoscută este metoda „nujol" (nujolul este ulei de parafină rafinat), conform căreia cărbunele se macină o perioadă considerabilă de timp în prezența nujolului. Metoda deși valabilă pentru o mai mare varietate de cărbuni și mai puțin complicată decît metoda secțiunilor subțiri, prezintă totuși, un dezavantaj serios și anume că radiația este difuzată și uneori difuzia poate să fie atît de puternică încît să întunece benzile de absorbție.

În prezent, majoritatea cercetătorilor consideră drept cea mai comodă metodă, cercetarea cărbunelui în tablete de bromură de potasiu. Bromura de potasiu se macină de obicei împreună cu cărbunele și apoi

se pastilează, obținîndu-se pastile de grosimea 0,5 mm (13, 14). În general concentrațiile recomandate de cărbune în bromură de potasiu sînt cuprinse între 0,1 și 1%. Concentrațiile mai mici au ca efect o absorbție de fond mai slabă, deci o mai fidelă prezentare a spectrului, dar prezintă inconvenientul că face inobservabile frecvențe caracteristice unor constituienți ce se găsesc în cantități mai mici în cărbune.

Folosirea pastilelor formate din cărbune înglobat în bromură de potasiu prezintă dezavantajul apariției și a unor benzi false, benzi ce nu pot fi atribuite impurităților de contaminare (14). Cărbunele nu suferă însă, nici un fel de modificare structurală din această operație. Pentru siguranță, măcinarea cărbunelui nu trebuie să se facă timp îndelungat spre a se evita posibilitățile de încălzire și oxidare (14).

Deși bromura de potasiu nu dă frecvențe caracteristice în regiunile în care se studiază cărbunii, la măcinarea acestor două substanțe împreună și în special în situația în care cărbunele nu este bine uscat se produc benzi false foarte intense la 2,95 μm (3390 cm^{-1}), 4,90 μm (2041 cm^{-1}), 6,12 μm (1634 cm^{-1}). Aceste benzi false se datoresc indiscutabil apei și pot fi atribuite sistemului KBr-H_2O (15). Intensitatea acestor benzi crește aproape direct cu timpul de măcinare. În bromura de potasiu pură, banda apei de la 3,0 μm (3333 cm^{-1}), este neglijabilă; intensitatea benzii, după un minut de măcinare va crește de șase ori și această bandă va fi situată mai aproape de 2,95 μm (3390 cm^{-1}) decît de 3,0 μm (3333 cm^{-1}).

Bromura de potasiu nu este atît de higroscopică cum am putea crede, însă măcinînd-o se produce o intensă absorbție de apă în pastila rezultată. O uscare atentă și prelungită a KBr cu probele de cărbune în atmosferă inertă nu împiedică dezvoltarea acestor benzi. Presiunea de pastilare, nu influențează aceste benzi.

Rotbers (15) arată că aceste benzi ar putea fi eliminate complet prin încălzirea pastilelor la 100°C, iar Tschamler (11) propune măsurarea spectrelor în celule încălzite la 175°C. Trebuie remarcat că deși se elimină, prin încălzire, aceste benzi reapar la răcirea celulelor. Încălzirea la temperaturi între 100 și 175°C nu este recomandabilă și datorită faptului că produce modificări structurale în masa cărbunelui și favorizează oxidarea lui.

Durie (16) propune eliminarea acestor benzi prin măcinare sub un strat de lichid protector (tetraclorură de carbon). Succesul metodei lui Durie este datorat faptului că lichidul protector reprezintă un mediu de transmitere a căldurii de măcinare în afara suprafeței granulelor de bromură de potasiu, mediu care preîntîmpină absorbția moleculelor de apă. Este posibilă și explicația că procesul de absorbție necesită apă în faza de vapori, din care cauză existența tetraclorurii de carbon face imposibilă apariția benzilor susmenționate.

Cunoașterea acestor benzi și a metodelor prin care pot fi înlăturate, în cazul cînd ele influențează nefavorabil interpretarea spectrelor dă posibilitatea unui studiu amănunțit al structurii cărbunilor.

b) *Frecvențe caracteristice masei organice a cărbunilor*

Spectrul de absorbție în infraroșu al cărbunilor este similar cu cel al substanțelor organice.

În literatura de specialitate diverși cercetători au prezentat interpretări ale spectrelor obținute prin cercetarea probelor de cărbune, atribuind frecvențele respective unor legături de diverse tipuri. Lucrările apărute în acest domeniu semnalează obținerea de frevențe caracteristice pentru structura materialelor cărbunoase în zona 3,3—13,3 μm respectiv 3300—750 cm^{-1}. Lucrări mai recente studiază și zona 14,28—25,00 μm (700—400 cm^{-1}), semnalînd faptul că sterilul din cărbuni poate da frecvențe caracteristice în această zonă (17).

O sinteză a datelor prezentate în literatura de specialitate în legătură cu atribuirea frecvențelor din spectrul de absorbție în infraroșu principalelor legături chimice din masa organică a cărbunilor este prezentată în tabela nr. 1, după H. H. Lowry (13) pe care o prezentăm completată cu lucrările autorilor români.

Din cercetarea tabelei rezultă o strînsă legătură între posibilitățile de interpretare a frecvențelor caracteristice cărbunilor și a celor caracteristice altor substanțe organice (29, 30, 31, 32), ceea ce este normal, datorită faptului că aceste materiale sînt substanțe organice complexe. Frecvențele caracteristice legăturilor aromatice a cărbunilor sînt 3,30 μm (3030 cm^{-1}), 6,65 μm (1500 cm^{-1}), 6,90 μm (1450 cm^{-1}), zona 11,1—14,3 μm (900—700 cm^{-1}). Dintre acestea cea mai mult discutată în literatura de specialitate este aceea de la 6,25 μm (1600 cm^{-1}). Intensitatea acestei benzi s-ar putea datori în întregime legăturilor carbon-carbon aromatice și unor alte grupe funcționale. Foarte multe argumente justifică rolul important al legăturilor aromatice carbon-carbon (1, 18, 19, 24, 33, 34, 35, 36, 37). Nu pot fi ignorate însă și alte lucrări care arată că această frecvență se datorește și grupei C=O (2, 19, 20 33, 36, 38), după cum nu trebuie neglijată nici influența legăturilor chimice din substanța anorganică din cărbuni (steril), care generează și ea frecvențe în această zonă (2, 17, 31, 39).

Existența unui număr mare de grupări C=O în cărbunii bruni face ca intensitatea acestei benzi să nu fie caracteristică pentru gradul de carbonificare.

Frecvența 6.65 μm (1500 cm^{-1}) caracteristică legăturilor C—C din inelele benzenice este mai evidentă la cărbunii inferiori.

La frecvența 6,90 μm (1450 cm^{-1}) cea mai mare contribuție revine legăturilor C=C aromatice, apoi grupelor CH_3, grupelor CH cu legături puternice de hidrogen și în parte grupelor CH_2.

În regiunea 11,10—14,30 μm (900—700 cm^{-1}) apar unele frecvențe în spectrul huilelor. Ele se datoresc în special vibrațiilor de balansare HCC aromatice din benzen și din sistemele aromatice policondensate, fără a exclude și contribuția legăturilor HCC alifatice și a vibrațiilor de deformare a legăturilor C=C—C. Cu intensitatea destul de mică,

Tabela nr. 1

Frecvențele în infraroșu ale principalelor legături chimice din masa organică a cărbunilor

Frecvența	Lungimea de undă	Tipul de legătură	Referiri
cm^{-1}	μm		
1	2	3	4
3300	3,00	OH (fenolic sau hidroperoxid) extensie	18, 19, 20, 21, 22, 25
		NH — extensie	2, 20, 22
3030	3,30	CH aromatic — extensie	5, 8, 9, 18, 19, 20
2978	3,36	CH_3 — extensie	19, 24
2925 și 2860	3,42 și 3,50	CH_3; CH_2; CH extensie	2, 5, 8, 9, 10, 18, 19, 20 21, 23, 24
1700	5,90	C = O — extensie	2, 18, 21, 23, 24, 25
1600	6,25	C = C aromatic — extensie	2, 5, 9, 10, 18, 19, 20, 21, 24, 26, 27
1600	6,25	C = O; HO —	9, 10, 19, 21, 24
1500	6,65	C = C aromatic — extensie	27
1450	6,90	CH_3 asimetric; CH_2 asimetric deformație	2, 5, 10, 18, 19, 20, 25, 27
		C = C aromatic — extensie	10, 26
1380	7,25	CH_3 asimetric — deformație	2, 5, 9, 10, 20, 21, 27
		C — O fenolic	2, 8, 9, 10, 23
		OH — deformație	2, 8, 9, 10, 23
1300--1000	7,70 — 10,00	C aromatic — O — C aromatic extensie	5, 8, 9, 10, 24
		C — O — (alcool) — extensie	10, 19, 20
		C aromatic — O — C alifatic extensie	9, 11, 20, 24
		C alifatic — O — C alifatic	10, 20
900—700	11,1—14,3	benzi aromatice	3, 18, 21, 27
860	11,10	HCC — aromatic	2, 8, 9, 10, 19, 20, 22, 23
820	11,60	HCC — aromatic	2, 8, 9, 10, 19, 20, 22, 23
750	12,20	HCC — aromatic	2, 8, 9, 10, 19, 20, 22, 23
873 816 751	11,50 12,50 13,30	HCC — aromatic	19
893 820 758	11,20 12,20 13,20	HCC — aromatic	1

apare, în general, (31) frecvența 3,30 μm (3030 cm^{-1}) caracteristică existenței legăturii carbon-hidrogen aromatic datorită substituției puternice a inelelor aromatice din cărbuni.

În afara celor susmenționate, în spectrul de absorbție în infraroșu al cărbunilor apar o serie de frecvențe care au fost atribuite -OH, C=O (extensie) Car-O-Car (extensie) etc.

Astfel banda de 3,00 μm (3300 cm^{-1}) corespunde grupelor OH (în general fenolic) din masa organică a cărbunilor. La aceasta pot avea o oarecare contribuție și grupele cu legături de hidrogen NH.

Frecvența 5,90 μm (1700 cm^{-1}) poate fi atribuită grupei C=O din structura aromatică.

c) *Frecvențe caracteristice masei anorganice a cărbunilor*

Deși ne-am obișnuit să considerăm cărbunele o macromoleculă organică nu trebuie să ignorăm masa anorganică a acestuia, care se află în strînsă legătură cu masa organică. Problema sterilului din cărbuni, a masei anorganice, este de o deosebită importanță deoarece aceasta influențează rezultatele obținute în studiul elementelor structurale, în diversele metode de cercetare.

Astfel, este stabilit faptul că foarte mulți dintre compușii anorganici ce se găsesc în mod curent în cărbuni dau frecvențe caracteristice în spectrele de absorbție în infraroșu (29, 30, 31, 32).

Lucrările lui R. A. Friedel, M. G. Pelipetz, J. A. Quissner (2, 40, 41, 42) remarcă apariția unor frecvențe în spectrul de absorbție al cărbunilor la 9,67, 10, 10,7 și 11,0 μm respectiv (1034, 1000, 1034 și 909 cm^{-1}) pe care le atribuie componenților minerali și în special caolinitului. Aspecte similare rezultă și din lucrările lui E. Preu (39).

I. Blum studiind spectrele de absorbție în infraroșu ale unor huile românești în zona 14,28—25 μm (700—400 cm^{-1}) pune în evidență, influența sterilului prin frecvențele caracteristice de la 18,45 μm (542 cm^{-1}), 21,05 μm (475 cm^{-1}) și 21,99 μm (435 cm^{-1}) (17).

Cele de mai sus indică imposibilitatea de a cerceta cărbunii unilateral referindu-se numai la masa organică — la masa combustibilă — și ne cer a aborda problema complex studiind concomitent atît componenții organici cît și componenții anorganici, componenți care se găsesc în strînsă legătură.

d) *Factori care influențează spectrul de absorbție în infraroșu al cărbunilor*

1. Gradul de carbonificare.

Una din principalele probleme în studiul structurii cărbunilor o constituie cunoașterea modificărilor structurale ce au loc în procesul de carbonificare, cunoașterea diferențierilor existente între diversele tipuri de cărbuni. Studiile de specialitate arată o trecere aproape continuă în spectre de la cărbunii bruni la antraciți, deci evidențiază ca-

racterul de succesiune metamorfică a procesului de carbonificare. Micile diferențieri existente în spectrele de absorbție în infraroșu între huile și antraciți se atribuie suprapunerii frecvențelor similare existente, într-o mare varietate, în diferitele unități structurale ale cărbunelui (21).

S-a observat că în spectrele cărbunilor tineri, cu un conținut ridicat de oxigen, zonele referitoare la grupele conținînd oxigen nu diferă în ceea ce privește intensitatea (35). În regiunile caracteristice huilelor descreșterea conținutului total de oxigen determină o descreștere sensibilă în benzile de absorbție ale grupelor funcționale corespunzătoare.

Astfel intensitatea frecvenței 3,00 μm (3300^{-1}) caracteristică grupării OH descrește o dată cu creșterea gradului de carbonificare și devine extrem de slabă la cărbunii cu peste 89% C (2,33).

Frecvența caracteristică extensiei legăturii CH aromatic crește o dată cu creșterea gradului de carbonificare, în timp ce pentru CH alifatic se observă o descreștere în intensitate, mai lentă la început și rapidă pentru huile cu peste 89% C (19, 33, 43).

Frecvența cunoscută și mai mult studiată în spectrul cărbunilor de la 6,25 μm ($1600\ cm^{-1}$), atribuită în general extensiei legăturii CH=CH aromatic, variază puțin cu gradul de carbonificare și se poate presupune că concentrarea grupelor care contribuie la această absorbție se modifică puțin, constituind scheletul macromoleculei cărbunelui.

Banda existentă la 6,65 μm ($1500\ cm^{-1}$) apare în general în cărbunii tineri, intensitatea ei scăzînd aproape complet cu avansarea procesului de carbonificare. Creșterea gradului de carbonificare deplasează banda respectivă, iar substituirea inelului îi slăbește intensitatea, fapt care justifică existența ei în cărbunii tineri, unde putem găsi inele benzenice mai puțin substituite.

De asemeni, tot în cazul cărbunilor bruni, apare și frecvența 5,90 μm ($1700\ cm^{-1}$) atribuită grupei C=O din structura aromatică (19, 21, 27). La huile, această bandă ar putea fi interpretată ca rezultatul unei ușoare oxidări în timpul prelucrării probei.

Absorbția largă existentă între 7,70—10,00 μm (1300 și $1000\ cm^{-1}$) descrește de asemeni, în intensitate, cu creșterea gradului de carbonificare (2, 33, 43, 44). Rămîne însă o absorbție remarcabilă datorită aparent eterilor aromatici (33).

Frecvențele ce se obțin între 11,10—14,30 μm (900—700 cm^{-1}) atribuite legăturilor aromatice, sînt supuse și ele la anumite variații de poziție și intensitate cu creșterea gradului de carbonificare.

Dacă se consideră că aceste benzi sînt produse numai de mișcările de balansare a legăturii HCC aromatic, deplasările și variațiile în intensitate, susmenționate, pot fi interpretate în legătura cu gradul de substituire mai mare a grupelor aromatice din cărbunii cu 78% carbon și care descrește cu creșterea gradului de carbonificare.

Apropierile existente între cărbunii cu 90 sau 93% carbon rezultă din inexistența unor modificări substanțiale în ce privește substituirea.

Un conținut de peste 94% carbon presupune existența unor inele aromatice condensate.

Brown (45) în timpul studierii raportului dintre coeficienții de extincție ai frecvențelor caracteristice C—H aromatice și cele alifatice, cu ajutorul substanțelor etalon, a observat că raportul dintre hidrogenul aromatic și cel alifatic, din cărbune, se mărește cu creșterea gradului de carbonificare.

Cunoașterea posibilităților de înlăturare a benzilor false a făcut posibilă studierea modificărilor în spectru, corespunzătoare procesului de carbonificare, folosind frecvențele din zona 3,30—3,45 μm (3030—2920 cm^{-1}).

Banda de la 3,30 μm (3030 cm^{-1}) a fost luată ca etalon de măsură pentru conținutul de hidrogen aromatic, în timp ce aceea de 3,45 μm (2920 cm^{-1}) a fost folosită, în mod similar, pentru hidrogenul alifatic (13,17).

S-a observat, pe o gamă mare de cărbuni în diverse stadii de carbonificare, că intensitatea absorbției datorită extensiei legăturii CH alifatic este sensibil mai mare decît aceea a extensiei CH aromatic. S-au mai încercat și o serie întreagă de posibilități de calcul ale hidrogenului aromatic și alifatic din cărbuni pe baza spectrelor lor de absorbție în infraroșu, posibilități care să conducă la determinarea prin calcul a gradului de aromatizare (13).

Cu toate incertitudinile rezultate atît din aproximațiile calculului cît și din cele ale metodei de determinare a distribuției hidrogenului în hidrogen aromatic și hidrogen alifatic, metoda aduce o contribuție valoroasă în studiul structurii cărbunelui.

Un alt aspect, care variază cu gradul de carbonificare în cazul studiului cărbunilor cu ajutorul spectrelor de absorbție în infraroșu, îl constituie absorbția de fond. S-a observat că există o absorbție de fond mai mică la cărbunii cu 90% C, dar care crește simțitor chiar și la 91% (4, 25, 33).

Rezultă deci că modificările structurale ce au loc în procesul de carbonificare prezintă o infinitate de structuri net deosebite, cu însușiri fizico-chimice și consecințe tehnologice variabile, structuri care dau spectre de absorbție în infraroșu specific diferențiate atît prin intensitatea și poziția unor benzi cît și prin absorbția de fond caracteristică.

2. *Influența componenților petrografici a cărbunilor*

Este cunoscută compoziția petrografică a cărbunilor (13) și faptul că acești componenți se găsesc în proporții variabile în diferite tipuri de cărbuni.

Studiile de specialitate prezintă o serie de aspecte privind influența componenților petrografici asupra frecvențelor obținute în spectrele de absorbție în infraroșu ale cărbunilor.

Frecvențele 6,25 μm (1600 cm^{-1}) și 6,90 m (1450 cm^{-1}) apar cu intensități variabile în componenții petrografici în diverse stadii de carbonificare.

În cazul exinitelor la un grad de carbonificare mai puțin avansat, intensitatea frecvenței 6,25 μm (1600 cm^{-1}) este mai mare decît a celei de 6,90 μm (1450 cm^{-1}). Creșterea gradului de carbonificare egalează intensitatea celor două frecvențe (la 89% C).

La micrinit în cazul unui grad de carbonificare mai puțin avansat frecvența 6,25 μm (1600 cm^{-1}) este mult mai intensă decît cea de 6,90 μm (1450 cm^{-1}). Diferența de intensitate crește cu creșterea gradului de carbonificare fără a se putea observa intensități egale pentru cele două benzi.

La vitrinit, indiferent de gradul de carbonificare cele două benzi au aproximativ aceeași intensitate. Diferențieri prezintă spectrele diverșilor componenți petrografici ai cărbunilor și în ceea ce privește absorbția de fond. Se observă însă că exinitele prezintă cea mai mică absorbție de fond. Absorbția de fond este în acest caz aproape independentă de gradul de carbonificare și în mod evident mai mică decît în cazul micrinitului.

Dacă se presupune că absorbția nespecifică de fond rezultă din absorbția electronică, observațiile de mai sus arată că micrinitul conține sisteme aromatice condensate mai mari decît vitrinitul, iar acesta din urmă, pînă la 89% C, posedă sisteme mai mari decît cele ale exinitului.

Alte cercetări au arătat că spectrul unui vitrinit diferă cu puțin de acela al unui cărbune lucios.

Duritul se caracterizează printr-o fîșie distinctă în apropiere de 5,90 μm (1700 cm^{-1}), spectre care sînt aproape comparabile cu cele ale vitrinitului (38,46). Spectrul unui fuzit are o absorbție largă, puternică, la 2,94 μm (3400 cm^{-1}).

S-a mai observat în cazul fuzitului o absorbție în apropiere de 5,90 μm (1700 cm^{-1}) în afară de absorbția puternică la 6,25 μm (1600 cm^{-1}) (34).

Banda puternică, largă de la 6,17 μm (1620 cm^{-1}) este mai slabă la exinit decît la vitrinit și aproape de 6,90 μm (1440 cm^{-1}) apare un triplet considerabil mai puternic în exinit decît în vitrinit. Exinitul prezintă două benzi evidente la 11,49 μm (870 cm^{-1}) și 13,70 μm (725 cm^{-1}), în timp ce benzile largi ale vitrinitului au fost constatate la 11,49 ; 13,51 și 13,79 μm (870, 740 și 725 cm^{-1}) (47).

O comparație între spectrele în infraroșu ale unui exinit și ale unui vitrinit, separate dintr-un durit, a arătat că fracțiunea de exinit are mai puține legături carbon-hidrogen aromatice și mai puține legături carbon-carbon aromatice decît vitrinitul.

Fracțiunea de micrinit posedă de asemenea, în comparație cu vitrinitul, mai puține legături carbon-hidrogen aromatice și alifatice, dar mai multe legături carbon-carbon aromatice.

Rezultă că diferențierile structurale existente între diverși componenți petrografici se manifestă și în spectrele lor de absorbție în infraroșu, atît prin intensitatea și poziția anumitor frecvențe caracteristice, cît și, mai ales, prin absorbția de fond specifică fiecărui component.

II. Studiul unor modificări structurale ale cărbunilor românești caracteristice procesului de carbonificare

Specificul zăcămintelor noastre de cărbuni, caracterul xiloidic al majorității cărbunilor bruni românești, existența unor huile chimice în bazinul Văii Jiului (de formație oligocenă) sînt caracteristice țării noastre și ridică probleme de cunoaștere și interpretare a structurii lor, probleme a căror studiu a început încă cu mulți ani în urmă (8, 9, 48, 49).

În continuarea studiilor susmenționate se urmărește, în această lucrare, evidențierea diferențierilor existente între structura diverselor tipuri de cărbuni românești, prin cercetare spectroscopică în infraroșu.

S-a studiat o gamă de cărbuni începînd de la treptele inferioare de carbonificare, cărbunii bruni pămîntoși de Rovinari și continuînd cu lignitul de Schitu Golești, cărbunele brun lucios de Șorecani, cărbune brun huilos de Lonea, huila flambantă de Aninoasa, huila de gaz de Lupeni și huila de cocs de Anina. Se observă că, prin cărbunii aleși a fost cuprinsă aproape întreaga scară de carbonificare.

Este cazul să remarcăm că, deși de formație oligocenă, cărbunii de Șorecani diferă mult de cărbunii de aceeași vîrstă din bazinul Văii Jiului (Aninoasa și Lupeni), diferență sesizată chimic cu cîteva decenii în urmă (50) și care se cere a fi urmărită și spectroscopic.

În vederea cercetării spectroscopice probele medii, prelevate din minele susmenționate, au fost aduse, prin spălare în medii dense, la un conținut de cenușe acceptabil. Rezultatele analizelor chimice efectuate și a indicilor structurali caracteristici calculabili din analiza elementară după van Krevelen (51) sînt prezentate în tabela nr. 2.

Probele astfel obținute, după uscare în etuvă au fost studiate cu ajutorul unui spectrofotometru în infraroșu tip Leitz. S-au confecționat conform prescripțiilor, pastile din cărbune (0,4%) în bromură de potasiu (99,6%) la presiunea de 22.000 kgf/cm^2, cărora li s-a înregistrat, cu viteza de 1,2 minute μm, spectrul de absorbție în infraroșu, cu ajutorul aparatului susmenționat, în regiunea 2,5—19 μm (4000—526 cm^{-1}). Spectrele obținute sînt prezentate în figura 1.

Din cercetarea tabelului și compararea spectrelor rezultă următoarele :

— Se confirmă spectrografic o trecere continuă în diferitele stadii de carbonificare ce caracterizează tipurile de cărbuni.

— La cărbunii bruni pămîntoși, de tipul Rovinari, zona 6—10 μm (1667—1000 cm^{-1}) prezintă mai multe detalii (mai multe benzi de absorbție) în raport cu cărbunii în stadii superioare de carbonificare.

— Huilele cu însușiri de aglutinare, de tipul Lupeni sau Anina, prezintă maxime caracteristice în zona 11—14 μm (909,1—714,3 cm^{-1}), maxime atribuite legăturilor aromatice printre care putem enumera 11,62 μm (860 cm^{-1}), 12,28 μm (814 cm^{-1}), 13,33 μm (750 cm^{-1}). Trebuie remarcat faptul că aceste benzi nu apar la huilele flambante cu început de aglutinare, de tipul Aninoasa, ci numai la huile de gaz sau huile mai puternic metamorfozate.

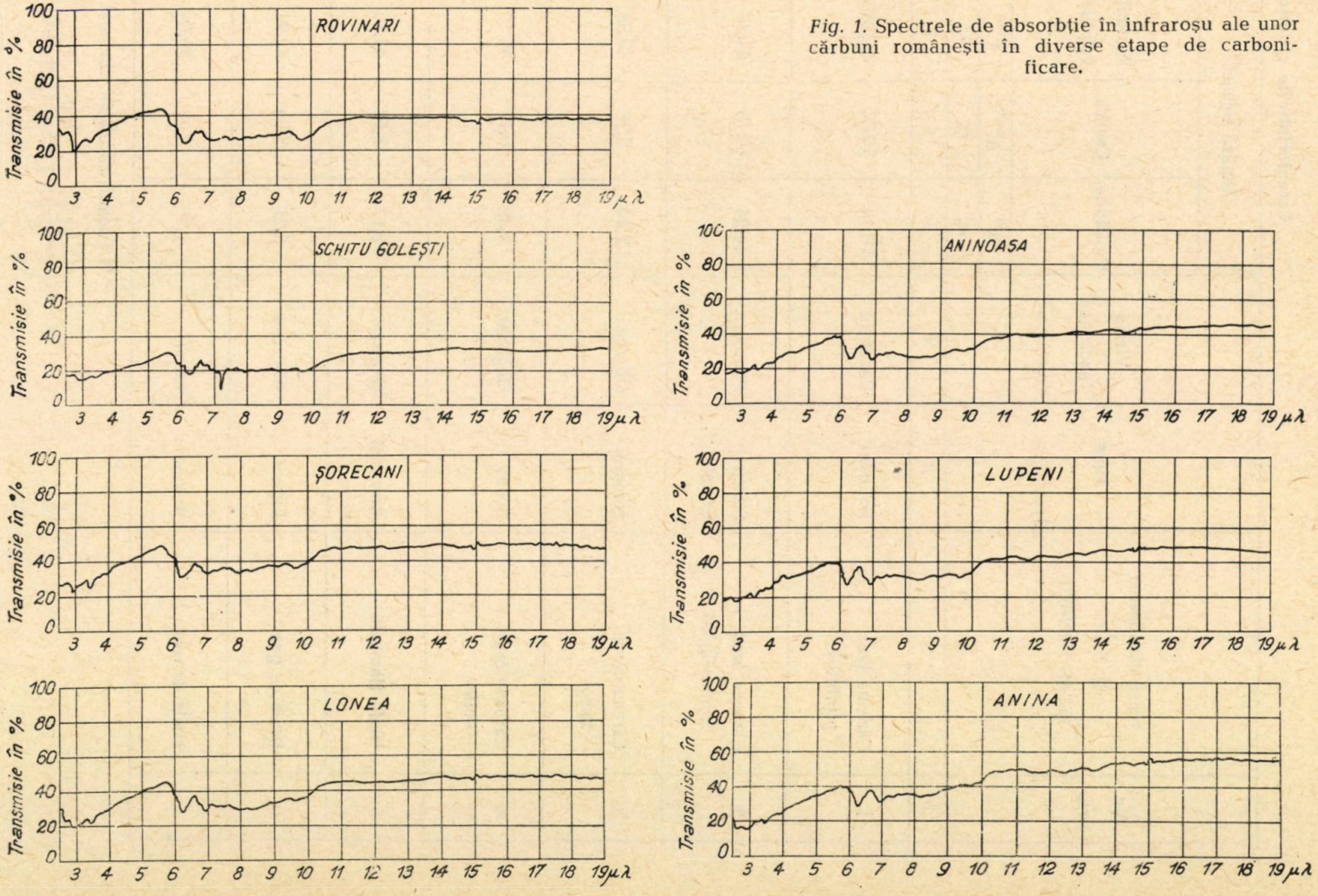


Fig. 1. Spectrele de absorbție în infraroșu ale unor cărbuni românești în diverse etape de carbonificare.

Caracteristicile chimico-

Nr. crt.	Clasa clasificarea R. S. R. (STAS 3632-52)	Mina	Vîrsta geologică	Analiza tehnică		
				Umiditate	Cenușă	Materii volatile
				W^a	A^{anh}	V^{mc}
				%	%	%
1	2	3	4	5	6	7
1.	Cărbune brun pămîntos	Rovinari	Levantin	15,10	10,32	56,25
2.	Cărbune brun lemnos-lignit	Schitu Goleşti	Pontian	14,24	10,15	54,35
3.	Cărbune brun lucios	Sorocani	Oligocen	2,44	9,28	46,58
4.	Cărbune brun huilos	Lonea	Oligocen	2,32	9,17	46,10
5.	Huilă flambată	Aninoasa	Oligocen	2,17	8,67	44,15
6.	Huilă de gaz	Lupeni	Oligocen	2,21	8,69	42,41
7.	Huilă de cocs	Anina	Liasic	1,96	9,02	36,04

*) Factori calculabili din analiza

$$fa = \left(1-\frac{H}{C}\right)+\left(1-\frac{2R}{C}\right) \text{ şi } R/C =$$

Tabela nr. 2

tehnice ale cărbunilor studiați

Analiza elementară					Indici calculabili din aualiza elementară			Caracteristicile tehnologice		
Carbon	Hidrogen	Oxigen	Azot	Sulf	H/C	R/C	f_a	Indice de aglutinare	Indice de cocsificare	
					*)	*)	*)	Indice de umflare liberă	Indice dilatometric KBS	
									contracție	umflare
C^{mc}	H^{mc}	O^{mc}	N^{mc}	S^{mc}					a	b
%	%	%	%	%					%	%
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
60,14	5,71	30,37	1,67	2,11	—	—	—	nu aglutinează		
62,10	5,54	28.69	1,64	2,03	—	—	—	nu aglutinează		
69,30	5,21	22,35	1,62	1,52	—	—	—	nu aglutinează		
75,75	5,06	15,36	1,57	2,26	0,8019	0,2412	0,7157	1	22	—
78,62	5,23	13,61	1,45	2,09	0,7984	0,2421	0,7174	1	20	5
80,90	5,34	10,21	1,49	2,16	0,7922	0,2440	0,7148	1	20	35
82.95	4,97	9,50	1,54	1,04	0,7192	0,2630	0,7548	4	18	70

elementară după van Krevelen (7)

$0{,}448 - 0{,}258 \frac{H}{C}$ (pentru huile)

— Bazinul Văii Jiului, deşi este în totalitatea sa de formaţie oligogenă, la Aninoasa, Lonea etc. unde metamorfismul a avut intensitatea mai mică conţine huile ce diferă structural de cele de la Lupeni şi Uricani. Pe cale chimică diferenţele respective sînt mai puţin sesizabile decît prin probe tehnologice.

Existenţa unor benzi de absorbţie în infraroşu la acestea din urmă în zona susmenţionată arată că comportarea tehnologică deosebită a cărbunilor de Lupeni în raport cu a celorlalţi cărbuni din estul bazinului (Aninoasa, Lonea etc.) este o consecinţă a structurii sale chimice diferite, deci a acţiunii mult mai pronunţate a metamorfismului în această zonă.

Pentru o cercetare mai profundă a zonei 6—10 μm (1667—1000 cm^{-1}), caracteristică cărbunilor tineri, s-au înregistrat o serie de spectre pentru cărbunii de Rovinari, Schitu-Goleşti şi Şorecani cu viteza de 4,8 minute/μm, deci cu posibilitatea de a se obţine mai multe detalii.

Diagramele obţinute sînt prezentate în figura nr. 2.

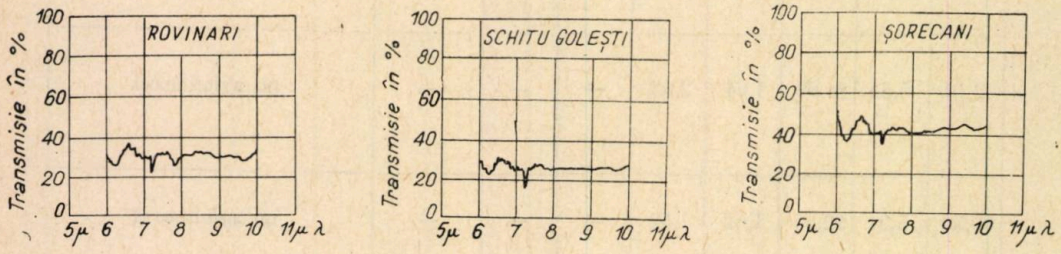


Fig. 2. Spectrele de absorbţie în infraroşu (zona 6—10 μ m) a unor probe de cărbuni de Rovinari, Schitu Goleşti şi Şorecani (viteza de înregistrare 4,8 minute/μ m).

Din cercetarea figurii rezultă următoarele :

— Absorbţia de fond diferă cu gradul de carbonificare.

— Numărul şi intensitatea benzilor din această zonă este mai mare la cărbunii mai slabi monofazaţi de tipul Rovinari şi scade cu creşterea gradului de carbonificare.

Se observă frecvenţele datorită legăturilor carbon-carbon aromatice din zona 5,90—7,25 μm (1300—1000 cm^{-1}) şi cele datorită legăturilor carbon-oxigen din zona 7,70—10 μm (1300—1000 cm^{-1}). În această zonă se văd benzi din spectrul celulozei şi ligninei în diverse stadii de transformare, acizilor humici etc. (39), ceea ce arată că materialul genetic suferă un continuu proces de transformare, care se află în stadiul incipient la cărbunii bruni pămîntoşi şi ligniţi şi se desăvîrşeşte la stadiul de huilă.

III. Spectre de absorbţie în infraroşu ale cărbunilor româneşti cu conţinut ridicat de steril

S-au ales pentru acest studiu huile tinere din bazinul Văii Jiului de la Lonea, Aninoasa şi Lupeni şi huile de cocs din bazinul Anina.

Caracteristicile cărbunilor utilizaţi sînt prezentate în tabela 3.

Tabela nr. 3

Caracteristicile chimico-tehnice ale cărbunilor de Lonea, Aninoasa, Lupeni și Anina

Nr. crt.	Mina	Raportată la proba de analiză			Raportat la masa combustibilă
		Umiditate	Cenușe	Materii volatile	Materii volatile
		W^a	A^a	V^a	V^{mc}
		%	%	%	%
1	Lonea	2,32	9,17	40,05	46,10
2	Aninoasa	2,17	8,67	38,60	44,15
3	Lupeni	2,21	8,69	36,80	42,41
4	Anina	1,96	9,02	26,00	30,04

Pentru a urmări influența sterilului s-au sortat densimetric acești cărbuni în două categorii în scopul separării de probe cu conținut foarte redus de steril sub 10%, alături de probe în care conținutul de steril ce depășește 30%.

Caracteristicile probelor obținute sînt prezentate în tabela nr. 4.

Tabela nr. 4

densimetrică, în lichide grele, din cărbunii de Lonea, Aninoasa, Lupeni și Anina

Caracteristicile chimico-tehnice ale celor două sorturi obținute prin separare

Nr. crt.	Mina	Raportată la proba de analiză			Raportat la masa combnstibilă
		Umiditate	Cenușe	Materii volatile	
		W^a	A^a	V^a	V^{mc}
		%	%	%	%
1	Lonea I	2,41	1,14	46,60	48,25
2	Lonea II	3,04	42,01	25,19	45,82
3	Aninoasa I	2,27	0,98	44,65	46,10
4	Aninoasa II	2,88	52,53	20,16	45,21
5	Lupeni I	2,41	0,96	42,02	43,41
6	Lupeni II	2,75	57,25	24,57	40,95
7	Anina I	1,76	0,88	29,82	32,92
8	Anina II	2,35	48,10	14,93	30,14

Probele astfel obținute, după uscare în etuvă, au fost studiate cu ajutorul unui spectrofometru „Leitz" în condițiile prezentate la capitolul precedent.

Diagramele obținute sînt prezentate în figurile 3—6.

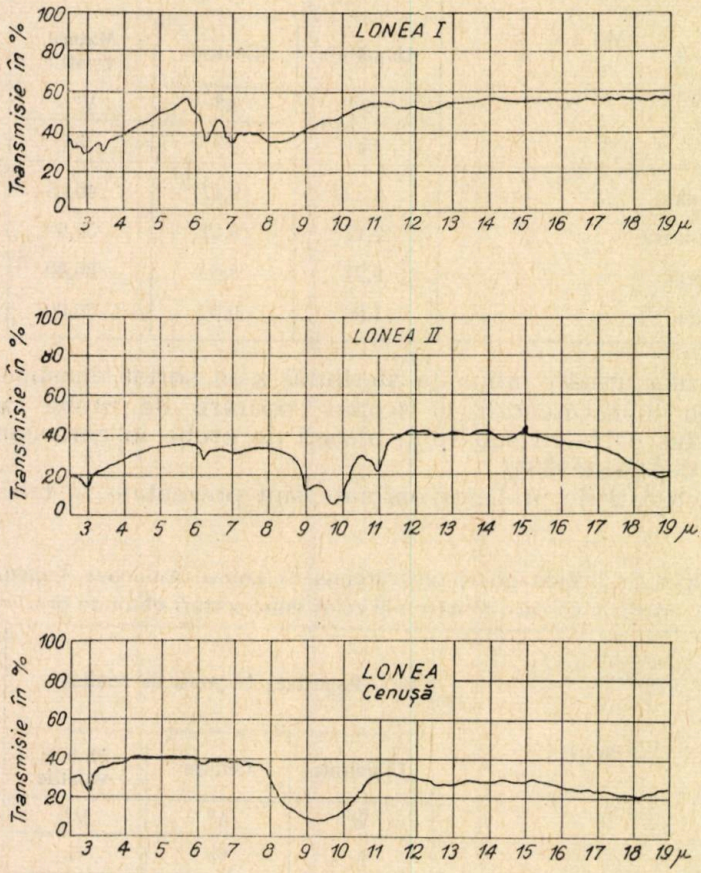


Fig. 3. Spectrele infraroșii ale unor probe de cărbuni de Lonea, cu diverse conținuturi de steril și a cenușii rezultate din arderea lor.

Din cercetarea tabelelor și compararea diagramelor din figurile 3, 4, 5 și 6, rezultă următoarele :

Influența sterilului asupra spectrelor de absorbție în infraroșu a huilelor românești, în diverse stadii de carbonificare, se manifestă, în general, în trei zone și anume : 2,7 μm (3704 cm^{-1}) — 2,9 μm (344 cm^{-1}), 8 μm (1250 cm^{-1}) — 11 μm (909,1 cm^{-1}) și 12,5 μm (800 cm^{-1} — 18,5 μm (542 cm^{-1}).

La cărbunii cu conținuturi mai ridicate de steril se pot observa în aceste zone următoarele frecvențe caracteristice :

În zona 2,7 μm (3704 cm^{-1}) — 2,9 μm (3448 cm^{-1}) se observă frecvențele 2,7 μm (3704 cm^{-1}), 2,72 μm (3672 cm^{-1}) ce se datoresc conținutului de steril, în general argilos și pe care le regăsim și în spectrul cărbunelui.

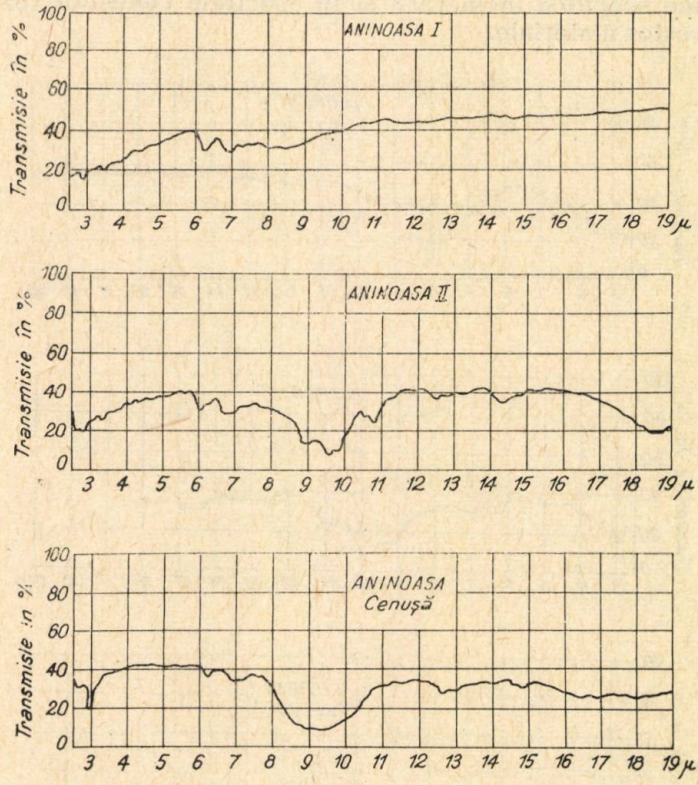


Fig. 4. Spectrele infraroșii ale unor probe de cărbuni de Aninoasa și a cenușii rezultate din arderea lor.

În zona 8 μm (1251^{-1}) — 11,4 μm (909,1 cm^{-1}) se pot observa frecvențele 9,08 μm (1101 cm^{-1}), 9,75 μm (1026 cm^{-1}), 9,80 μm (1020 cm^{-1}), 9,96 μm (100% cm^{-1}), 10,70 μm (934 cm^{-1}), 10,90 μm (917,4 cm^{-1}), 11 μm (909,1 cm^{-1}) și altele care pot fi interpretate drept caracteristice și pentru alți silicați (31).

În zona 12,5 μm (800 cm^{-1}) — 18,5 μm (542 cm^{-1}) apar frecvențe caracteristice unor oxizi metalici (31) alături de frecvențele existente și în spectrul kaolinitului.

Nu trebuie uitată nici frecvența de 6,09 μm (1640 cm^{-1}) ce aparține tot sterilului.

Din zonele susmenționate, cea mai puternică influență a sterilului asupra spectrului apare în zona 8 μm (1250 cm^{-1}) — 11 μm (909,1 cm^{-1}).

Influența sterilului asupra spectrelor de absorbție în infraroșu ale huilelor este independentă de gradul de carbonificare și depinde numai de compoziția sa proprie.

De altfel zonele caracteristice sterilului ce apar în spectrul de absorbție în infraroșu al cărbunelui se pot observa, cu oarecare modificări chimice specifice incinerării și în spectrele cenușilor rezultate din arderea acestor materiale.

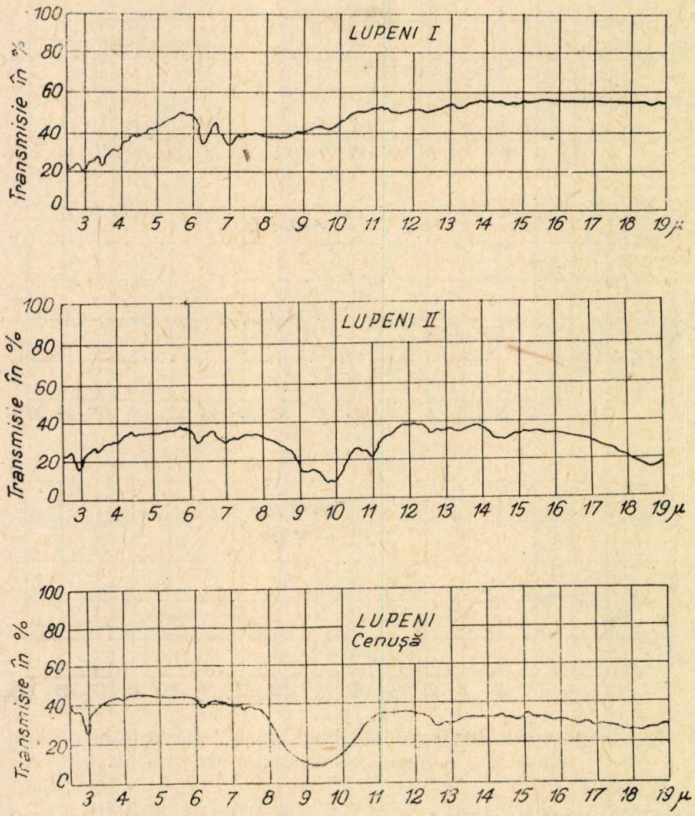


Fig. 5. Spectrele infraroșii ale unor probe de cărbuni de Lupeni și a cenușii rezultate din arderea lor.

IV. **Concluzii**

1. Studiul cărbunilor cu ajutorul spectrelor de absorbție în infraroșu constituie una din importantele metode ce dă posibilități de cunoaștere a structurii chimice a acestor materiale, fără a avea o acțiune destructivă asupra probelor cercetate.

O importanță deosebită pentru acest studiu o constituie pregătirea probelor, în sensul evitării introducerii de benzi false.

2. Studiul spectroscopic în infraroșu dă și posibilitatea evidențierii unor structuri diferite a cărbunilor formați în aceiași perioadă geologică (ex. oligocenul) uneori din același material genetic, dar care au fost supuși diferit acțiunii metamorfismului. El confirmă aspectele ridicate cu ani în urmă privind existența huilelor de vîrsta oligocenă la Lupeni denumite huile chimice, huile a căror structură se apropie mai mult de aceea a huilelor geologice decît de aceea a cărbunilor bruni.

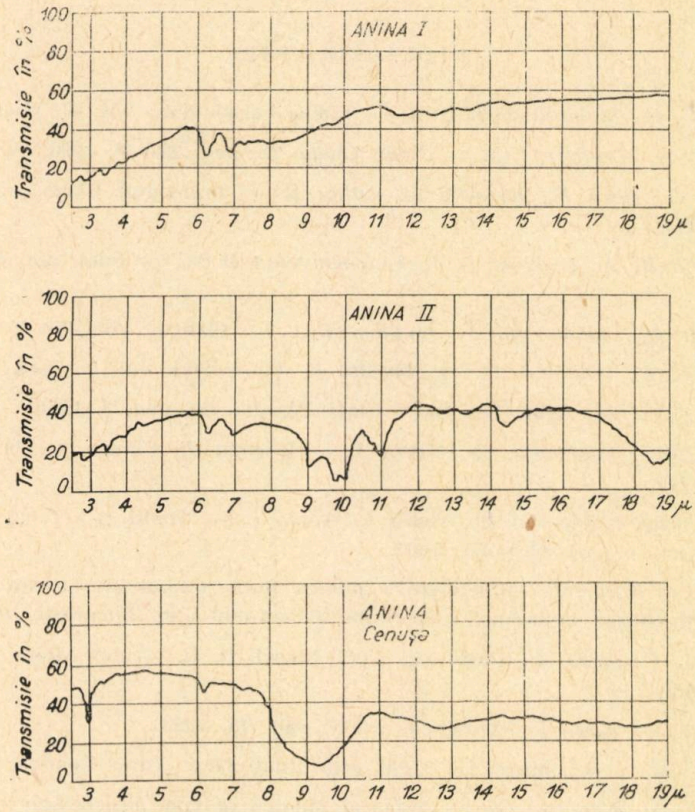


Fig. 6. Spectrele infraroșii ale unor probe de cărbuni de Anina și a cenușii rezultate din arderea lor.

3. Studiul corect al structurii cărbunilor, cu ajutorul spectrelor de absorbție în infraroșu nu este posibil decît ținînd seama de influența substanței anorganice, sterilul, care nu este total separabil de masa organică, în preparațiile mecanice curente.

4. La interpretările frecvențelor caracteristice masei organice a legăturilor carbon-oxigen de diverse tipuri din zona 7,7 μm (1300 cm^{-1}) — 10,1 μm (1000 cm^{-1}) și a benzilor aromatice din zona 11,1 μm (900 cm^{-1})

— 14,3 μm (700 cm^{-1}) trebuie avut în vedere faptul că în aceste zone este posibilă o influență deosebită din partea substanței anorganice, influență care ar putea erona rezultatele.

5. Frecvențele apărute în zona 14,3—20 μm (700—500 cm^{-1}) se datoresc în exclusivitate conținutului de steril din cărbune.

Laboratorul de combustibili
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Cannon C. G., Sutherland G. B. B.* — Traus. Farad. Soc., vol. 41, pag. 279, 1945.
2. *Friedel R. A., Queiser J. A.* — Anal. Chem. 28, pag. 22—30, 1956.
3. *Bergman G., Huck G., Karweie J., Luther H.* — Brennstoff Chem. vol. 33, pag. 135. 1954.
4. *Van Vucht H. A., Rietveld B. J., Van Krevelen D. W.* — Fuel, vol. 43, pag. 50, 1955.
5. *Gordon R. R., Adams W. H., Jenkins G. J.*, — Nature, vol. 170, p. 317, 1952.
6. *Kirkby W. A., Lukey J. M. A., Sarjant R. J.* — Fuel, vol. 33, pag. 3280, 1954.
7. *Hadzi D.*, — Diss. Acad. Sci. Slov. Class III, vol. 99, pag. 3, 1951.
8. *Blum I., Bîrcă Gălățeanu D., Nistor I.* — Revista de Chimie nr. 11, pag. 613, 617, 1958.
9. *Blum I., Bîrcă Gălățeanu D., Nistor I., Arcan L.* — Studii și cercetări de energetică nr. 3, pag. 349—357, 1962.
10. *Nistor I.* — Elemente caracteristice pentru huile românești. Lucrare de dizertație. Institutul Politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej"-București, 1958.
11. *Orckin M., Columbic C., Anderson J. E., Stroch H. H.* — Bur Mines — Bul. nr. 505, 1951.
12. *Schiedt U.*, — Appl. Spectroscopy, nr. 7, pag. 75, 1953.
13. *Lowry H. H.* — Chemistry of Coal utilisation, New York—London, 1964.
14. *Friedel R A., Retcofsky H.* — Spectral studies of coal Proceeding of the fifth conference on carbon, vol. 2, 1963, Pergamon Press.
15. *Roberts G.*, — Anal. Chem., 29, pag. 911, 1957.
16. *Durie R. A., Szewezyk J.* — Spectrochim Acta, 15, pag. 593, 1959.
17. *Blum I., Barca Fr., Bidulescu A.* — Bul. Institutului Politehnic „Gh. Gheorghiu-Dej" București, nr. 2, 1968.
18. *Szymanowsky W., Wisniewski R., Golebiowsky R., Olszewska I.* — Bull. Akad. polon., nr. 6, pag. 223—231, 1957.
19. *Fujii S., Yokayoma F.* — Nenryo Kyokalshi 37, pag. 643—7, 1950.

20. *Kasatocikin V. I.* — Proc. Symposium on the nature of coal. Central Fuel Research, Inst. Tealgara India, pag. 64—73, 1960.

21. *Bergman G., Huck G., Karweil I., Suther H.* — Brennstoff-Chem. 39, 5, 20—4 1958.

22. *Sutherland G. B., Fellgett P. B., Willis H. A* — Proc. conf. on ultrafine structure of coals and Cokes, BCURA, Londra 1944.

23. *Hadzi D.* — J. Phys. radium, 15, pag. 194—196, 1954.

24. *Elofson R. M.* — Can. J. Chem., 35, pag. 926—31, 1957.

25. *Cannon C. G.* — Nature 171, pag. 308, 1953.

26. *Ubanski T., Kuezinski W., Hofman W., Urbanik H., Witanowski M.* — Bull. Acad. polon nr. 7, pag. 207—14, 1959.

27. *Brooks J. D., Sternhell S.,* — Australian J. Appl. Sci. nr. 8, pag. 206—21, 1957.

28. *Nenițescu C. D.* — Chimie organică, pag. 93—94, Ed. Tehnică, 1966.

29. *Birică Gălățeanu D., Giurgea M., Iorga I., Sahini V., Țițeica R.* — Introducere în spectroscopia experimentală, Ed. Tehnică 1966.

30. *Avram M., Mateescu Gh. D.* — Spectroscopia în infraroșu aplicată în Chimia organică Ed. Tehnică, 1966.

31. *Rao C. N. R.* — Chemical aplications of infrared spectroscopy, Academie press — New York—London, 1963.

32. *Eliasevici M. A.* — Spectroscopia atomică și moleculară, Ed. Academiei R.S.R., 1966.

33. *Brown J. R.* — J. Chem. Soc. (London), pag. 744—52, 1955.

34. *Brooks J. D., Durie K. A., Sternhell S.* — Australlian J. Appl. Sci. nr. 9, pag. 63—80, 1958.

35. *Beergman G., Huck G., Karweil J., Luther H.* — Brennstoff Chem. nr. 35, pag. 175—76, 1954.

36. *Roy M. M.* — Fuel nr. 36, pag. 249—50, 1957.

37. *Depp E. A., Neuworth M. B.* — Brenstoff chem. nr. 39, pag. 90—2, 1953.

38. *Brown J. R.* — Fuel nr. 38, pag. 55—63, 1959.

39. *E. Preu* — Ultraratspektrographische Untersuchungen Von Xyliten und deren Umwandlungs produkten, Freiberger Forschungshefte A. 236, pag. 37—52, 1961.

40. *Friedel R. A.* — Infrared Spectra of Coal and, Other Carbonaceous Materials. Gordon Conferences on Coal, New Hampton N. H. 1952 and 1954.

41. *Friedel R. A., Pelipetz M. G.* — J. Opt. Soc. Am., nr. 43, pag. 1051, 1953.

42. *Hunt J. M., Wisherd M. P., Bonham L. C.* — Anal. Chem. nr. 22, pag. 1478, 1950

43. *Kiccey C. R., Doncette E. J.* — Nature nr. 182, pag. 785—6, 1958.

44. *Alexanian M.* — Ch. Compt. rend nr. 246, pag. 7192—5, 1958.

45. *Brown J. K.* — J. Chem. Soc. pag. 744, 1955.

46. *Mackoweky M. T.* — Proc. Intern. Com. for Coal Petrology Nr. 1954.

47. *Mannot G. A., Ladam A.* — Compt. rend. nr. 241, pag. 1939—41, 1955.

48. *Blum I.* — Clasificarea combustibililor solizi, Buletinul I.R.E. anul II nr. 1, Broşura 61.

49. *Blum I.*, La structure chimique et le processus chimique de la formation des charbons fossiles Annales des Mines des Roumanie, IX-e anné (1962).

50. *Blum I.* — Contribution a la classification des charbons roumains. Les charbons de Lupeni. Annales des Mines, de Roumanie X-e année (1927) nr. 11—12, pag. 538—543.

51. *van Krevelen D. V.* — Coal Science — Aspects of coal constitution. Elsevier publishing company (1957).

52. *Moenke H.* — Mineralspektren. Academie Verlag (Berlin) 1962.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z.: 669.162.2 : 662.613.1 : 691.5 : 661.683 : 669.046.58

SPEZIALZEMENTE AUS HOCHOFENSCHLACKEN *

ANNEMARIE PURI, I. TEOREANU, P. BALTĂ

I. *Einleitung*

Die Hochfenschlacken, welche latente hydraulische Eigenschaften haben, müssen angeregt werden. Diese Anregung geschieht meistens durch Zugabe von geeigneten Stoffen; man benützt zu diesem Zweck Portlandzement oder Kalk (basische Anregung), Gips (schwefelige Anregung), Kalziumchlorid.

Ausser den oben angeführten anregenden Stoffen wurde in einigen Arbeiten die Benützung von Natronsilikat angeführt. Bei Benützung eines Natronsilikates ($Na_2O.nSiO_2$) mit einem Modul (n) von ungefähr 1,4...1,5 erhielt man eine stärkere Anregung [1, 2, 3].

In der vorliegenden Arbeit — auf Grund einer Analogie mit säurefesten Zementen (welche man durch Mischung einer wässerigen Lösung von Natronsilikat mit kieselsäurehaltigen Stoffen erhält) deren Erhärtung meist durch Beigabe von Natronfluorsilikat beschläunigt wird — werden die Eigenschaften einiger, sowohl mit Natronsilikat als auch mit Natron- und Natronfluorsilikat angeregter Zemente mit Hochofenschlacke, sowie auch die Art wie diese Beigaben den Erhärtungsprozess der Hochofenschlacke beeinflussen, studiert. Gleichzeitig wurde der einfluss des Moduls des Natronsilikates auf die mechanischen Festigkeiten des erhaltenen Bindenmittels geprüft.

II. *Materialien und Untersuchungsmethoden*

Für die Untersuchungen wurde eine Hochofenschlacke von Hunedoara verwendet, deren Zusammensetzung in Tabelle 1 angegeben ist. Es wurde ein Natronsilikat mit dem Modul 3,45 und ein chemisch reines Natronfluorsilikat verwendet.

Tabelle 1

Prozentuelle Zusammensetzung der Hochofenschlacke

SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	Mn_3O_4	CaO	MgO	S	Unlösl.	Fe Metall
37,52	7,80	0,24	0,66	48,18	4,30	0,73	0,25	0,21

* Manuskript am 28 Februar 1968 eingegangen.

Es wurden plastische Widerstandsfähigkeiten sowie auch mechanische Festigkeiten und die chemische Widerstandsfähigkeit gemessen.

Die Bestimmung der plastischen Widerstandsfähigkeit wurde an Mischungen Schlacke — Sand (1 : 3) mit 33% Wasser (im Verhältnis zu der trockenen Mischung) mit verschiedenen Mengen Anreger, ausgeführt. Der Sand wurde bis zu einer Feinheit $R_{009}=6\%$ und die Schlacke bis $R_{009}=4\%$ vermahlen. (R_{009} bedeutet Rückstand auf dem Sieb mit Maschengrösse 0,09 mm).

Die Versuche wurden mit einem Plastometer mit Kegel ausgeführt; die plastische Widerstandsfähigkeit wurde auf Grund der Eindringtiefe des Kegels in den Mörtel mit der Gleichung [4]

$$R_p = k \frac{F}{h^2},$$

berechnet, in welcher :

R_p = plastische Widerstandsfähigkeit (dyn/cm²)
h = Eindrintiefe des Kegels (mm)
F = Aufladegewicht (g)
k = Konstante des Kegels.

Den Wert der Konstanten des Kegels erhält man aus dem Ausdruck :

$$k = \frac{100}{\pi} g \cos \frac{2\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

wobei α der Spitzenwinkel des Kegels ist.

Für die Bestimmung der mechanischen Festigkeiten wurde auch ein Mörtel 1 : 3 benützt, aber mit nur 11% Wasser. Für die Mischung wurde Normalsand der Körnung 0,2 bis 0,4 mm verwendet, während die Schlacke zu der gleichen Feinheit vermahlen wurde wie für die Bestimmung der plastischen Widerstandsfähigkeit. Es wurden Mikroproben angefertigt (Würfel und Prismen für die Bestimmung der mechanischen Festigkeiten und nur Prismen für die Bestimmung der chemischen Widerstandsfähigkeit).

Die Proben für die Bestimmung der mechanischen Festigkeit wurden in feuchtigkeitsgesättigter Atmosphäre aufbewahrt. Für die Bestimmung der chemischen Widerstandsfähigkeit wurden die Proben nach einer vorherigen siebentägigen Lagerung in feuchtigkeitsgesättigter Atmosphäre, in Schwefelsäurelösungen von verschiedenen Konzentrationen (0,01%; 0,1%; 0,5%; 1,0%; 5,0%; 10%) eingeführt.

Um festzustellen in welchem Grad der Wert des Moduls des Natriumsilikates seine Anregereigenschaften beeinflusst, war die Aufbereitung einiger Soda-Kiesel-Gläser nötig. Als Ausgangsstoffe wurden Sand (mit 98,5% SiO_2) und reines Natronkarbonat verwendet. Die Mischungen mit den entsprechenden Zusammenstetzungen wurden in einem, mit Metangas geheiztem Ofen bei ungefähr 1400°C geschmolzen. Die erhalteten Gläser wurden bis zu völligem Durchgang durch das

Sieb mit 10.000 Maschen pro cm^2, vermahlen. Um sie in Wasser zu lösen wurden sie geschüttelt und bis nahe 100°C erwärmt. Auf diese Art wurden Natronsilikatlösungen mit den Modulen 1 ; 1,5 ; 2 und 3 erhalten.

III. *Der Einfluss der Anreger auf die Erhärtung der Schlacke*

Die Forschungen Rebinders und seiner Mitarbeiter [4] heben hervor dass die Entwiklung einer räumlichen Erhärtungsstruktur in zwei Etappen stattfindet. In der ersten Etappe, im Prozess der Kristallisa-

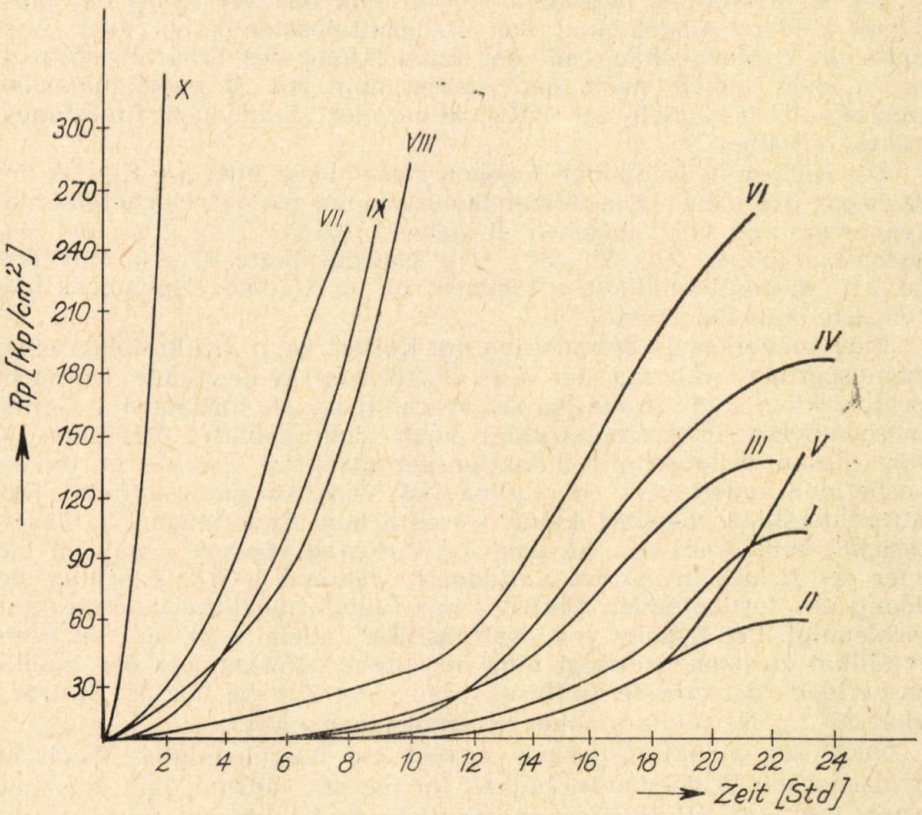


Abb. 1. Plastische Widerstandsfähigkeiten

X Schlacke mit 8% Na_2SiO_3 und 2% Na_2SiF_6
I Hochofenschlacke
II Schlacke mit 0.5% Na_2SiF_6
III Schlacke mit 1% Na_2SiF_6
IV Schlacke mit 2% Na_2SiF_6
V Schlacke mit 3% Na_2SiF_6
VI Schlacke mit 2% Na_2SiO_3
VII Schlacke mit 5% N_2SiO_3
VIII Schlacke mit 8% Na_2SiO_3
IX Schlacke mit 10% Na_2SiO_3

tion der neuen Formationen, entstehen zwischen den kleinen Kristallen der Hydratationsprodukte Kristallisations- oder Konkretionskontakte. Während der zweiten Etappe entstehen keine Kristallisationskontakte mehr ; es findet nur ein Wachsen der kleinen Kristalle, aus denen das Kristallschelett gebildet ist, statt ; dieser Prozess führt einerseits zur Festigung und Erhöhung der Widerstandsfähigkeit der Struktur, andererseits zur Entstehung von Spannungen im System. Aus dieser Darstellung des Mechanismus der Entwicklung der Festigkeitsstruktur folgt das Bestehen von optimalen Bedingungen für den ganzen Erhärtungsprozess.

Durch Messungen betreffend die Kinetik des Wachsens der plastischen Widerstandsfähigkeit der Bindemittelpasten kann man Auskünfte im Zusammenhang mit der Entwicklung des Erhärtungsprozesses in dem gleich nach der Anmachung mit Wasser folgenden Zeitintervall, bezüglich der Entwicklung der räumlichen Erhärtungsstruktur, erhalten.

Die Kurven in Abbildung 1 geben Aufschlüsse über die Kinetik des Wachsens der plastischen Widerstände sowohl einiger Hochofenschlackenpasten mit verschiedenen Beigaben : 0,5% ; 1% ; 2% und 3% Natronfluorsilikat ; 2%, 5%, 8%, 10% Natronsilikat ; 8% Natronsilikat und 2% Natronfluorsilikat zusammen, als auch einer Hochofenschlackenpaste ohne Beigaben.

Eine aufmerksame Betrachtung der Kurven zeigt das Bestehen einer Anfangsperiode während der die plastischen Widerstände vernachlässigbar klein sind ; in diesem Zeitabschnitt ist das fortlaufende Gerüst der räumlichen Erhärtungsstruktur noch nicht gebildet (Rebinder [4] nennt diesen Zeitabschnitt Induktionsperiode). Die Grösse der Induktionsperiode ändert sich in Gegenwart von Anregungsmitteln. Das Natronfluorsilikat bewirkt keine wesentlichen Änderungen in dieser Hinsicht ; bemerkenswert ist, dass ein Zuschlag von 0,5% und 3% die Dauer der Induktionsperiode verlängert, während 1—2% Zuschlag die Bildung des fortlaufenden Gerüstes der räumlichen Erhärtungsstruktur beschleunigt. Bei Zugabe von Natronsilikat allein oder mit Natronfluorsilikat zusammen erfolgt eine bedeutende Verkürzung der Induktionsperiode ; der grösste Einfluss ist bei einer Zugabe von 8% Natronsilikat mit 2% Natronfluorsilikat zusammen, bemerkbar.

Nach der Induktionsperiode erfolgt ein beschleunigtes Wachsen der plastischen Widerstandsfähigkeit für die mit Natronsilikat oder mit Natron- und Natronfluorsilikat angeregte Hochofenschlacke.

Das Vermischen der Paste während der Induktionsperiode, gleich nach dem für eine gute Homogenisierung nötigen Zeitintervall, beeinflusst die weitere Entwicklung der plastischen Widerstandsfahigkeit nicht. Vom Augenblick der Bildung des Gerüstes der Widerstandsstruktur angefangen, ruft jedes Vermischen eine Verminderung der plastischen Widerstandsfähigkeit hervor (Abb. 2, Kurve 2) ; die Kristallisationskontakte werden zerstört. Von einem bestimmten Zeitpunkt angefangen führt jede Vermischung zur vollkommenen Annulierung

der plastischen Widerstandsfähigkeit des Systems; es erfolgt auch nachträglich kein Wachsen mehr (Abb. 2, Kurve 3); bemerkenswert ist dass die Hydratisierung des Bindemittels zu diesem Zeitpunkt bei weitem noch nicht beendet ist. Diese Feststellungen bestätigen auch für die, nach der in dieser Arbeit benützten Methode, angeregte Hochofenschlacke, die oben angeführte Darstellung für den Mechanismus

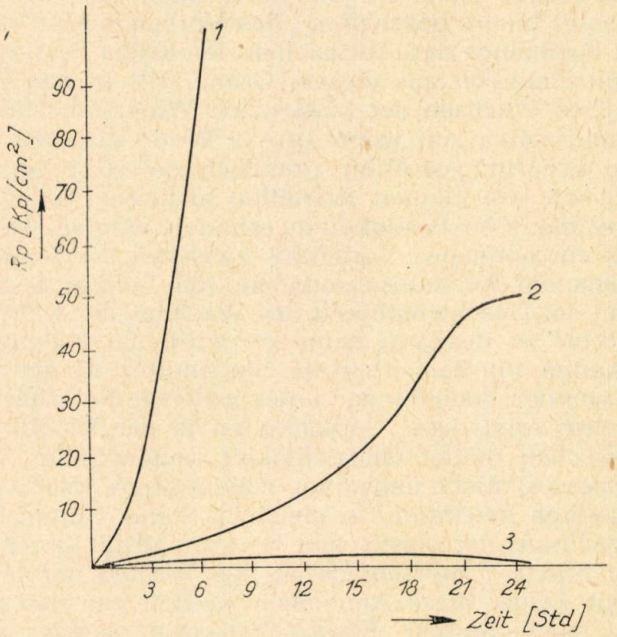


Abb. 2. Plastische Widerstandsfähigkeit. Schlacke mit 8% Na_2SiO_3.

1 Nichtzerstörte probe
2 Nach 30 minuten zerstörte Probe
3 Nach 7 Stunden zerstörte Probe

des Prozesses der Bildung und Entwicklung der Erhärtungsstruktur der Bindemittel. Nach dieser Darstellung entsteht in der vermischten Paste, in welcher die Hydratisierung nicht mehr von Erhärtung begleitet ist, eine grosse Menge Hydratationsprodukte der Ausgangsstoffe, was zu einer Verminderung der Übersättigung in der flüssigen Phase führt; die Möglichkeit des Auftauchens neuer Kristallkeime und Kristallisationskontakte wird folglich sehr klein, hingegen wird das Wachstum der Einzelkristalle begünstigt.

Alle diese, für die Kinetik der Entwicklung der Erhärtungsstruktur wichtigen Momente hängen in grossem Masse von der Gegenwart, Art und Menge der benützten Anreger (wie aus den, im Zusammenhang mit der Kinetik des Wachsens der plastischen Widerstandsfähigkeit erhaltenen Ergebnissen hervorgeht) ab.

Es wurde gezeigt dass die Entwicklung der Erhärtungsstruktur vom Auftauchen von inneren Spannungen im Kristallgerüst begleitet ist. Wenn Bedingungen für das Auftauchen einer grossen Anzahl von Kristallisationskeimen und Kontakten geschaffen werden, erhält man kleinere innere Spannungen. Bei den mit Natronsilikat oder mit Natron- und Natronfluorsilikat angeregten Hochofenschlacken werden Bedingungen für eine rasche Überstättigung der Lösung welche sich beim Anrühren mit Wasser bildet, geschaffen ; das Vorhandensein einer grossen Übersättigung begünstigt das Auftauchen der Kristallisationskeime und Kontakte. Wahrscheinlich aus diesem Grund tritt in den untersuchten Fällen ein rasches Wachsen der plastischen Widerstandsfähigkeit nach kurzen Erhärtungszeiten auf, wobei grosse Werte erhalten werden.

Wenn die Erhärtungsstruktur praktisch gefestigt ist, so bewirkt das Vorhandensein von kleinen Kristallen in ihrem Aufbau dass nicht sehr grosse mechanische Festigkeiten erhalten werden. Es ist folglich notwendig das ein optimales Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit des Auftauchens der Kristallisationkeime (um innere Spannungen zu vermeiden) und der Geschwindigkeit des Wachens der Kristalle (um die Erhärtungsstruktur zu festigen) gefunden wird, um maximale mechanische Festigkeiten für das erhärtete Bindemittel zu erhalten. Dieses Verhältnis ist von den Bedingungen unter welchen die Erhärtung erfolgt, abhängig. Hieraus folgt dass Ähnlichkeiten in der Kinetik des Wachsens der plastischen Widerstandsfähigkeit (anfänglicher Verlauf des Erstarrungsprozesses) nicht unbedingt naheliegende Werte der mechanischen Festigkeiten bewirken ; in gleichem Sinne, Unterschiede in der Kinetik des Wachsens der plastischen Widerstandsfähigkeit haben nicht unbedingt ersichtliche Unterschiede in den Werten der mechanischen Festigkeiten zur Folge. Diese Annahmen werden von den in Tabelle 2 eingetragenen mechanischen Festigkeitswerten, welche auf Mikroproben, für mit Natronsilikat angeregte Hochofenschlacke erhalten wurden, bestätigt.

Tabelle 2

Mechanische Widerstandsfähigkeiten an Mikroproben

Mechanische Widerstandsfähigkeit (kp/cm²)	Zerstörungsintervall (Tage)	Portlandzement	Schlacke	Schlacke mit 2% Na_2SiO_3	Schlacke mit 5% Na_2SiO_3	Schlacke mit 8% Na_2SiO_3	Schlacke mit 10% Na_2SiO_3	Schlacke mit 8% Na_2SiO_3 und 2% Na_2SiF_6
Biegezugfestigkeit	3	8,31	2,26	5,33	5,65	6,7	4,27	17,01
	7	11,71	2,6	7,6	7,49	7,02	5,57	13,43
	28	29,8	3,8	11,4	10,45	6,65	6,57	14,63
Druckfestigkeit	3	25,9	6,25	35,0	57,67	50,1	77,43	118,8
	7	47,1	8,34	—	—	54,83	—	157,43
	28	91,8	19,45	—	—	68,73	—	154,3

IV. *Der Einfluss der Anreger auf die mechanische Festigkeit und chemische Widerstandsfähigkeit der erhärteten Hochofenschlacke*

Aus den für die mechanischen Festigkeiten erhaltenen Werten geht hervor dass eine Zugabe von Natronfluorsilikat allein keine Anregung der Hochofenschlacke bewirkt. Natronsilikat bewirkt eine bemerkenswerte Anregung der Schlacke; es werden sehr hohe mechanische Festigkeiten — besonders Druckfestigkeiten — erhalten. Die besten Ergebnisse wurden bei einer Zugabe von 8% Natronsilikat und 2% Natronfluorsilikat zusammen, erhalten ; dieses Bindenmittel hat die Eigenschaften von einem Zement mit grosser Anfangsfestigkeit.

Wenn als Anreger ein Natronsilikat mit kleinen Modulen gewählt wird, erhält man bedeuten höhere Werte für die mechanischen Festigkeiten. Es wurde festgestellt dass, mit dem Senken des Moduls von 3 zu 1 (bei einer Zugabe von 8% Natronsilikat) der hydraulische Wert *) der erhärteten Schlacke von ungefähr 300 kgf/cm² auf über 1300 kgf/cm² steigt. (Abb. 3)

Dieser Einfluss ist leicht verständlich wenn man beachtet dass die Natronsilikatlösung sowohl wie ein selbstständiges Bindemittel als auch besonders als alkalischer Anreger wirkt. Es ist normal dass mit der

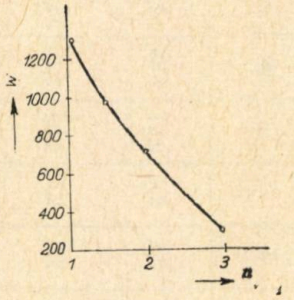


Abb. 3. Einfluss des Moduls (n) auf den hydraulischen Wert

Zunahme der Menge des alkalischen Oxyds (bedingt durch das Senken des Moduls) die anregende Wirkung des Natronsilikates steigt, was auch festgestellt werden konnte.

Die Zugabe von Natronsilikat und Natronfluorsilikat verbessert einigermassen das Verhalten dieser Bindenmittel in Gegenwart von Säuren bei relativ kleinen Konzentrationen. (Tab. 3 und Abb. 4)

Man kann beobachten dass die Proben ohne Anreger oder mit einer Zugabe von 8% Natronsilikat in 5 prozentigen wässerigen Schwefelsäurelösungen zu Grunde gehen ; dieses Verhalten könnte auch durch den basischen Charakter der verwendeten Schlacke erklärt werden. Die Proben mit 8% Natronsilikat und 2% Natronfluorsilikat sind wider-

*) $W = R_{c7} + R_{c28} + 10R_{t7} + 10R_{t28}$ wobei R_{c7} und R_{c28} die Druckfestigkeiten, R_{t7} und R_{t28} die Biegezugfestigkeiten auf Mikroproben nach 7 bzw. 28 Tagen sind.

Tabelle 3

Chemische Widerstandsfähigkeit in Schwefelsäurelösungen verschiedener Konzentrationen.

(Biegezugfestigkeit)

Bindemittel	Chemische Widerstandsfähigkeit in kp/cm², für:																			
	Portlandzement					Schlacke					Schlacke mit 8% Na_2SiO_3					Schlacke mit 8% Na_2SiO_3 und 2% Na_2SiF_6				
Zeit (Tage)	3	7	15	28	60	3	7	15	28	60	3	7	15	28	60	3	7	15	28	60
H_2SO_4 0,01%	10,3	13,3	15,5	18,7	18,6	2,8	2,0	2,21	2,35	2,37	4,77	4,85	5,33	4,02	6,98	5,27	9,04	9,02	12,2	10,02
H_2SO_4 0,1%	10,3	13,7	16,2	19,0	17,3	2,9	2,0	2,09	2,49	2,48	6,38	—	5,47	7,02	8,83	9,22	11,8	11,5	11,5	12,26
H_2SO_4 0,5%	11,0	12,7	14,3	18,0	15,9	2,91	3,65	4,97	6,43	6,7	11,5	—	13,6	13,3	12,9	14,3	12,4	14,1	13,7	14,32
H_2SO_4 1%	10,1	13,8	14,9	19,3	17,8	2,7	4,13	7,21	9,12	4,67	16,6	14,2	16,5	16,5	16,6	12,1	—	—	—	14,0
H_2SO_4 5%	1,83	3,78	2,6	1,82	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,72	8,45	—	7,45	6,10

standsfähiger in Lösungen mit dieser Konzentration (das Verhalten von Portlandzement ist in diesem Fall ebenfalls minderwertiger); trotzdem erhält man für die Schwindung der mechanischen Festigkeit nach einer siebentägigen Lagerung in der Säurelösung $R_7 = 37\,\%$ und nach 28 Tagen $R_{28} = 49\,\%$.

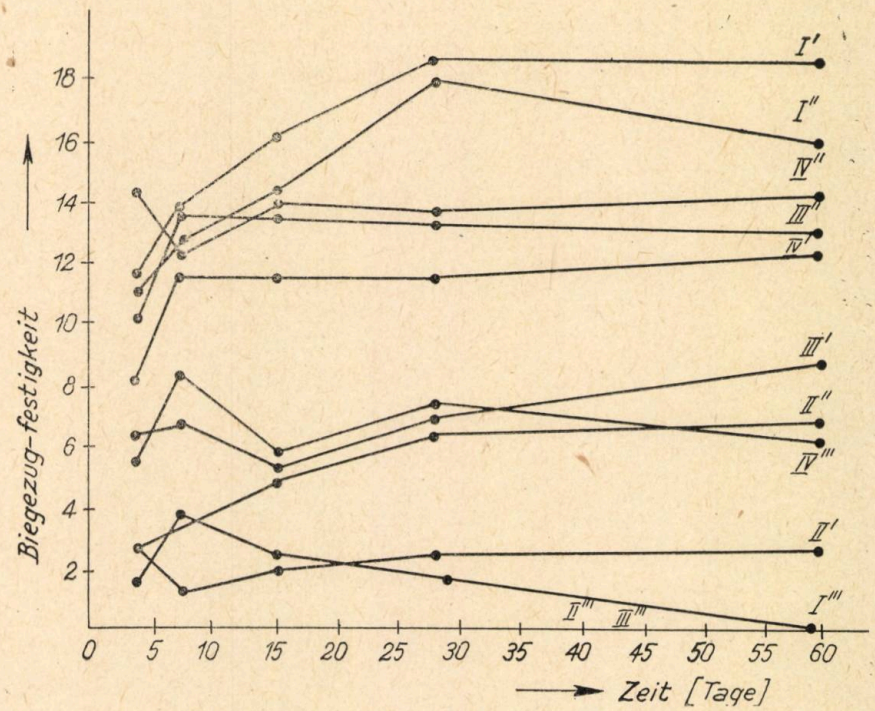


Abb. 4. Chemische Widerstandsfähigkeit

I Portlandzement
II Hochofenschlacke
III Hochofenschlacke mit 8% Na_2SiO_3
IV Hochofenschlacke mit 8% Na_2SiO_3 und 2% Na_2SiF_6
I'; II'; III'; IV'; — in 0,1 prozentiger Schwefelsäurelösung aufbewahrte Proben.
I''; II''; III''; IV'' — in 0,5 prozentiger Schwefelsäurelösung aufbewahrte Proben
I'''; II'''; III'''; IV''' — in 5 prozentiger Schwefelsäurelösung aufbewahrte Proben.

Lehrstuhl für Physikalische Chemie der Silikate
Polytechnisches Institut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATURANWEISUNGEN

1. V. V. *Constantinov, G. I. Pujanov* — Stroit. mat. 6 (8), 33 (1960.)
2. *A. P. Tarasova ş.a.* — Zastoikie beton i jelezobeton stroit., Dokl. Sovesk. Moskva (1965), p. 74—80 (publ. în 1966).
3. *B. S. Bobrov* — Izdelia met. slakov Ural. Nauki. — Issled. Proekt. Inst. Stroit. Mat., Moskva (1965), p. 211—221.
4. *E. E. Segalova, P. A. Rebinder* — Stroit. Mat. 6 (7), 21 (1960).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z. : 669.4 : 661.851.1/.2 : 546.818 : 661.833.532

RÉCUPÉRATION DU PLOMB SOUS FORME D'OXYDE DE PLOMB DES POUSSIÈRES VOLATILES PROVENANT DE LA MÉTALLURGIE NON-FERREUSE *

I. GH. CONSTANTINESCU, IRINA CONSTANTINESCU, V. MĂRCULEȚIU, IULIA STRUGARU

Dans la métallurgie non-ferreuse resultent annuellement des quantités importantes des poussières volatiles, des mélanges oxydés, provenant de grillage de quelques concentrés métallifères.

Le contenu de grande valeur de ces résidus aussi bien que la possibilité de leur dispersion dans l'atmosphère (ce qui contribue à la pollution de l'air) imposent d'étude des possibilités de récupération et de leur complexe valorification.

Les poussières volatiles contiennent une grande variété de composés métaliques, pour la plupart de oxydes de zinc et de plumb, de même que d'autre composés de quelques métals rares qui se trouvent d'habitude dans les minerais des métals non-ferreux.

On a proposé de nombreux procédés pour la valorification de ces résidus. Les technologies étudiées et appliquées pour l'usinage des poussières volatiles, sont en dépendance de leur composition et de leur contenu dans le métal utile.

Les procédés d'usinage peuvent être grupés, en grand, en pyrométallurgiques et hydrométallurgique.

Les procédés pyrométallurgiques qu'on utilise le plus fréquent, ont comme base la sintérisation, la briquetage et la recirculation des poussières volatiles dans le processus. Cette solution présent l'inconvenient que les quantités de matériels récirculés augumentent inutilement. Elles peuvent être appliquées obtenant une certaine efficience économique, seulement dans les cas où les poussières senrichissent devenant des métals utiles, afin de permettre leur usinage séparée (pyrométallurgique) en vue de récupérer les métals de grande valeur. L'usinage de ces poussières enrichies, est fait dans des fours rotatifs ou dans des installations à conche fluidisée.

* Ouvrage reçu à la rédaction le 23 Avriel 1968.

Les procédés hydrométallurgiques ont comme base la transformation des poussières volatiles en sulfates, après laquelle de ces solutions de sulfates, les métals sont separés par cémentation, hydrolise, cristallisation or par éléctrolyse.

Le sulfatage s'effectue tenant compte de la composition chimique et la structure des composants. Durant quelques procédés on utilise l'acide sulfurique dilué à condition que, les poussières volatiles contiennent les métals sous la forme d'oxydes. Si les poussières volatiles contiennent les métals sous forme de sulfures, on emploie l'acide sulfurique concentré.

Dans le travail ci-présenté, à la suite des essais de laboratoire, on propose un processus technologique permettant la récupération du plomb de poussières volatiles, sous la forme d'oxyde de plomb (PbO) et en fonction de la composition des poussières, la valorification des autres métals y contenus.

Processus technologique proposé

Pendant la première étape, les poussières volatiles sont attaquées avec de l'acide sulfurique, dans le réacteur (1) ; la plupart d'oxydes métaliques qui sont contenus dans les poussières volatiles, étant solubles, passent en solution sous forme de sulfates ($ZnSO_4$; $CuSO_4$; $CaSO_4$, etc.). Le sulfate de plomb, insoluble, reste dans le résidu solide.

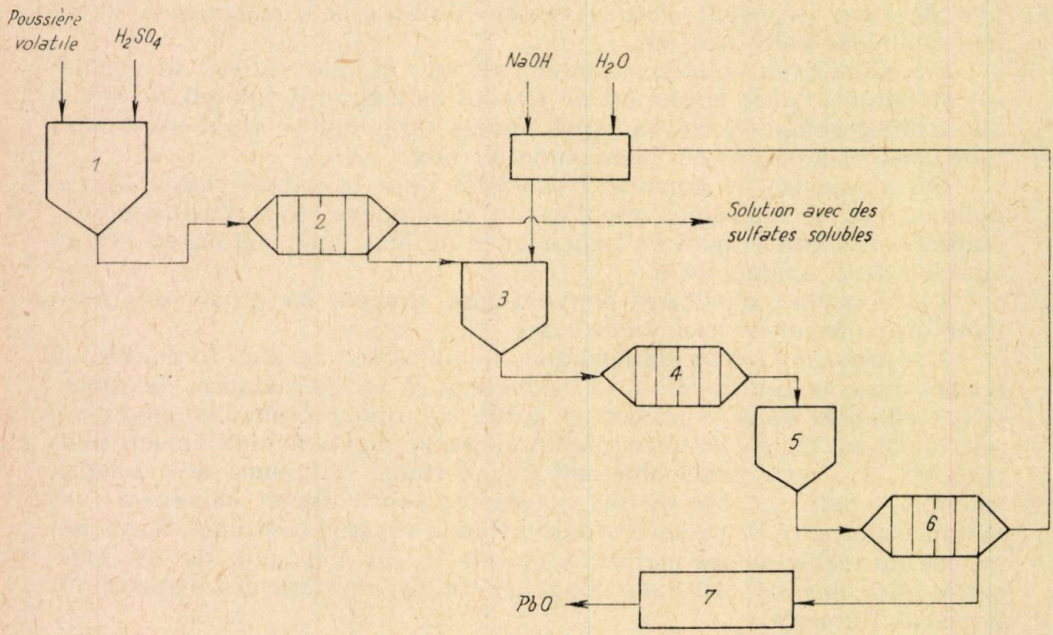


Fig. 1. Installation pour la recuperation du plomb (sur forme d'oxyde da plomb) provenant des poussières volatiles

Les produits de cette réaction sont dirigés vers un filtre (2) où la solution contenant des sulfates solubles, est conduite vers l'usinage, en vue de récupérer quelque métals non-ferreux et rares.

Le résidu insoluble contenant dans la plupart du sulfate de plomb, à côté de silicats, est lavé avec de l'eau pour eliminer les traces d'acide et le reste de sulfates solubles.

Pendant la seconde étape, le résidu se trouvant sur le filtre, est introduit dans un récipient (3) où il sera traité à chaud, avec de l'hydroxyde de sodium. Le sulfate de plomb se disout, devenant plombite de sodium, en formant aussi du sulfate de sodium, l'un et l'autre étant solubles. On elimine de la solution obtenue, les eventuels produits insolubles, par filtration, employant un filtre (4) au tissu métalique.

La solution claire est dirigée vers un réacteur (5) où, à l'aide d'une solution-tampon (ph 8,5—9), l'hydroxyde de plomb se précipite. À l'aide d'un filtre (6) on sépare le précipité formé employant une solution que contient de l'hydroxyde de sodium et sulfate de sodium.

La solution, corrigée, est recirculée dans le processus. Le précipité est lavé avec de l'eau, après laquelle elle est dirigée vers un calcinateur (7) où on obtient l'oxyde de plomb sous la forme de poussière. La pureté de l'oxyde de plomb obtenu de cette manière est d'environ 99% et permet l'employer dans des fabrications courentes.

Déterminations expérimentales

Les déterminations expérimentales ont été effectuées sur quelque preuves provenant de l'usine „1 Mai" Firiza, Baia Mare, Tableau 1.

Tableau 1

composés		preuves
cuivre	%	61
plomb	%	11,83
zinc	%	0,7
cadmium	%	0,9
sélenium	%	0,004
germanium	%	0,0005
arsen	%	0,5
bioxyde de silice	%	22,8

Pendant les essais effectués, on a etudié les paramétres qui influent le déroulement de deux étapes du processus.

1. **Les paramètres intervenant dans le processus d'obtention du sulfate de plomb provenant de poussières volatiles.**

a) *Influence de la concentration de l'acide sulfurique* (fig. 2).

Considérant qu'on travaille a une température de 90°C, le temps de réaction étant d'une heure et le rapport entre les réactants de 1,5:1

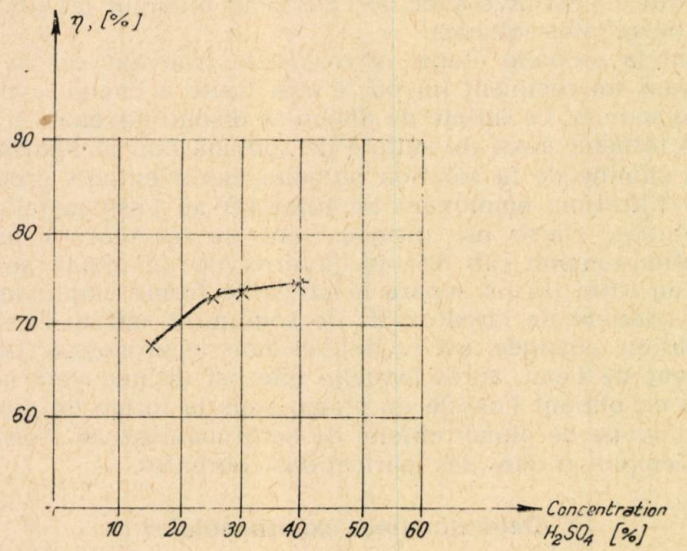


Fig. 2. L'influence de la concentration H_2SO_4 sur le degré de transformation du Pb (de poussières volatiles) en $PbSO_4$

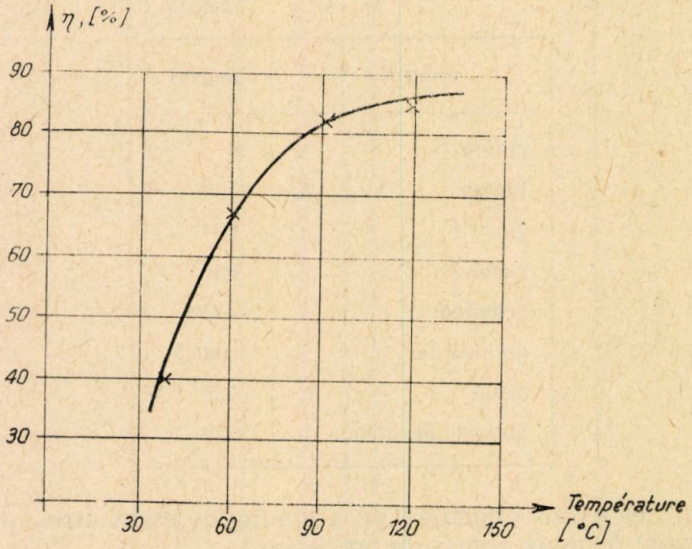


Fig. 3. L'influence de la température sur la reaction entre les poussières volatiles et l'acid sulfurique.

(moles H_2SO_4 : moles Pb de poussières) — on constate qu'un degré élevé de transformation on obtient à des concentrations du H_2SO_4 de 25%.

b) *Influence de la température* (fig. 3). On a travaillé avec de l'acid sulfurique 25% dans les conditions qui ont été indiquées au point p.l.a. et on a determiné qu'un degré élevé de transformation est réalisé aux températures comprises dans l'interval 90—110°C.

c) *Influence du rapport entre les réactions R (fig. 4)* (Moles H_2SO_4 : moles Pb de poussières).

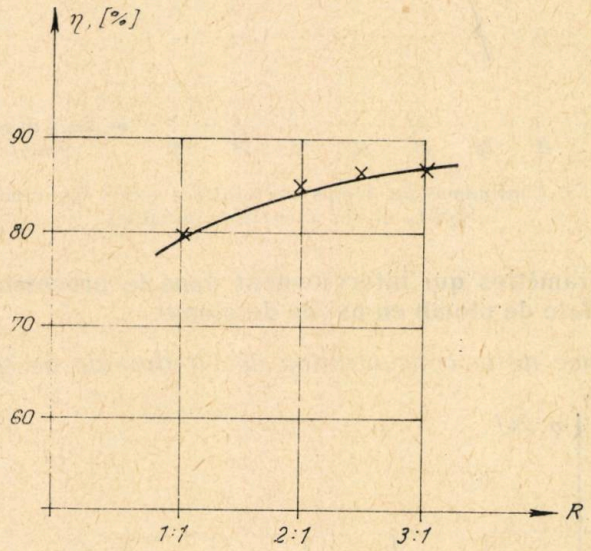


Fig. 4. Influence du rapport R entre les réactants (H_2SO_4/ Pb) de poussières volatiles.

Les determinations ont été effectuées à une température de 90°C, avec un acide sulfurique de 25% concentration, durant une heure, un degré convenable de transformation, étant obtenu à un rapport entre les réactants de 1 : 1.

d) *Influence du temps de contact* (fig. 5).

On a travaillé à une température de 90°C avec de l'acide sulfurique d'une concentration de 25% et dont la valeur du rapport *R* est de 1 : 1,

Le temps optimum de contact est d'environ 60 minutes.

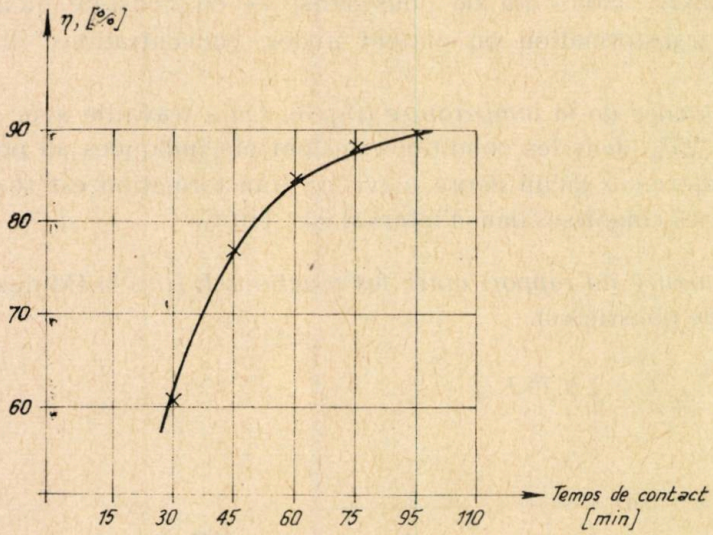


Fig. 5. L'influence du temps de contract entre les réactants H_2SO_4 et les poussières volatiles.

2. **Les paramètres qui interviennent dans le processus de transformation du sulfate de plomb en oxyde de plomb.**

a) *Influence de la concentration de l'hydroxide de sodium* (fig. 6).

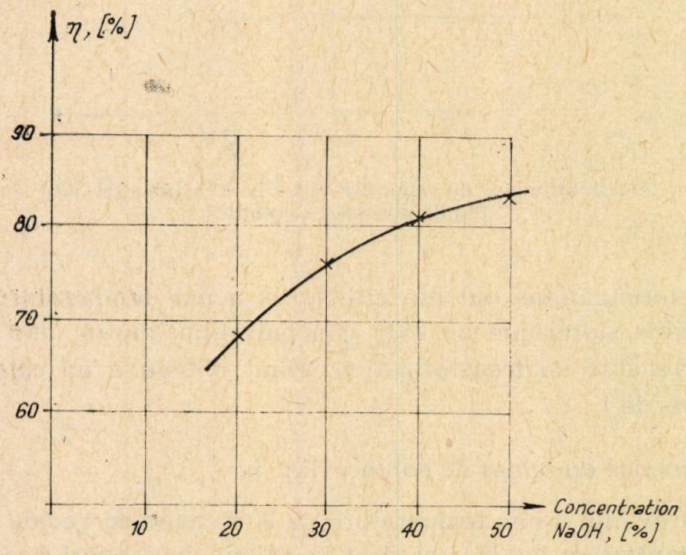


Fig. 6. Influence de la concentration NaOH sur le degré de transformation du Pb SO_4 en oxyde de plomb

Un degré élevé de transformation on obtient travaillant à une température de 120°C, le temps de réaction, 30 minutes, le rapport entre les réactants (R moles NaOH : moles $PbSO_4$) étant 10 : 1, avec de l'hydroxyde de sodium d'un concentration de 40%.

b) *Influence de la température* (fig. 7).

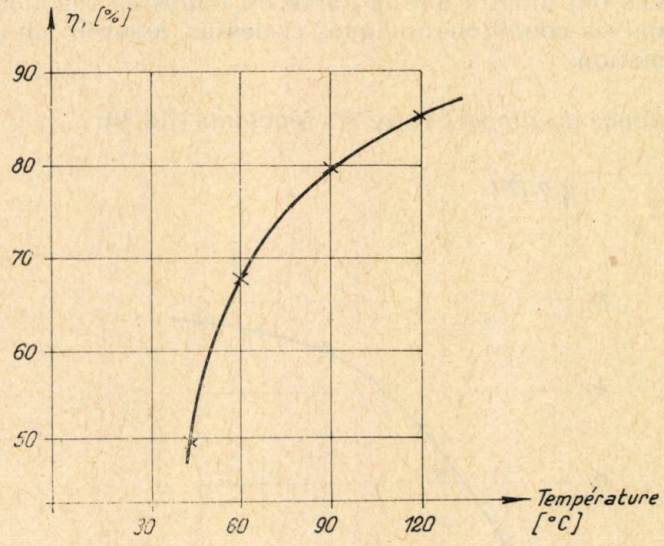


Fig. 7. Influence de la température sur la réaction entre $PbSO_4$ et NaOH

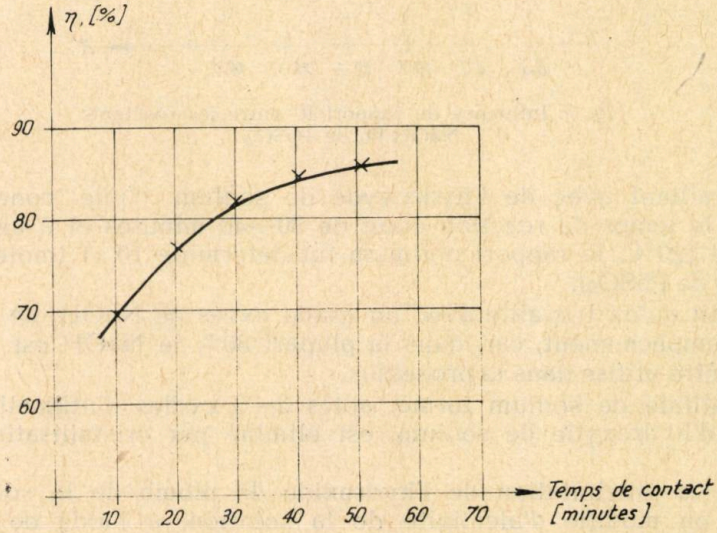


Fig. 8. Influence du temps de contact dans la réaction entre NaOH et $PbSO_4$

Travaillant dans les conditions indiqueées au point p.2a on arrive à un degré maximum de transformation, à une température de 110°—120°C.

c) *Influence du temps de réaction* (fig. 8).

Les essais ont montré que la durée du temps de réaction de 30—40 minutes, dans les conditions indiqués ci-dessus, assurent un degré élevé de transformation.

d) *Influence du rapport entre les réactants* (fig. 9).

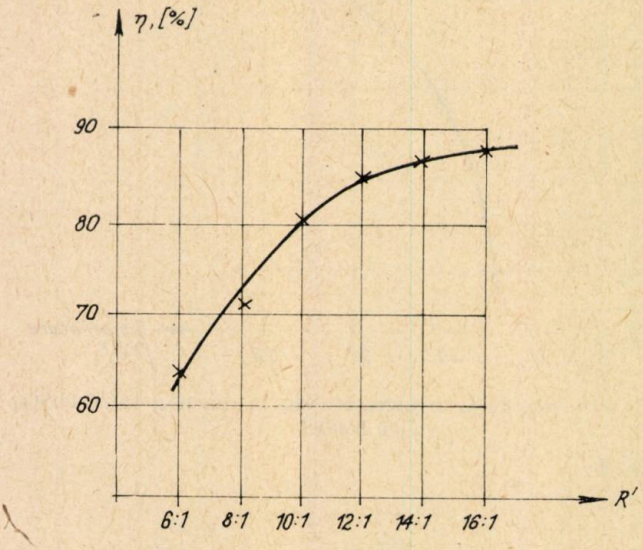


Fig. 9. Influence du rapport R' entre les réactants NaOH/Pb de $PbSO_4$

Travaillant avec de l'hydroxyde de sodium d'une concentration de 40%, le temps de réaction étant de 30—40 minutes et à une température de 120°C, le rapport optimum fut déterminé 10 : 1 (moles NaOH: moles Pb de $PbSO_4$).

Le fait qu'on travaille avec un grand excés de NaOH, ne constitue pas une empêchement, car, dans la plupart 80% le NaOH est récupéré, pouvant être utilisé dans le processus.

Le sulfate de sodium formé, après 2—3 cycles d'utilisation de la solution d'hydroxyde de sodium, est eliminé par cristallisation et filtration.

Pour la précipitation de l'hydroxide de plomb de la solution de plombit, on modifie d'alcalinité de la solution, à l'aide de l'acétate d'ammonium, quand à un ph=8,0—9,0 a lieu une précipitation totale de l'hydroxyde de plomb.

L'hydroxyde de plomb, par chauffage à une température de 150°C, se déshydrate et on obtient l'oxyde de plomb.

L'analyse de l'oxyde de plomb obtenu par la méthode ci-dessus citée, indique une pureté, d'environ 99%.

Conclusions

Le procédé préconisé permet la valorification du plomb, provenant de poussières volatiles dans les conditions établies expérimentalement, sous forme d'oxyde de plomb, dans une proportion de 85%.

De même le procéde offre la possibilité de mettre en valeur les autres composés contenus dans la solution de sulfates solubles.

L'instalation proposée, ne réclame pas des outillages de construction spéciale et aucunes conditions technologiques spéciales.

La chaire de chimie technologique
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Bazany W.* — Resultats pratiques obtenus à l'usinage dans le four rotatif, des poussières provenant du four à cave, contenant plomb et zinc. — Freiberger, Farschungshefte, 1963, B 83 pag. 37—45.
2. *Boving T.* — Journ. of metals Nr. 10 Oct. pag. 659—661, 1958.
3. *Creangă O.* — Brevet roumain nr. 49832 din 1963.
4. *Ellerman R.* — Journ. of metals nr. 7 Iul. pag. 813—822, 1955.
5. *Fruchter M.* — Sulfatisation avec du sulfate ferreux des poussières volatiles de la métallurgie non-ferreuse. Revista de Chimie nr. 3, 1966, pag. 381—383.
6. *Lund R. E.* — Journal of metals Nr. 4 Aprilie 1957, pag. 608—612.
7. *Getwin L. S.* — Ţvetnîie metallî Nr. 10 oct. 1959, pag. 32—42.
8. *Presneţov V. D.* — L'usinage des poussières provenant des fours de réverbération de l'usine d'élaboration du four de Karskpaisk. Ţvetnîie Metallî 1964, nr. 10, pag. 26—29.
9. *Zelenskaia L. I.* — L'usinage hydrométallurgique des poussières volatiles provenant de la fonte de la scorie de cuivre, 1864. Moscou.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

ORGANE DE MAȘINI

C.Z.: 621.22 : 621.771.4 : 621.9.039 : 66.017

ZUR THEORIE DES DOPPELWALZEN-EXTRUDERS *

MIHAIL RENERT

Im Zuge der Entwicklung der Plastverarbeitungsmaschinen wird neuerdings auch dem Doppelwalzen-Extruder Aufmerksamkeit geschenkt. Auf die Theorie und Praxis dieser Maschine ist vor kurzem G. Schenkel ausführlich eingegangen [1]. Der teoretische Ansatz von Prof. Schenkel, für Newtonsch fliessende Schmelzen aufgestellt, soll hier auf nicht-Newtonsche Substanzen ausgedehnt werden **.

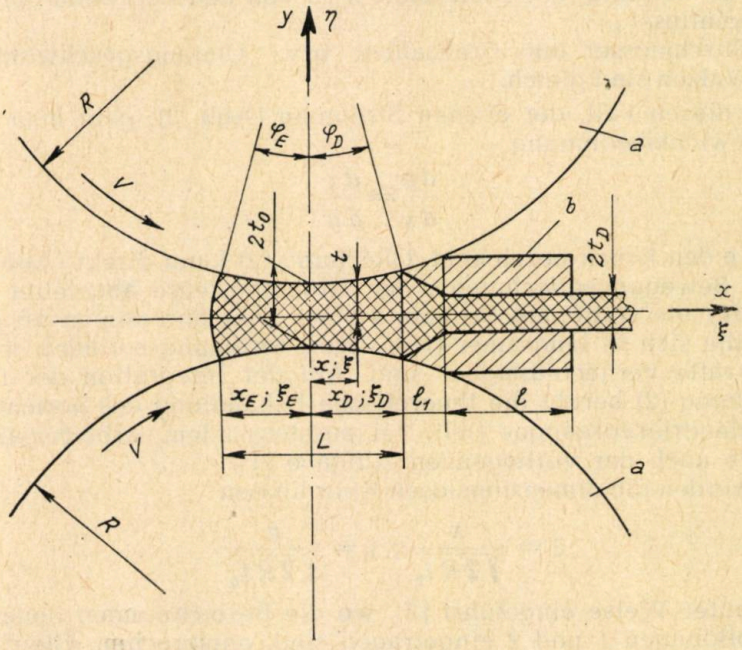


Abb. 1.

* Manuskript am 18 Ianuar 1968, eingegangen.
** S. auch das Ersatzmodell von H. Krüger [2].

Abbildung 1 zeigt das in Betracht gezogene Schema der Doppelwalzen-Maschine mit Breitschlitzdüse (a-Walze, b-Breitschlitzdüse). Der Ausdruck für das Reibungsgesetz der strukturviskonen Schmelze sei, nach Ostwald de Waele,

$$\tau = m\left(\frac{dv}{dy}\right)^{1/\varepsilon} \tag{1}$$

wo τ die Schubspannung, v — die Geschwindigkeitskomponente in Richtung x in einem Punkte dessen Koordinaten x und y sind und m und ε — rheologische Kennwerte bezeichnen. Die Untersuchung wird unter folgenden, im allgemeinen bekannten, Voraussetzungen durchgeführt:

a) die Temperatur des verarbeiteten Materials bleibt im Arbeitsspalt zwischen den Walzen wie auch in der Düse, konstant.

b) Die Grössenordnung des Geschwindigkeitsgefälles $\mathfrak{R} = (dv/dy)$ im Spalt zwischen den Walzen und in der Düse bleibt dieselbe;

c) unter diesen Annahmen können die Werte m und ε als konstant betrachtet werden;

d) der Druckabfall in der Eingangszone der Düse (Länge l_1 in Abb. 1) ist klein im Vergleich zum Druckabfall der der Länge l der „Parallelführung" entspricht;

e) der Vorgang im Arbeitsspalt wird von den Endzonen der Walzen nicht beeinflusst;

f) Durchmesser und Drehzahlen bzw. Umfangsgeschwindigkeiten beider Walzen sind gleich.

Für diesen Fall, der ebenen Strömung (Abb. 2), geht man von der Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d\tau}{dy} \tag{2}$$

aus, wo p den Druck bezeichnet. Gleichung (2) kann direkt (Abb. 3) oder aus den Bewegungsgleichungen der Strömungslehre abgeleitet werden. Sie gilt für die stationäre Strömung einer unkompressiblen zähen Flüssigkeit, die sich in langsamer (laminarer) Strömung befindet, wobei die Massenkräfte vernachlässigbar sind. Auf der Integration der Differentialgleichung (2) beruht die theoretische Behandlung des normale Walz- bzw. Kalandriervorganges (mit frei ausstossendem Arbeitsspalt) [3, 4, 5, 6], wie auch der vorliegenden Aufgabe [1].

Es werden die dimensionslosen Koordinaten

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{2Rt_0}}; \quad \eta = \frac{y}{\sqrt{2Rt_0}} \tag{3}$$

in bekannter Weise eingeführt [3], wo die Bezeichnungen denen die in den Abbildungen 1 und 2 eingetragen sind, entsprechen. Gleichung (2) wird somit

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{d\tau}{d\eta}. \tag{4}$$

Es ist zu bemerken, dass der Druck p den gleichen Wert auf der ganzen Spalthöhe $2t$ behält und nicht von y (bzw. η) sondern nur von x (bzw. ξ) abhängt:

$$p = p(\xi), \tag{5, a}$$

ebenso

$$\frac{dp}{d\xi} = \bar{p} = \bar{p}(\xi). \tag{5, b}$$

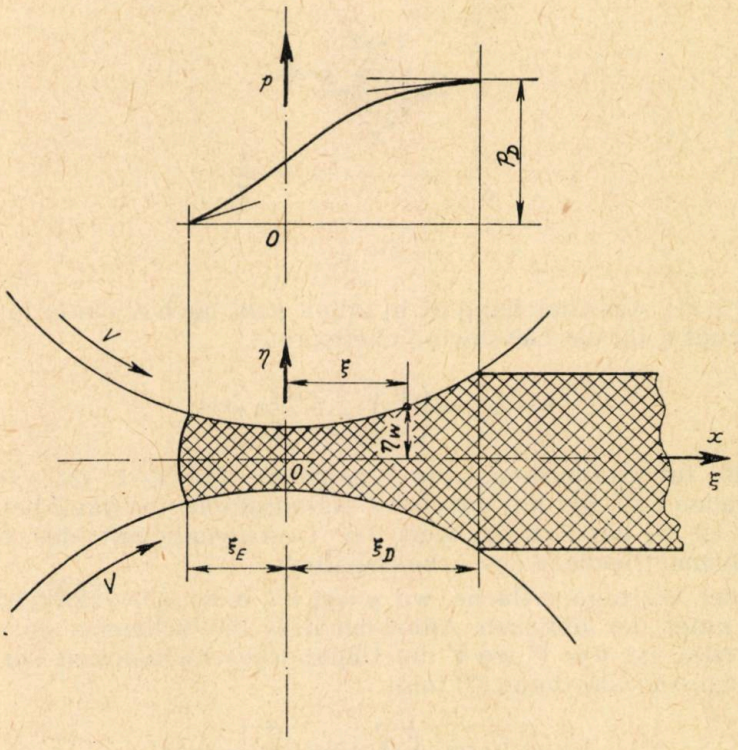


Abb. 2.

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (1) und (3) und der Bezeichung (5, b), erhält man aus Gleichung (4), durch Integration in Bezug auf η,

$$\frac{1}{\sqrt{2Rt_0}} \frac{dv}{d\eta} = \frac{\tau^\varepsilon}{m^\varepsilon} = \frac{\bar{p}^\varepsilon}{m^\varepsilon} \eta^\varepsilon, \tag{6, a}$$

oder

$$\frac{dv}{d\eta} = \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^\varepsilon \sqrt{2Rt_0}\, \eta^\varepsilon, \tag{6, b}$$

wo die Grenzbedingung

$$\frac{dv}{d\eta} = 0 \text{ für } \eta = 0$$

berücksichtigt wurde. Gleichung (6, b) besagt, dass das Geschwindigkeitsprofil $v = v\,(\xi, \eta)$, in einem im Abstande ξ vom Ursprung der Koordinatenachsen sich befindenden Längsschnitt durch den Arbeitsspalt, in der Ebene $\eta = 0$ einen Extremalwert annimmt. In der gleichen Ebene werden die der ξ—Achse parallelen Schubspannungen zu null

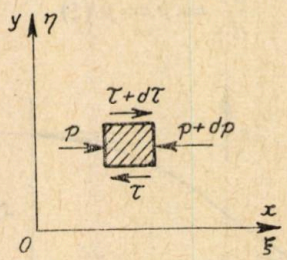


Fig. 3.

[Glchg. (6, a)]. Aus Gleichung (6, b) erhält man, nach erneuter Integration in Bezug auf η, für das Geschwindigkeitsprofil,

$$v - v_E = \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^{\varepsilon} \frac{\sqrt{2 R t_0}}{\varepsilon + 1}\, \eta^{\varepsilon+1}, \tag{7}$$

wo v_E die Integrationskonstante bezeichnet. Für $\eta = 0$ ist $v = v_E$: im vorliegenden Fall, der mit *gleicher Umfangsgeschwindigkeit* betriebenen Walzen, ist v_E der Extremalwert der Geschwindigkeit der Schmelze (in der Symmetrieebene des Arbeitsspaltes).

An der Walzenoberfläche, wo $y = y_w = t$, bzw. $\eta_w = t/\sqrt{2Rt_0}$ ist (Abb. 2 und 1), unter der üblichen Annahme dass die Schmelze an derOberfläche haftet, ist $v = V$ wo V die Umfangsgeschwindigkeit der Walzen bezeichnet. Aus Gleichung (7) folgt

$$V - v_E = \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^{\varepsilon} \frac{t^{\varepsilon-1}}{(2 R t_0)^{\varepsilon/2}\,(\varepsilon + 1)}$$

oder, mit der bekannter Näherung [3]

$$t \approx t_0\,(1 + \xi^2), \tag{8}$$

$$v_E = V - \left(\frac{p}{m}\right)^{\varepsilon} \frac{t_0^{\varepsilon+1}\,(1 + \xi^2)}{(\varepsilon + 1)\,(2 R t_0)^{\varepsilon/2}}. \tag{9}$$

Mit diesem Wert für v_E wird Gleichung (7)

$$v = V - \left(\frac{p}{m}\right)^{\varepsilon} \left[\frac{t_0^{\varepsilon+1}\,(1 + \xi^2)^{\varepsilon+1}}{(\varepsilon + 1)\,(2 R t_0)^{\varepsilon/2}} - \frac{\sqrt{2 R t_0}}{\varepsilon + 1}\, \eta^{\varepsilon+1}\right]. \tag{10}$$

Nunmehr kann der Durchsatz bestimmt werden, der einen im Abstande ξ von der kleinsten Spaltweite befindlichen, auf die ξ-Achse

senkrechten Schnitt von der Höhe $2t$ durchströmt. Es gilt, für 1 cm Walzenlänge, also für den *bezogenen* Durchsatz

$$Q^* = 2\int_{y=0}^{t} v\,dy = 2\sqrt{2Rt_0}\int_{\eta=0}^{t/\sqrt{2Rt_0}} v\,d\eta$$

oder, unter Berücksichtigung von Gleichung (10) für v, nach erfolgter Integration,

$$Q^* = 2\sqrt{2Rt_0}\left\{V\frac{t}{\sqrt{2Rt_0}} - \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^{\varepsilon}\left[\frac{t_0^{\varepsilon+1}(1+\xi^2)^{\varepsilon+1}}{(\varepsilon+1)(2Rt_0)^{\varepsilon/2}}\cdot\frac{t}{\sqrt{2Rt_0}} - \frac{\sqrt{2Rt_0}}{(\varepsilon+1)(\varepsilon+2)}\cdot\frac{t^{\varepsilon+2}}{(\sqrt{2Rt_0})^{\varepsilon+2}}\right]\right\}$$

und, nach Einführung von t_0 in Gleichung (8),

$$Q^* = 2t_0(1+\xi)\left[V - \left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^{\varepsilon}\cdot\frac{1}{(2Rt_0)^{\varepsilon/2}}\right]\frac{t_0^{\varepsilon+1}(1+\xi^2)^{\varepsilon+1}}{\varepsilon+2}. \qquad (11)$$

Da $Q^* = Q_D^*$ — bezogener Durchsatz der Düse — erhält man aus Gleichung (11) für das Druckgefälle

$$\left(\frac{\bar{p}}{m}\right)^{\varepsilon} = \frac{(\varepsilon+2)(2Rt_0)^{\varepsilon/2}}{t_0^{\varepsilon+1}(1+\xi^2)^{\varepsilon+1}}V\left[1 - \frac{Q_D^*}{2Vt_0(1+\xi^2)}\right]. \qquad (12)$$

Der Wert des Bruches $Q_D^*/2Vt_0$ — der die Bedeutung eines relativen, also dimensionslos gemachten Durchsatzes hat — ist, wegen der dem Walzenspalt nachgeschalteten Breitschlitzdüse, immer kleiner als 1. Da $\xi \in [-\xi_E, \xi_D]$, wo die Indizes E und D sich auf den Eingang in den Arbeitsspalt bzw. in die Düse beziehen (Abb. 2), ist $\xi^2 \geqslant 0$. Daraus folgt dass die rechte Seite der Gleichung (12) für keinen reellen Wert von ξ zu null wird und stets positiv bleibt. Ferner kann festgestellt werden, das $(d\bar{p}/d\xi) = d^2p/d\xi^2$ für $\xi = 0$ null wird. Es ist somit ersihchtlich, dass die Kurve $p = p(\xi)$ von $p = 0$ für $\xi = -\xi_E$ bis $p = p_D$ für $\xi = \xi_D$ stetig ansteigt und für $\xi = 0$ einen Wendepunkt aufweist. In den Punkten $(\xi_E, 0)$ und (ξ_D, p_D) ist $\bar{p} = \bar{p}(\xi) \neq 0$ — somit sind die entsprechenden Tangenten an der Kurve $p = p(\xi)$ *nicht* mit der ξ-Achse parallel. Ferner muss hervorgehoben werden, dass der Ausdruck für p den Faktor $(1+\xi^2)^{-\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right)}$ enthält: p nimmt mit steigendem ξ verhältnismässig rasch ab. Das bedeutet, dass eine Vergrösserung des Abstandes ξ_D (bzw. x_D) des Düseneinganges, über einen bestimmten Wert hinaus, keine merkliche Erhöhung des Druckes p_D mehr bewirkt. Etwa in Betracht kommende Maximalwerte $\xi_{D,\max}$, sind in Tabelle 1 angegeben. Beim Entwurf ist jedes Mal zu prüfen, dass Anwendung der Näherung (8) noch zulässig ist.

Tabelle 1

Grösstwerte für den Düsenabstnd

ε	$\varepsilon_{D,\max}$
1	4*
2	5
3	6
4	7

* nach [1]

Im allgemeinen Fall ist der rheologische Kennwert ε eine irrationale Zahl (ε > 1 ; für Newtonsche Schmelzen, ε = 1). Somit kann die Integration des Ausdruckes (12) für $\bar{p}=(dp/d\xi)$ nicht direkt durchgeführtwerden [1]. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wird hier auf den Mittelwertsatz der Differentialrechnung zurückgegriffen, wonach

$$p_D = p(\xi_D) - p(\xi_E) = (\xi_D + |\xi_E|)\,\bar{p}(\xi_m), \tag{13}$$

wo der Wert ξ_m passend zu ermitelln ist. In Gleichung (13) ist $p(\xi_E)=0$ und $p(\xi_D)=p_D$, somit ist

$$\bar{p}(\xi_m) = \frac{p_D}{\xi_D + |\xi_E|} = \frac{p_D \sqrt{2 R t_0}}{L}, \tag{14}$$

wo L die Länge des Arbeitsspaltes bezeichnet (Abb. 1). Für p_D erhält man aus der Formel für den bezogenen Durchsatz der Breitschlitzdüse, von der Länge l,

$$Q_D^* = \frac{1}{2^{\varepsilon+1}(\varepsilon+2)} \left(\frac{p_D}{m}\right)^{\varepsilon} \left(\frac{2 t_D}{l^{\varepsilon}}\right)^{\varepsilon+2}, \tag{15}$$

$$p_D = \left(\frac{\varepsilon+2}{2}\right)^{1/\varepsilon} \frac{m\,l}{t_D^{1+\frac{2}{\varepsilon}}} (Q_D^*)^{1/\varepsilon}. \tag{16}$$

Unter Berücksichtigung des Ausdruckes (16) für p_D ergibt sich aus Gleichung (14)

$$\left(\frac{\bar{p}_m}{m}\right)^{\varepsilon} \frac{\varepsilon+2}{2} \left(\frac{l}{L}\right)^{\varepsilon} \frac{(2 R t_0)^{\varepsilon/2}}{t_D^{\varepsilon+2}} Q_D^*, \tag{17}$$

[1] Für ε = 1 ist die Integration in [1] durchgeführt.

wo $\bar{p}(\xi_m)=\bar{p}_m$ notiert wurde. Einführung des Ausdruckes (17) für $(\bar{p}/m)$ in Gleichung (11), wo $\xi=\xi_m$ zu setzen ist, gestattet es den Durchsatz als

$$Q_D^*=2\,V\,\frac{t_m}{1+\left(\frac{l}{L}\right)^{\varepsilon}\frac{t_m^{\varepsilon+2}}{t_D^{\varepsilon+2}}} \tag{18}$$

auszudrücken, wo

$$t_m=(1+\xi_m^2)\,t_0 \tag{19}$$

die der Abszisse ξ_m entsprechende Spalthöhe ist. Da entsprechend Gleichung (14)

$$L=(\xi_D+|\xi_E|)\sqrt{2\,R\,t_0}=\lambda\sqrt{\frac{2\,R}{1+\xi_m^2}}\,t_m \tag{20}$$

ist, wo

$$\lambda=\xi_D+|\xi_E| \tag{21}$$

gesetzt und Gleichung (19) berücksichtigt wurde, wird Gleichung (18)

$$Q_D^*=2\,V\,\frac{t_m}{1+\left(\frac{l}{\lambda}\right)^{\varepsilon}\frac{t_m^{\frac{\varepsilon}{2}+2}}{\left(\frac{2\,R}{1+\xi_m^2}\right)^{\varepsilon/2}t_D^{\varepsilon+2}}}\cdot \tag{22}$$

Es ist leicht festzustellen, dass der Wert

$$t_{m,\,\mathrm{opt}}=\left(\frac{\lambda}{l}\right)^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon+4}}\cdot\frac{\left(\frac{2\,R}{1+\xi_m^2}\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+4}}t_D^{\frac{2(\varepsilon+2)}{\varepsilon+4}}}{\left(\frac{\varepsilon}{2}+1\right)^{\frac{2}{\varepsilon+4}}}, \tag{23, a}$$

beziehungsweise der Wert [s. Gl. (19)]

$$t_{0,\,\mathrm{opt}}=\frac{t_m}{1+\xi_m^2}=\left[\frac{\lambda^{\varepsilon}}{2^{\varepsilon+2}\left(\frac{\varepsilon}{2}+1\right)}\right]^{\frac{2}{\varepsilon+4}}\cdot\frac{1}{(1+\xi_m^2)^{\frac{2\varepsilon+4}{\varepsilon+4}}}\cdot\frac{(2\,t_D)^{\frac{2(\varepsilon+2)}{\varepsilon+4}}\cdot(2\,R)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon+4}}}{l^{\frac{2\varepsilon}{\varepsilon+4}}} \tag{23,b}$$

für den $(\partial\,Q_D^*/\partial\,t_m)=0$ wird, zum Maximalwert des bezogenen Durchsatzes

$$Q_{D,\,\mathrm{max}}^*=2\,V\,\frac{(1+\xi_m^2)\,t_{0,\,\mathrm{opt}}}{1+\frac{1}{\frac{\varepsilon}{2}+1}} \tag{24}$$

führt, wo ξ_m^2 noch zu bestimmen ist [1]. Gleichung (24) ergibt sich aus Gleichung (22), unter Berücksichtigung der Gleichungen (23) und (19). Aus Gleichung (24) folgt, für den *relativen* optimalen Durchsatz

$$q_{D,\max} = \frac{Q^*_{D,\max}}{2\,V\,t_{0,\,\mathrm{opt}}} = \frac{\varepsilon+2}{\varepsilon+4}(1+\xi_m^2) \tag{25}$$

und, da $q_{D,\max} < 1$,

$$\frac{\varepsilon+2}{\varepsilon+4}(1+\xi_m^2) < 1$$

also

$$\xi_m^2 < \frac{\varepsilon+4}{\varepsilon+2} - 1. \tag{26}$$

Da alle Werte ξ reell sind, ist $\xi_m^2 \geqslant 0$. Als Näherung soll im Mittel

$$\xi_{m,M}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon+4}{\varepsilon+2} - 1\right) \tag{27}$$

angenommen werden. Tabelle 2 enthält die für verschiedene Werte ε,

Tabelle 2

Mittlere Werte für ε_m

ε	$\xi_{m,M}^2$	$\xi_{m,M}$
1	0,335	0,579
2	0,250	0,500
3	0,200	0,447
4	0,167	0,409

Tabelle 3

Maximalwerte für den relativen optimalen Durchsatz $q_{D,\max}$

ε	$\xi_{m,M}$	Nach Gl. (23) berechnet	Nach [1]	
			berechnet	experimentell ermittelt
1	0,579	0,80	0,80	0,74 . . . 0,90
2	0,500	0,833	—	
3	0,447	0,856	—	
4	0,409	0,876	—	

[1] Es wird hier angenommen dass dieser, $Q^*_{D,\,max}$ entsprechende Wert $\xi_{m,M}$ von der Spalthöhe t_o bzw t_m unabhängig ist. Die auf Grund der folgenden Näherungsbetrachtung [Ungleichung (26) und Gleichung (27)] ermittelte Werte für $\xi_{m,M}$ führen zu Werten des relativen optimalen Durchsatzes, die mit bisher veröffentlichten Ergebnissen [1] befriedigend übereinstimmen (Tabelle 3).

nach Gleichung (27) berechneten Werte für $\xi^2_{m,M}$. In Tabelle 3 sind die entsprechenden Werte für den nach Gleichung (25) bestimmten relativen Durchsatz $q_{D,\max}$ eingetragen. Der für den Fall $\varepsilon = 1$ (Newtonsche Schmelze) bestimmte Werte $q_D = 0{,}80$ stimmt mit dem in [1] „exakt"" ermittelten überein. Für diesen Fall

$$(t_{0,\,opt})_{\varepsilon=1} = \left(\frac{\lambda}{1{,}5}\right)^{0,4} \left(\frac{t_D}{1{,}335}\right)^{1,2} \frac{(2R)^{0,2}}{l^{0,4}} \cdot \tag{28}$$

Über den Wert der dimensionslos gemachten Spaltlänge λ [Gl. (21)] ist folgendes zu bemerken :

— die Werte ξ_D sind Tabelle 1 zu entnehmen ;

— die Werte λ_E müssen aus der *Einzugsbedingung* des Werkstoffes in den Walzenspalt ermittelt werden. In erster Annäherung soll hier, nach [6] und [1], $\xi_E = 4$ angenommen werden.

Um nun den bezogenen Durchsatz $Q^*_{D,\max}$ aus Gleichung (25) zu berechnen, muss die Umfangsgeschwindigkeit der Walzen bekannt sein. Diese ist so gross zu wählen, dass am Eintritt der Düse der zur Erzielung einer ausreichenden Qualität des Erzeugnisses erfordliche Druck erreicht wird. Aus Gleichungen (16) und (25) erhält man zu diesem Zwecke

$$p_D = \left(\frac{\varepsilon+2}{2}\right)^{1/\varepsilon} \cdot \frac{m\,l}{t_D^{1+\frac{2}{\varepsilon}}} (q_{D,\max} \cdot 2\,V\,t_{0,\,opt})^{1/\varepsilon}$$

also

$$V = \frac{p_D^{\varepsilon}\, t_D^{\varepsilon+2}}{(\varepsilon+2)\, m^{\varepsilon}\, l^{\varepsilon}\, q_{D,\max} \cdot t_{0,\,opt}} \cdot \tag{29}$$

Zahlenbeispiel

Ausgangswerte : Walzendurchmesser $2R = 20$ cm ; Düsenspalt $2t_D = 0{,}2$ cm ; Düsenlänge $l = 4{,}4$ cm. Newtonsche Schmelze [1] mit $\varepsilon = 1$, $m = 5 \cdot 10^{-3}$ kp.s/cm²; erforderlicher Druck $p_D = 38$ kp/cm². Der der Einlaufstrecke in die Düse (Länge l_1, Abb. 1) entsprechende Druckverlust wird vernachlässigt.

Gemäss Tabelle 1 ist $\xi_D = 4$ anzusetzen. Mit $|\xi_E| = 4$ wird $\lambda = 8$ [Gl. (21)]. Da $\xi^2_m = 0{,}335$ ist (Tabelle 3), ergibt sich :

— aus Gleichung (23, b)

$$t_{0,\,opt} = \left(\frac{8}{1{,}5}\right)^{0,4} \times \left(\frac{0{,}1}{1{,}335}\right)^{1,2} \times \frac{20^{0.2}}{4{,}4^{0,4}} = 0{,}0868 \text{ cm} ;$$

— aus Gleichung (29)

$$V = \frac{38 \times 0{,}1^3}{3 \times 5 \times 10^{-3} \times 4{,}4 \times 0{,}8 \times 0{,}0868} = 8{,}64 \text{ cm/s} ;$$

[1] In diesem Falle ist bekanntlich $m \equiv \eta$ (dynamische Zähigkeit).

— aus Gleichung (25)

$$Q^{*}_{D,\max} = 0{,}8 \times 2 \times 8{,}64 \times 0{,}868 = 1{,}2 \frac{\text{cm}^3/\text{s}}{\text{cm Düsenbrete}}.$$

★

Der Verfasser dankt Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Schenkel, Leiter des Instituts für Kunststofftechnologie der Technischen Hochschule Stuttgart, für seine wertvollen Anregungen.

Lehrstuhl für Verfahrenstechnik
Polytechnisches Institutut „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bukarest

LITERATURVERZEICHNIS

1. *G. Schenkel:* Der Doppelwalzen-Extruder in Theorie und Praxis. Kunststoff und Gummi, 5, nr. 9, 1966, S. 305—310 (I) und nr. 10, S. 350—355 (II).

2. *H. Krüger:* Das Durchsatzverhalten eines Förderband-Düsensystems beim Verarbeiten nicht Newtonsch fliessender Substanzen. Kunststoff und Gummi, 4, nr. 7, 1965, S. 229—232.

3. *R. E. Gaskell:* The calendaring of plastic material. J. Appl. Mech. 17, nr. 3, 1950, S. 334—330.

4. *J. T. Bergen und G. W. Scott,* Pressure distribution in the calendaring of plastic materials. J. Appl. Mech. 18, nr. 1, 1951, S. 101—106.

5. *M. Renert:* Asupra teoriei procesului de calandrare a materialelor plastice. Mat. plastice, 3, nr. 3, 1966, S. 132—135.

6. *K. Malenko:* K teorii protessa kalandrirovaniia termoplasticeskih materialov. Himiceskoe maşinostroenie, Izd. Tehnika, Kiev, 1966, Bd. I, S. 87.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

C.Z.: 621.81 : 539.4 : 620.178 : 669.14

CONTRIBUȚII LA PRECIZAREA BAZELOR CALCULULUI DE REZISTENȚĂ LA SOLICITĂRI VARIABILE LA TEMPERATURI RIDICATE *

N. LAȘCU-SIMION

Relația dintre rezistența la oboseală și coeficientul de asimetrie al ciclului este exprimată de obicei în două tipuri de reprezentări:

— reprezentare în coordonate

$$\sigma_m - \sigma_v \text{ (diagrame Haigh)}$$

— reprezentare în coordonate

$$\sigma_m - \sigma_{max},\ \sigma_{min} \text{ (diagrame Smith)}$$

unde σ_m tensiunea medie a ciclului de solicitare, σ_v — amplitudinea tensiunii ciclului de solicitare, σ_{max} și σ_{min} — tensiunea maximă și minimă a ciclului de solicitare.

La temperaturi ridicate, problema determinării acestor diagrame prezintă un aspect deosebit ca urmare a faptului că în majoritatea cazurilor este necesar să se ia în considerare o durabilitate limitată (curba lui Wöhler are o alură continuu coborîtoare) ceea ce conduce la încercări numeroase și lungi, ele fiind practic încă în stadiul cercetărilor.

Gürtler și Schmidt [2] au trasat pe baza rezultatelor încercărilor unor oțeluri, efectuate la temperaturi ridicate diagramele rezistenței la tensiuni variabile pentru diferiți coeficienți de asimetrie a ciclurilor.

Rezultatele experimentale obținute conduc la situația prezentată schematic în figura 1. Porțiunea *AB* corespunde curbei limită în care ruperea se produce datorită fenomenului de oboseală iar porțiunea *BC* corespunde curbei limită în care deteriorarea elementului în cauză se produce ca urmare a fluajului.

În funcție de raportul între valorile rezistenței la oboseală (σ_{-1}) și de caracteristicile de fluaj (rezistența la fluaj corespunzătoare la h ore $\sigma_{r/h}$ sau limita de fluaj corespunzătoare unei deformații plastice ε și

* Manuscris predat la redacție la 12 martie 1968.

unei durate de h ore $\sigma_{\varepsilon/h}$) pentru diferite temperaturi, pot exista trei tipuri de curbe limită ale aceluiași material care sînt indicate în figura 2. Temperatura de încercare la care valorile tensiunilor corespun-

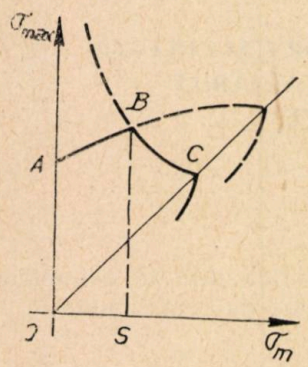


Fig. 1.

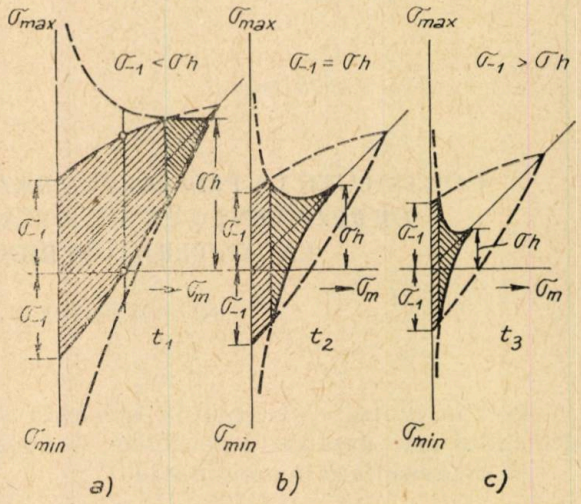


Fig. 2.

zătoare rezistenței la oboseală și a caracteristicii de fluaj sînt egale a fost denumită de către Gürtler și Schmidt temperatură de inversiune (fig. 2 b).

W. Trapp și R. Schwartz [3] au studiat pentru diferite temperaturi și diferiți coeficienți de asimetrie a ciclurilor, rezistența la oboseală a

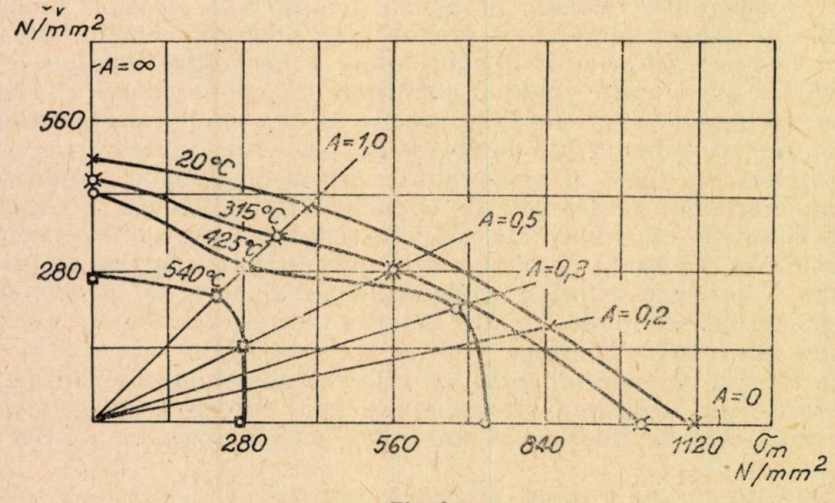


Fig. 3.

oțelului SAE 4340. Rezultatele obținute sînt prezentate în figura 3. Caracteristicile de fluaj luate în considerare corespund la 120 ore, iar baza pentru încercarea la oboseală 15×10^6 cicluri.

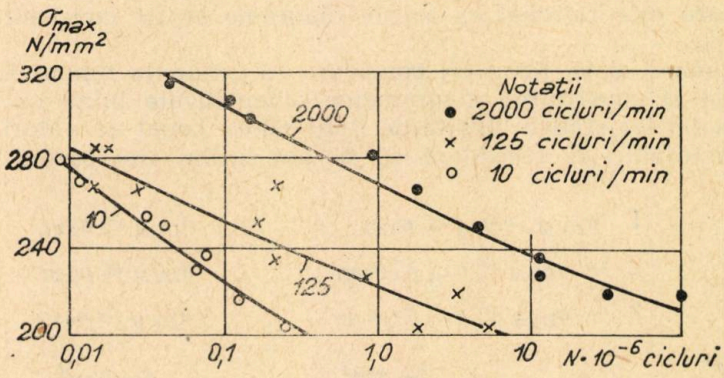


Fig. 4 a

Se poate remarca o alură diferită a curbelor în funcție de temperatură, observîndu-se o cădere bruscă a acestora la temperaturile mai ridicate.

Pe de altă parte la temperaturi ridicate factorul principal care caracterizează durabilitatea epruvetelor sau organelor de mașini este timpul atît în cazul solicitărilor statice (fluaj) cît și al solicitărilor variabile (oboseala). Ca urmare o influență considerabilă în cazul soli-

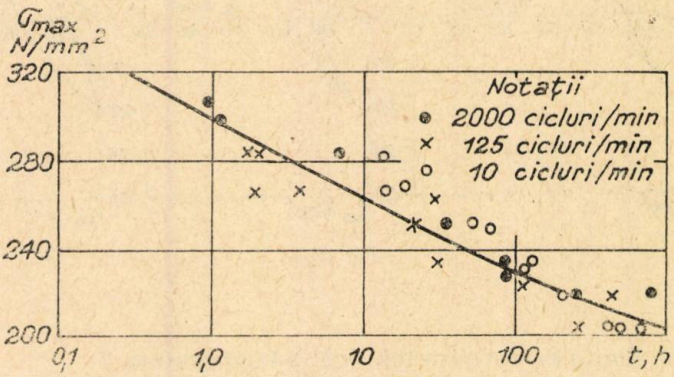


Fig. 4 b

citărilor variabile o are frecvența de variație a eforturilor unitare. În figura 4 sînt reprezentate diagramele rezistenței la oboseală în sistemul de coordonate „tensiune maximă — număr de cicluri" (Fig. 4 a) respectiv „tensiune maximă — timp" (Fig. 4 b) pentru diferite frecvențe

de variație ale tensiunii de încercare [4]. Diagramele sînt trasate pe baza încercării la temperatura de 450°C, a unor epruvete din oțel carbon (C=0,17%) solicitate la încovoiere cu ciclul alternant simetric. Se poate constata că în cazul temperaturilor ridicate și al frecvențelor uzuale de solicitare este rațional ca aceste diagrame să fie construite în coordonate σ_{max} —t.

M. Hempel și H. Krug [5] consideră că influența timpului poate fi evidențiată la construirea diagramelor schematizate luînd ca bază, în cazul solicitărilor statice limita de fluaj σ_{DVM}. Legat de valorile celorlalte caracteristici ei consideră că se pot întîlni trei cazuri tipice și anume :

$$\begin{array}{lll} 1 & \sigma_{DVM} > \sigma_{-1} < \sigma_{0,2/T} & \sigma_{DVM} < \sigma_{0,2/T} \\ 2 & \sigma_{DVM} < \sigma_{-1} < \sigma_{0,2/T} & \sigma_{DVM} \ll \sigma_{0,2/T} \\ 3 & \sigma_{DVM} < \sigma_{-1} > \sigma_{0,2/T} & \sigma_{DVM} \cong \sigma_{0,2/T} \end{array} \qquad (1)$$

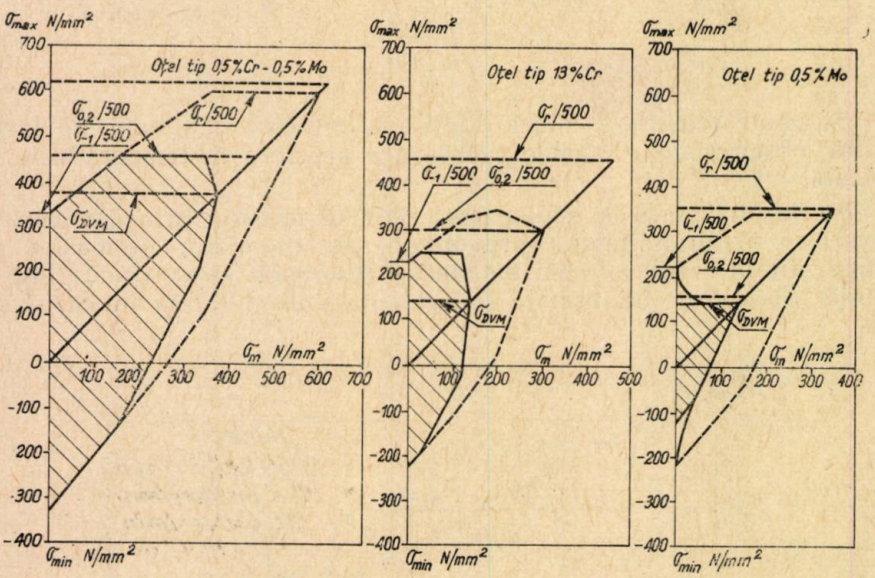


Fig. 5.

unde :

$\sigma_{0.2/T}$ — limita de curgere tehnică la temperatura T

σ_{-1} — rezistența la oboseală la temperatura T

σ_{DVM} — rezistența la fluaj DVM la temperatura T.

Aceste cazuri se pot întîlni la aceiași temperatură pentru materiale diferite (fig. 5) și la temperaturi diferite pentru același material.

K. Liharev și N. Malinin [6] propun ca influența timpului asupra rezistenței la oboseală la temperaturi ridicate pentru cicluri cu diferiți

coeficienți de asimetrie să fie pusă în evidență cu ajutorul diagramei tridimensionale a rezistenței la oboseală reprezentate în fig. 6. Această diagramă se trasează în sistemul de coordonate σ_m, σ_v, t. Pentru $t=0$ amplitudinea maximă a ciclului funcție de efortul unitar maxim, este reprezentată prin dreapta AB care taie pe axele de coordonate segmente egale cu rezistența la rupere. Pentru o valoare oarecare a timpului t

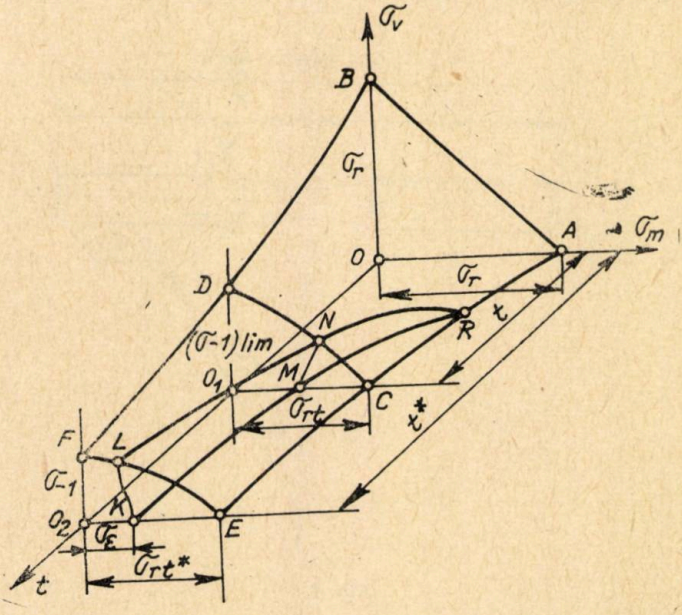


Fig. 6.

curba limită CD taie pe axa absciselor un segment egal cu rezistența la fluaj, iar pe axa ordonatelor un segment egal cu rezistența la oboseală pentru durata respectivă t. Numărul de cicluri corespunzător timpului t este determinat de frecvența de variație a tensiunilor. Suprafața $ABFE$ reprezintă suprafața rezistenței la oboseală, curba ACE diagrama rezistenței la fluaj în funcție de timp, iar curba BDF — diagrama rezistenței la oboseală pentru ciclul alternant simetric de variație a tensiunilor în sistemul de coordonate t—σ_v. Influența deformației plastice este evidențiată pe această diagramă prin suprafețele de tipul LNRMK care indică ciclurile limită la efectuarea cărora nu se produce ruperea dar deformațiile plastice corespund la o anumită valoare precizată ε_p. Curba KMR reprezintă diagrama limitei de fluaj a materialului în funcție de timp.

Deoarece necesitățile practice impun efectuarea calculului de rezistență la solicitări variabile al organelor de mașini iar acesta se poate face corect numai dacă se iau în considerare diagramele curbelor limită ale rezistențelor la oboseală, lipsa de date pentru majoritatea materia-

lelor obligă pe proiectant să utilizeze diagramele schematizate. Schematizarea curbelor limită ale rezistențelor la oboseală se face de obicei prin înlocuirea acestora prin segmente de dreaptă, pe baza unui număr minim necesar de caracteristici determinate experimental [7].

În vederea obținerii de date care să permită construirea diagramelor schematizate ale rezistenței la oboseală în cazul unor oțeluri româ-

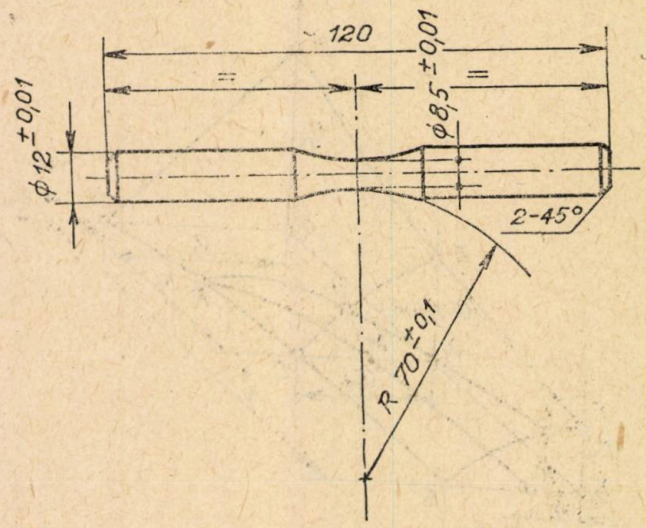


Fig. 7.

nești aliate cu crom utilizate la organe de mașini și instalații care lucrează la temperaturi ridicate s-au executat încercări de oboseală la diferite temperaturi *) în zona domeniilor de utilizare ale acestora.

Experimentările s-au efectuat pe două mărci de oțel cu compoziția chimică indicată în tabelul 1.

Epruvetele au fost preluate din șarje elaborate în condiții industriale.

Încercările la oboseală la temperaturi ridicate s-au executat pe o mașină rotativă de tip ONO — fabricație japoneză — la care tipul de solicitare al epruvetei este „încovoiere pură" (fig. 7). Rezultatele indicate, au fost conduse pentru stabilirea caracteristicilor corespunzătoare duratei de 1 000 ore fiind apoi extrapolate la 10 000 ore.

Încercările statice de durată (fluaj) au fost efectuate pe mașini de fluaj de tip VUZH-2000 — de fabricație cehoslovacă — și 5DSTM 702 — de fabricație AMSLER — conform STAS 6596-62.

*) Lucrările experimentale s-au efectuat în cadrul Institutului de Cercetări Metalurgice — București.

Tabelul 1

Nr. crt.	Marca de oțel	Semifabricat mm	Compoziția chimică % [1])											Observații
			C	Mn	Si	Cr	Mo	Ni	Nb	V	N	S	P	
1	15 MoNVC 120 (REFRICEM 2)	Țagle 40	0,15	0,40	0,20	10,50	0,30	0,80	0,25	0,30	0,040	max	max	Compoziția de marcă (oțel tip 12 % Cr)
			0,22	1,00	0,80	12,50	0,80	1,20	0,55	0,60	0,080	0,030	0,030	
			0,19	0,58	0,64	12,20	0,75	1,20	0,32	0,38	0,040	0,030	0,025	
2	OAT 3 STAS 2881-61	Țeava 114 × 18	max	0,30	0,50	1,00	0,45	—	—	—	—	max	max	Compoziția de marcă (oțel tip 1 % Cr — 0,5 % Mo)
			0,15	0,60	1,00	1,50	0,65					0,040	0,040	
			0,13	0,63	0,58	1,24	0,45	—	—	—	—	0,047	0,031	

[1]) Compozițiile chimice indicate se referă la determinările efectuate pe probe luate din epruvetele încercate.

Rezultatele încercărilor executate sînt prezentate în tabelul 2.

Pe baza acestor rezultate s-au construit diagramele schematizate ale rezistențelor la oboseală, în conformitate cu metoda Soderberg, Ujik și Smith.

S-a urmărit a se pune în evidență modul în care este modificată forma și mărimea acestor diagrame schematizate de influența factorilor timp și temperatură.

În figura 8 sînt reprezentate diagrame schematizate după metoda Smith în cazul oțelului aliat complex de tip 12% Cr încercat la temperaturile de 20 și 600°C și ale oțelului tip 1% Cr—0,5% Mo încercat la diferite temperaturi. Punctat sînt reprezentate diagramele schematizate construite în cazul în care s-a luat în considerare rezistența la oboseală la diferite durate de încercare corelat cu valoarea cea mai mare dintre limita de curgere convențională $\sigma_{0,2/T}$ la aceiași temperatură și cu rezistența la fluaj la aceiași durată și aceiași temperatură. Cu linie plină și suprafața cuprinsă hașurată sînt reprezentate diagramele schematizate rezultate în cazul în care s-a luat în considerare rezistența la oboseală la diferite durate de încercare corelat cu valoarea cea mai mică dintre rezistența la fluaj la aceiași durată de încercare și limita de curgere la temperatura de încercare respectivă. Diagramele corespunzătoare temperaturii de +20°C au fost trasate pentru o bază a încercării de 10^7 cicluri (cca 60 ore).

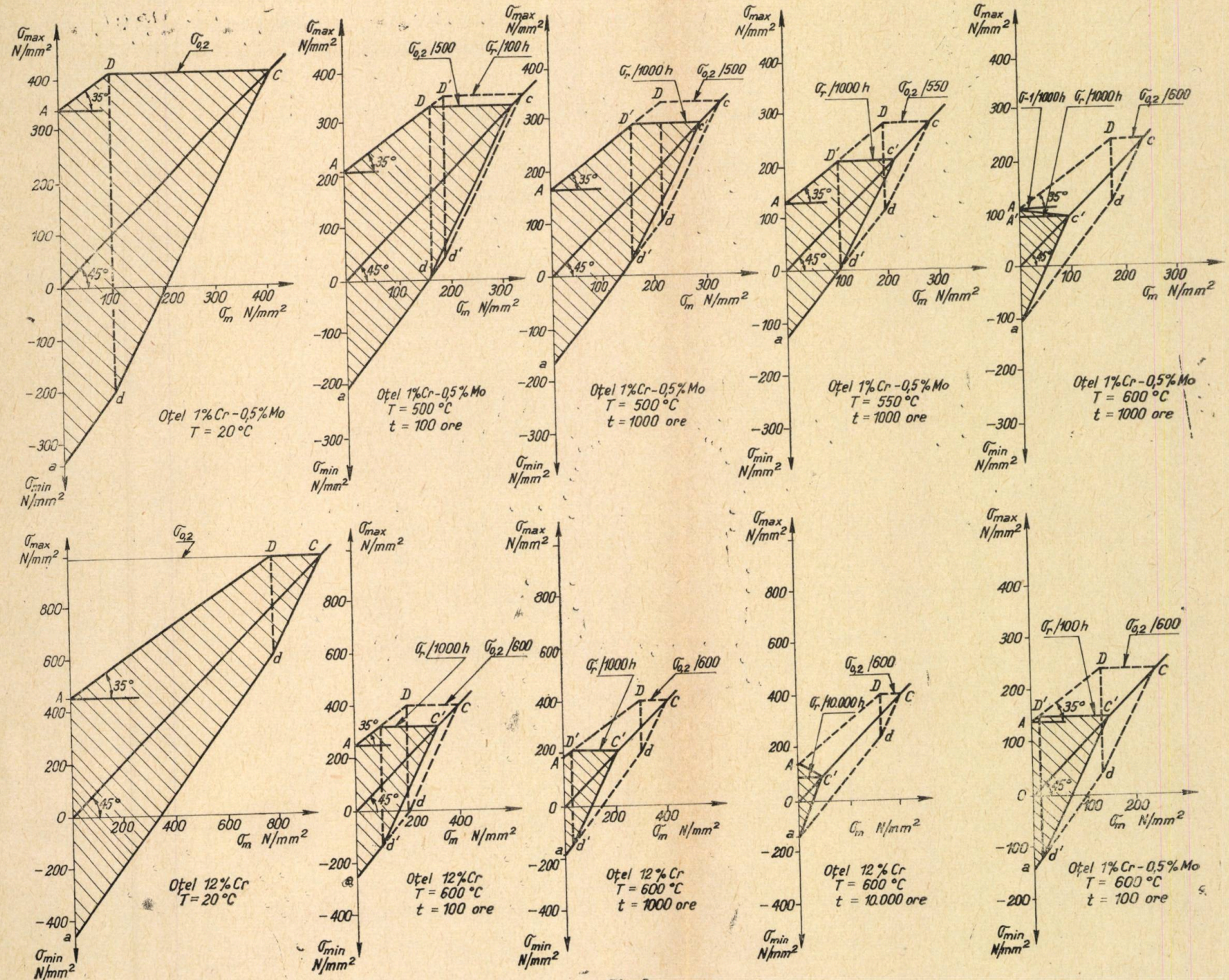
Se constată că mărimea suprafeței cuprinse în interiorul curbelor limită este puternic influențată de temperatura de încercare și de durata de încercare, elemente deosebit de importante pentru calculul de rezistență al organelor de mașini.

J. Dolan [8] consideră că la examinarea influenței temperaturii asupra rezistenței la oboseală se deosebesc trei intervale de temperatură și anume :

— *moderate*, în care fenomenul de fluaj poate fi ignorat ;
— *ridicate*, în care ruperea este condiționată de oboseală și fluaj ;
— *înalte*, în care ruperea este condiționată de fluaj.

În diagramele reprezentate în figura 8 se întîlnesc cele trei cazuri arătate. Astfel în cazul oțelului de tip 1% Cr—0,5% Mo la temperatura de 500°C pentru durate de 100 ore, pentru diagrama ciclurilor limită este determinantă valoarea limitei de curgere $\sigma_{0,2/500^\circ}$ deoarece rezistența la fluaj pentru varianta arătată este superioară, calculul urmînd a se executa neglijînd fenomenul de fluaj. Se poate considera că este domeniul temperaturilor moderate. În cazul oțelului de tip 12% Cr la temperatura de 600°C pentru durate de 10 000 de ore pentru diagrama ciclurilor limită este determinantă valoarea rezistenței la fluaj. Se poate considera deci că este domeniul temperaturilor înalte.

Pentru celelalte cazuri prezentate în figura 8 se poate considera că este cazul temperaturilor ridicate. Se constată însă că oțelul de tip



Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 20 °C
Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 500 °C
t = 100 ore
Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 500 °C
t = 1000 ore
Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 550 °C
t = 1000 ore
Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 600 °C
t = 1000 ore
Oțel 12% Cr
T = 20 °C
Oțel 12% Cr
T = 600 °C
t = 100 ore
Oțel 12% Cr
T = 600 °C
t = 1000 ore
Oțel 12% Cr
T = 600 °C
t = 10.000 ore
Oțel 1% Cr - 0,5% Mo
T = 600 °C
t = 100 ore

Fig. 8.

Tabelul 2

Nr. crt.	Marca de oțel	Tratamentul termic aplicat	Temp. de încercare °C	Caracteristici mecanice[1]															
				Caracteristici de tracțiune				Caracteristici de fluaj N/mm^2					Caracteristici de oboseală N/mm^2						
				R_c N/mm^2	R N/mm^2	A_5 %	Z %	$\sigma_{r/100}$	$\sigma_{r/1000}$	$\sigma_{r/1\,000}$	$\sigma_{r/10\,000}$	$\sigma_{r/10\,000}$	σ_{-1} $N = 10^7$	$\sigma_{-1/100}$	$\sigma_{-1/500}$	$\sigma_{-1/1\,000}$	σ_{-1} $N = 10^8$	$\sigma_{-1/10\,000}$[2]
1	15 MoNVC 120	Călire 1150°C -- 2 ore răcire în aer. Revenire 670°C-5 ore răcire în aer	20	980 (100)	1130 (115)	10	30	—	—	—	—	—	452 (46)	—	—	—	—	—
			600	392 (40)	490 (50)	16	70	314 (32)	—	206 (21)	69 (7)	88 (9)	255 (26)	245 (25)	206 (21)	186 (19)	196 (20)	137 (14)
2	OAT 3 STAS 2881-613[3]	Austenitizare 975°C — 2 ore răcire în aer. Revenire 650°C — 3 ore răcire în aer	20	412 (42)	559 (57)	25	67	—	—	—	—	—	333 (34)	—	—	—	—	—
			500	323 (33)	452 (46)	23	71	343 (35)	245 (25)	284 (29)	186 (19)	236 (24)	216 (22)	206 (21)	177 (18)	167 (17)	177 (18)	137 (14)
			550	274 (28)	382 (39)	29	78	235 (24)	166 (17)	186 (19)	93 (9,5)	137 (14)	167 (17)	167 (16)	137 (14)	128 (13)	128 (13)	128 (9)
			600	235 (24)	274 (28)	41	87	147 (15)	—	93 (9,5)	37 (3,7)	54 (5,5)	147 (15)	137 (14)	118 (12)	108 (11)	118 (12)	78 (8)

[1] în paranteză sînt indicate valorile în kgf/mm².

[2] valori extrapolate liniar în coordonate semilogaritmice.

[3] încercările pentru determinarea caracteristicilor de fluaj s-au efectuat pe epruvete provenind dintr-o șarjă de oțel avînd compoziția chimică : C = 0,15 %; Mn = 0,61 %; Si = 0,51 %; Cr = 1,32 %; Mo = 0,45 %; S = 0.028 %; P = 0,012 %.

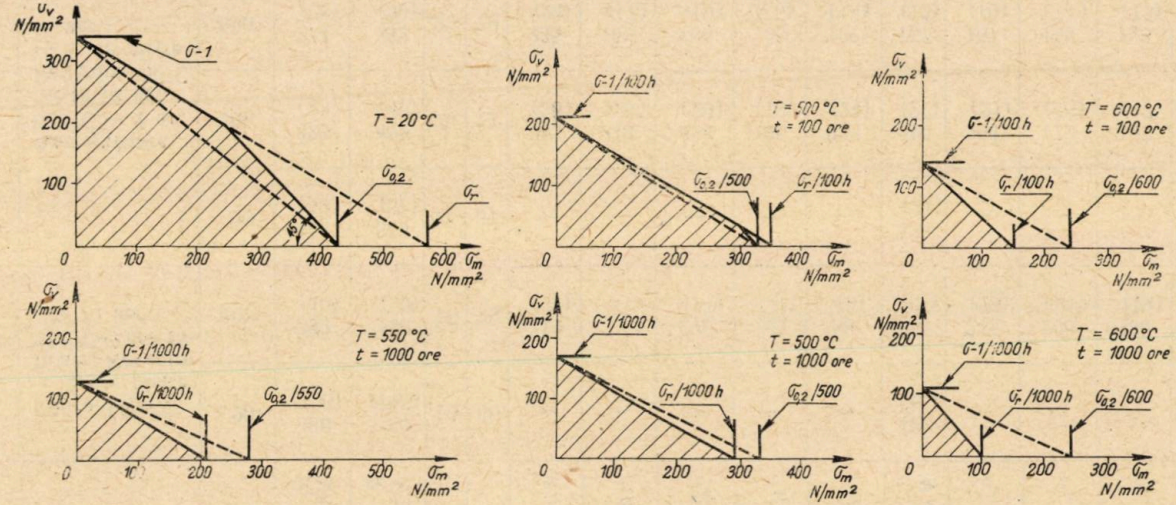

σv N/mm²
σ-1
T = 20 °C
σ0,2
σr
σm N/mm²
σ-1/100 h
T = 500 °C
t = 100 ore
σr/100 h
σ0,2/500
T = 600 °C
t = 100 ore
σr/100 h
σ0,2/600
σ-1/1000 h
T = 550 °C
t = 1000 ore
σr/1000 h
σ0,2/550
T = 500 °C
t = 1000 ore
σr/1000 h
σ0,2/500
T = 600 °C
t = 1000 ore
σr/1000 h
σ0,2/600

Fig. 9.

1% Cr—0,5% Mo la temperatura de 500°C și durate de 1 000 ore se încadrează în acest domeniu de temperaturi, în timp ce pentru durate de 100 de ore se încadrează în domeniul temperaturilor moderate.

Cele trei domenii de temperaturi sînt reliefate, după cum este și normal și în cazul schematizării diagramelor Haigh.

În figura 9 sînt prezentate ca exemple cîteva diagrame schematizate ale curbelor limită pentru cazul oțelului de tip 1% Cr—0,5% Mo construite în coordonate $\sigma_m - \sigma_v$. Schematizarea s-a făcut după metoda Soderberg și Ujik [9]. La aplicarea celor două metode de construire a diagramelor schematizate, în cazul temperaturilor ridicate au rezultat ca necesare următoarele modificări :

— În domeniul temperaturilor ridicate și înalte aplicarea metodei Soderberg se poate face corect dacă se iau în considerare pentru durabilitatea dorită, rezistența la fluaj sau limita de fluaj în funcție de starea limită care conduce la deteriorarea organului de mașină respectiv (deformații limită sau rupere).

— În domeniul temperaturilor moderate, aplicarea metodei Soderberg se poate face prin luarea în considerare a limitei tehnice de curgere $\sigma_{0,2/T}$ la temperatura respectivă.

— Aplicarea metodei Ujik, așa cum a fost propusă de autorul ei se poate face numai în domeniul temperaturilor moderate. (Este necesar ca $\sigma_{0,2/T} < \sigma_{r/h}$).

Rezultatele experimentale și observațiile de mai sus confirmă că un calcul de rezistență la temperaturi ridicate și înalte în condițiile solicitărilor variabile pe baza diagramelor schematizate este necesar să se facă luînd în considerare în principal factorul timp.

Influența sa este pusă în evidență clar și se poate urmări ușor cu ajutorul diagramelor schematizate tridimensionale.

Referitor la modul de construcție al acestora s-a considerat că este necesar să se facă următoarele modificări față de metoda de lucru propusă de Liharev și Malinin, care vor permite o utilizare mai rațională a acestora și anume :

1 — Trasarea diagramei tridimensionale să aibă la bază diagramele schematizate ale rezistenței la oboseală, ceea ce permite o micșorare substanțială a numărului de determinări necesare în vederea construirii lor.

2 — Trasarea diagramelor tridimensionale se poate face și în cazul schematizării după metoda Smith.

3 — Este necesar ca pentru timp să se adopte o scară logaritmică deoarece în acest caz curbele $\sigma_{-1/h} - t$ și $\sigma_{r/h} - t$ sînt, pentru majoritatea cazurilor, linii drepte ceea ce permite o extrapolare la durate mai lungi, utile pentru calculele de proiectare. Această observație este valabilă în special pentru durate de încercare de peste 100 ore. Ca urmare nu se ia în considerare porțiunea inițială a axei timpului, care de altfel este lipsită de interes practic. În ceea ce privește limitele posibilităților de extrapolare a datelor experimentale se consideră că pot fi acceptate cele utilizate în cazul încercărilor la fluaj.

În figura 10 sînt prezentate două asemenea diagrame construite pe baza rezultatelor experimentale obținute de autor și indicate în tabelul 2 — în cazul oțelului tip 1% Cr—0,5% Mo — și a modificărilor propuse.

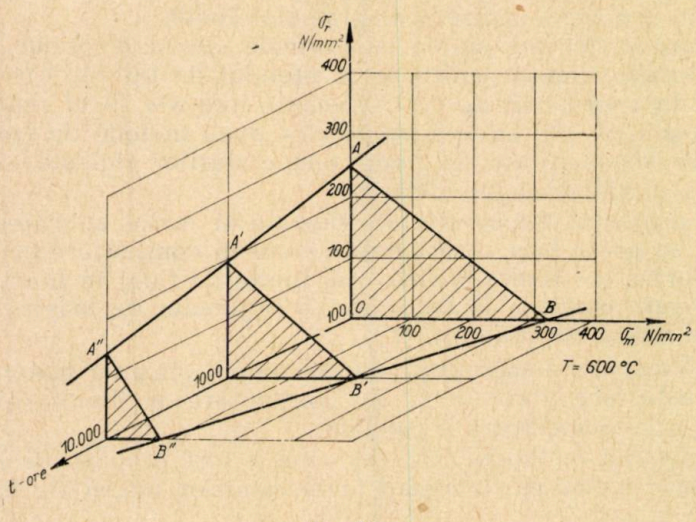


Fig. 10 a

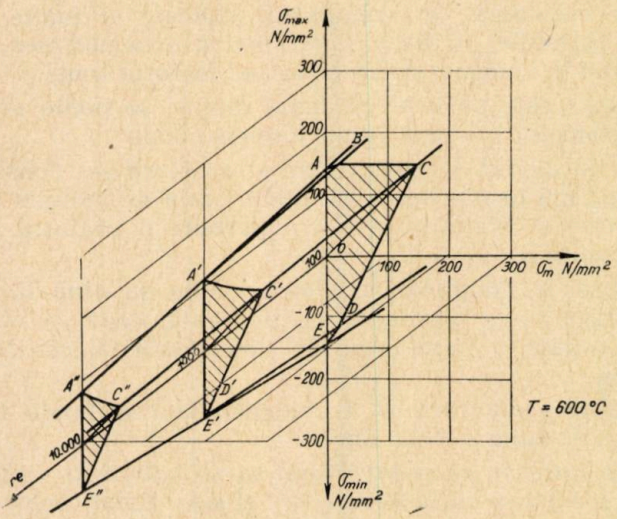


Fig. 10 b

Cel mai important rezultat al modificărilor propuse privind metoda de construire a diagramelor schematizate tridimensionale îl constituie faptul că aceste diagrame permit extrapolări relativ ușoare (cu precauțiile specifice încercărilor la fluaj) la durate mai lungi precum și efec-

tuarea calculului pe baza interpolărilor la durate intermediare. Urmează ca aceste rezultate să fie verificate și în cazul altor oțeluri și aliaje.

O problemă de importanță deosebită este determinarea valorii temperaturii de la care este obligatorie luarea în considerare în calcul a factorului timp. După indicațiile lui Dolan [8] acesta se poate face prin determinarea temperaturii de la care fenomenul de fluaj nu mai poate fi ignorat adică a temperaturii de graniță între domeniul temperaturilor moderate și domeniul temperaturilor ridicate. În cazul solicitărilor statice temperatura de graniță care separă domeniul în care calculul se face avînd în vedere o durabilitate nelimitată, de domeniul în care calculul se face avînd în vedere o durabilitate limitată este determinată de egalitatea

$$\sigma_{0,2/T} = \sigma_{r/h} \text{ (sau } \sigma_{\varepsilon/h}) \qquad (2)$$

Analizînd influența pe care o are luarea în considerare a celor arătate mai sus asupra curbelor ciclurilor limită prezentate în diagramele schematizate din fig. 8 și 9 se observă că într-adevăr se produce o modificare principială, curbele limită fiind determinate în domeniul temperaturilor moderate de limita de curgere iar în domeniul temperaturilor ridicate de rezistența la fluaj.

Considerăm că acest mod de a privi problema este unilateral deoarece în cazul solicitărilor variabile temperatura de la care este necesar să se ia în considerare factorul timp este determinată prin dispariția porțiunii orizontale a curbei lui Wöhler, aceasta avînd o alură continuu coborîtoare. Cu o precizie suficientă se poate considera că această temperatură poate fi determinată ca fiind temperatura corespunzătoare punctului de intersecție al curbelor rezistențelor la oboseală pentru diferite durate de încercare. Ipoteza de mai sus este valabilă dacă se iau în discuție durabilități limitate superioare unui număr de 10^7 cicluri.

În acest sens în figura 11 sînt trasate curbele de variație a caracteristicilor $\sigma_{0,2/T}$, $\sigma_{r/h}$, $\sigma_{-1/h}$ în funcție de temperatura de incercare pentru oțelul de tip 1% Cr—0,5% Mo determinate în zona domeniilor de temperaturi de utilizare curente. S-au prelungit curbele rezistențelor la oboseală corespunzătoare diferitelor durabilități pînă s-au intersectat.

Ansamblul curbelor prezentate în figura 11 permite să se facă o serie de constatări pe care le considerăm importante și anume :

A. Avînd în vedere faptul că rezistența la fluaj este legată de o anumită durată, prin egalitatea (2), care determină temperatura de graniță între domeniul temperaturilor moderate și domeniul temperaturilor ridicate se definesc mai multe puncte notate cu C_1, C_1' și C_1'' cărora le corespund mai multe temperaturi de graniță T_{c1} T_{c1}' și T_{c1}''. Analizînd valorile absolute ale acestora se observă că luînd în considerare durate de funcționare între 100 și 10 000 de ore (punctele C_1 și C_1'') temperaturile corespunzătoare variază între 475 și 525°C, interval care, privit din punct de vedere al domeniului de utilizare propriu-zis, este foarte

mare (cca 50°C ceea ce practic reprezintă jumătate din domeniul recomandat de temperaturi de utilizare [10] al oțelului respectiv).

B. Temperatura corespunzătoare punctului de intersecție C_2 a curbelor de variație a rezistențelor la oboseală de durată limitată în funcție de temperatură este inferioară temperaturilor determinate de punctele C_1, C_1', C_1''.

De aceia pentru cazul oțelului studiat se apreciază că egalitatea [2] nu este corespunzătoare pentru determinarea temperaturii de la care

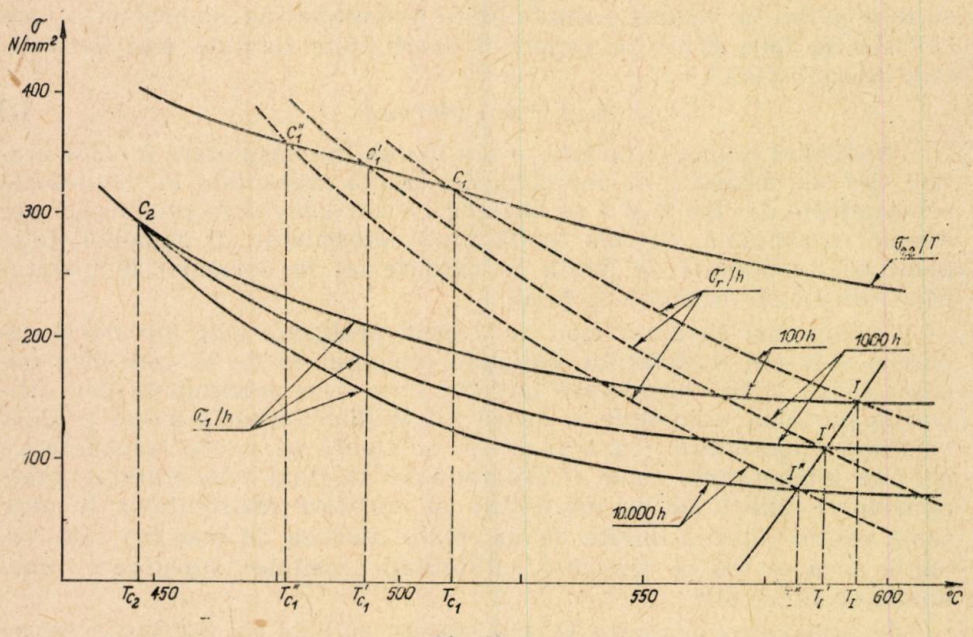


Fig. 11

este necesar să se ia în considerare factorul timp. Ca urmare valoarea temperaturii de la care este necesar ca în calcul să se țină seama de factorul timp trebuie definită ca fiind temperatura cea mai mică dintre temperaturile determinate ca fiind corespunzătoare egalităților:

$$\sigma_{0,2/T} = \sigma_{r/h} \text{ (sau } \sigma_{\varepsilon/h}) \tag{3}$$

$$\sigma_{-1/h} = \sigma_{-1/T} \tag{4}$$

în care:

$\sigma_{0,2/T}$ — limita de curgere la temperatura T;

$\sigma_{r/h}$ — rezistența la fluaj la temperatura T corespunzătoare unei durate $t=h$ ore;

$\sigma_{\varepsilon/h}$ — limita de fluaj la temperatura T corespunzătoare unei deformații plastice ε la o durată $t=h$ ore;

$\sigma_{-1/h}$— rezistența la oboseală la temperatura T corespunzătoare unei durate $t=h$ ore pentru un număr de cicluri $N>10^7$;

$\sigma_{-1/T}$— rezistența la oboseală la temperatura T corespunzătoare unui număr de cicluri $N=10^7$.

C. În cazul determinării temperaturii de graniță dintre domeniul temperaturilor ridicate și domeniul temperaturilor înalte se întîlnește o situație similară. Gürtler și Smith consideră că aceasta este temperatura la care se respectă egalitatea :

$$\sigma_{-1/T} = \sigma_{r/h} \text{ (sau } \sigma_{\varepsilon/h}) \tag{5}$$

în care $\sigma_{-1/T}$, $\sigma_{r/h}$ și $\sigma_{\varepsilon/h}$ reprezintă caracteristicile indicate în egalitățile anterioare. Egalitatea (5) nu ține seama de faptul că mai ales în aceste domenii de temperatură rezistența la oboseală este sensibil influențată de factorul timp. Astfel se constată că de fapt se poate vorbi de o serie de puncte de intersecție care răspund condițiilor din egalitatea (5). Luînd în considerare numai pe cele referitoare la aceleași durate se determină punctele I, I' și I'' cărora le corespund temperaturile T_I, T'_I și T''_I. Analizînd valorile absolute ale acestora se observă că luînd în considerare durata între 100 și 10 000 de ore (punctele I și I'') temperaturile corespunzătoare variază între 580 și 595°C, interval care, privit din punct de vedere al situării sale în cadrul domeniului recomandat de temperaturi de utilizare, este destul de mare. Prin punctele I, I' și I'' se poate trasa o curbă (în cazul din fig. 11 o dreaptă). Referitor la sensul fizic al acestei curbe și utilitatea ei practică (în special în ce privește posibilitățile de determinare a unor caracteristici de oboseală de durată mai lungă pe baza caracteristicilor de oboseală de durată mai scurtă și a caracteristicilor de fluaj de lungă durată), considerăm că mai sînt necesare cercetări suplimentare.

Pornind de la constatările de mai sus privind caracteristicile statice și de oboseală ale oțelului de tip 1% Cr—0,5% Mo și legat de existența a trei domenii de temperaturi superioare celei normale în care comportarea la solicitări variabile a oțelurilor este diferită se consideră că în cazul general, delimitarea acestora, din punct de vedere al calculului de rezistență pe baza diagramelor schematizate, se poate face cu ajutorul diagramelor de tipul celei din figura 12. Apar astfel două temperaturi de graniță dintre care una este temperatura de inversiune Ti (precizată de Gürtler și Smith) și o a doua temperatură T_c pe care o vom denumi „temperatura de conversiune" și ea reprezintă limita de la care este necesar să se ia în considerare, în calcul și în construcția diagramelor schematizate, factorul timp. Avînd în vedere cele arătate anterior putem lua în considerare o temperatură de conversiune statică Tcs definită prin egalitatea (4) (figura 12 b) și o temperatură de conversiune dinamică Tcd definită prin egalitatea (5) (figura 12 a). Drept temperatura de conversiune se va lua în considerare cea mai mică din aceste valori. Desigur, că cele arătate sînt valabile pentru o anumită durabilitate precizată a încercărilor, în general,

putînd discuta — așa cum rezultă și din cele arătate anterior — despre un interval de temperaturi de conversiune și un interval de temperaturi de inversiune. În acest fel separarea celor trei domenii de temperaturi se poate face pe baza următoarelor criterii :

— domeniul temperaturilor moderate $\sigma_{0,2/T} < \sigma_{r/h}$ și $\sigma_{-1/h} = ct$ pentru $N > 10^7$ cicluri ;

— domeniul temperaturilor ridicate $\sigma_{r/h} > \sigma_{-1/h}$ sau $\sigma_{-1/h} \neq Ct$ pentru $N > 10^7$ cicluri ;

— domeniul temperaturilor înalte $\sigma_{-1/h} > \sigma_{r/h}$.

Neglijarea factorului timp în această delimitare de domenii con-

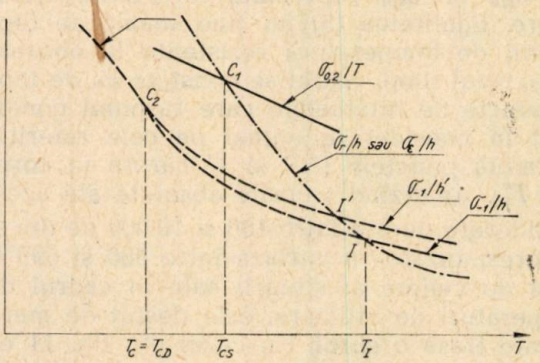


Fig. 12 a.

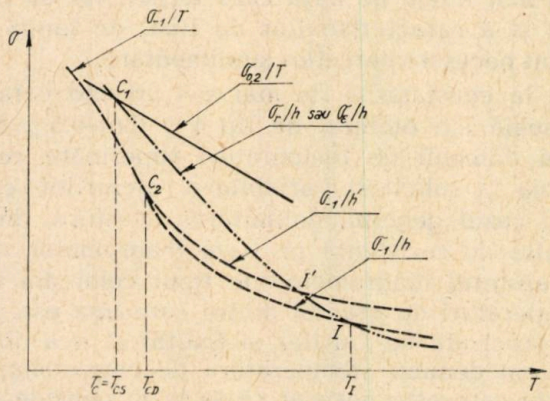


Fig. 12 b.

duce la erori care vor avea influență asupra siguranței în exploatare a organelor de mașini astfel calculate deoarece delimitarea corectă a acestor temperaturi se poate face, după părerea noastră, numai pe baza curbelor de variație a caracteristicilor de fluaj și oboseală în funcție de temperatură și timp.

Temperaturile de separare a acestor domenii vor fi determinate ca fiind corespunzătoare următoarelor condiții :

— Temperatura de conversiune $\sigma_{0,2/T} = \sigma_{r/h}$ (sau $\sigma_{\varepsilon/h}$) ; $\sigma_{-1/h} = \sigma_{-1/T}$

— Temperatura de inversiune $\sigma_{-1/h} = \sigma_{r/h}$

Se consideră că această alegere a parametrilor care delimitează cazurile limită este mai adecvată țelurilor practice decît cea propusă de Hempel și Krug, deoarece pornește de la variația caracteristicilor de utilizare ($\sigma_{0,2/T}$; $\sigma_{r/h}$ sau $\sigma_{\varepsilon/h}$; $\sigma_{-1/h}$) și nu de la caracteristici convenționale (σ_{DVM}, $\sigma_{-1/T}$) care nu țin seama de influența timpului de folosire al materialului. Zona din diagramele schematizate (corespunzătoare celor trei cazuri) determinată de mărimea limitei de fluaj *DVM* și limitei de curgere $\sigma_{0,2/T}$ este în mod practic lipsită de obiect deoarece prin luarea în considerare a caracteristicilor clasice de fluaj ($\sigma_{r/h}$ sau $\sigma_{\varepsilon/h}$) curba limită este determinată de acestea din urmă.

Catedra organe de mașini
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Cazaud* — La fatigue des métaux — Dunod — Paris, 1965.
2. *A. Gürtler și A. Schmidt* — V.D.I. t. 38, nr. 25, p. 749, 1943.
3. *W. Trapp și R. Schwartz* — Proc. A.S.T.M., p. 825, 1953.
4. *P. Forrest și H. Tapsell* — Proc. of Inst. Mech. Eng. Nr. 29, 1954, pag. 289.
5. *M. Hempel și H. Krug* — Arch. Eisenhüttenwes, Nr. 16 — 1942/43 și V.D.I. Nr. 86-1942, pag. 553—564.
6. *K. Liharev și N. Malinin* — Naucinie dokladî vîsșei școlî Nr. 4, 1958, pag. 156.
7. *D. Ponomariev și alții* — Calculul de rezistență în construcția de mașini — Vol. III — Editura Tehnică, 1964.
8. *J. Dolan* — „Metal progress" Vol. 61, Nr. 3, 1952, pag. 57.
9. *Gh. Buzdugan* — Rezistența Materialelor, 1967.
10. * * * — „DIN Werkstoffnormen — Stahl und Eisen" — BEUTH-VERTRIEB GMBH — 1964.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

HIDRAULICĂ

C.Z.: 621.22 : 532 : 621—42

MOUVEMENT POTENTIEL AUTOUR DU RÉSEAU LINÉAIRE DE PROFILS MINCES ET À PETITE COURBURE, LA DIRECTION DU RÉSEAU ÉTANT NORMALE AUX CORDES DES PROFILS *

GHEORGHE ZIDARU

Dans cet ouvrage on fait une extension de la methode Birnbaum-Glauert pour l'étude du mouvement potentiel autour d'un réseau lineaire de profils minces et à petite courbure.

La methode réside en la substitution des profils par des tourbillons distribués — grâce à la petite courbure des profils — sur leurs cordes. L'intensité de ces tourbillons distribués résulte par la condition que la vitesse résultante du mouvement asymptotique et du mouvement dû aux tourbillons soit tangente au squelette du profil.

1. *La vitesse induite par les tourbillons substituants un réseau avec la direction inclinée aux cordes des profils*

En distribuant approximativement les tourbillons sur les cordes des profils, la vitesse complexe induite dans le point avec l'abscisse x de la corde A_0F_0 par les tourbillons congruents $\gamma\,(x')dx'$ (fig. 1) est

$$d\bar{v}_i = \frac{i\gamma(x')\,dx'}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\frac{1}{x-(x'+k\,t\,e^{i\tau})} = \frac{i\gamma(x')\,dx'}{2t}\left[\frac{t\,e^{i\tau}}{\pi(x-x')}+\right.$$

$$\left.+2\pi\frac{x-x'}{t\,e^{i\tau}}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\left[\frac{\pi(x-x')}{t\,e^{i\tau}}\right]^2+k^2\pi^2}\right]$$

où t est le pas du réseau.

Par la substitution $\frac{\pi(x-x')}{t\,e^{i\tau}} = u$ et à l'aide de la relation connue

$$\frac{1}{u}+2u\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{u^2+k^2\pi^2} = \operatorname{cth} u \qquad (1)$$

* Ouvraje reçu chez rédaction à 12 Mars 1968.

il en resulte la vitesse totale induite par les tourbillons substituants le réseau de profils, dans le point x

$$\vec{v}_i(x) = \frac{i\,e^{-i\tau}}{2t} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x')\,\mathrm{cth}\left[\frac{\pi(x-x')}{t}\,e^{-i\tau}\right]dx' \qquad (2)$$

c étant la corde du profil.

Pour le réseau avec la diréction parallèle à l'axe oy, $\tau = o$ et l'expression (2) devient

$$\vec{v}_i(x) = \frac{i}{2t} \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x')\,\mathrm{cth}\left[\frac{\pi(x-x')}{t}\right]dx' \qquad (2')$$

2. *L'expression de la circulation distribuée* $\gamma(x')$

Pour le réseau donné dans la fig. 1, mais avec l'axe ox entre les profils A_0F_0 et A_1F_1, constitué par les profils réctilignes $A_i F_i$, la transformation conforme sur le cercle $|\zeta| = 1$ (fig. 2) est réalisée par la fonction de Weinig [1], [3]

$$z = \frac{t}{2\pi}\left(ln\,\frac{\zeta+b}{\zeta-b} + e^{-2i\tau}\,ln\,\frac{\zeta+\frac{1}{b}}{\zeta-\frac{1}{b}}\right) \qquad (3)$$

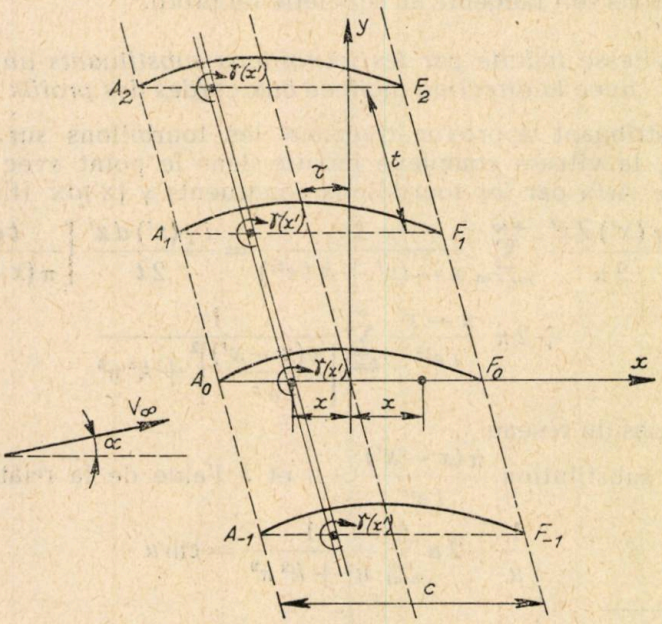


Fig. 1

Les coordonées des points des profils sont :

$$x = \frac{t}{2\pi}\left[\cos\tau\, ln\frac{b^2+2b\cos\theta+1}{b^2-2b\cos\theta+1} - \sin\tau\left(2\,\mathrm{arctg}\,\frac{2b\sin\theta}{b^2-1}+2k\pi+\pi\right)\right] \quad (4)$$

$$y = \frac{t}{2}(2k+1)\cos\tau \quad (4')$$

L'invérse du pas rélatif est

$$\frac{c}{t} = \frac{1}{\pi}\left[\cos\tau\, ln\,\frac{b^2+2b\cos\theta_0+1}{b^2-2b\cos\theta_0+1} + 2\sin\tau\ \mathrm{arctg}\,\frac{2b\sin\theta_0}{b^2-1}\right] \quad (5)$$

où

$$\mathrm{tg}\,\theta_0 = \frac{b^2-1}{b^2+1}\,\mathrm{tg}\,\tau \quad (6)$$

La circulation autour du profil réctiligne en réseau est

$$\Gamma_0 = \frac{4bt}{b^2+1}\,v_\infty\,\frac{\cos\theta_0}{\cos\tau}\sin\alpha \quad (7)$$

La vitesse sur le profil réctiligne en réseau a été déterminée dans [1]

$$v = v_\infty\left[\cos\alpha - \sin\alpha\,\frac{b^2\cos(\tau+\theta)-\cos(\tau-\theta)-(b^2-1)\dfrac{\cos\theta_0}{\cos\tau}}{b^2\sin(\tau+\theta)-\sin(\tau-\theta)}\right] \quad (8)$$

Pour le réseau avec la diréction parallèle à oy, $\tau = o$ et selon (6), il en résulte $\theta_0 = 0$

$$\text{Selon (5)},\quad \frac{c}{t} = \frac{2}{\pi}\,ln\,\frac{b+1}{b-1} \quad (9)$$

$$\text{ou } \textit{bien} \qquad b = \mathrm{cth}\,\frac{\pi c}{4t} \quad (9')$$

$$\text{Selon (4)},\quad x = \frac{t}{2\pi}\,ln\,\frac{b^2+2b\cos\theta+1}{b^2-2b\cos\theta+1} \quad (10)$$

L'éxpression (7) de la circulation devient

$$\Gamma_0 = \frac{4bt}{b^2+1}\,v_\infty\sin\alpha \quad (11)$$

Selon (8) l'on obtient ($\tau = 0$)

$$v(\theta) = v_\infty\left(\cos\alpha + \sin\alpha\,\frac{b^2-1}{b^2+1}\,\mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2}\right) \quad (12)$$

On remarque dans (10) que $x(\theta) = x(2\pi-\theta)$, le point correspondant a l'angle θ étant sur la bordure supérieure du profil réctiligne et celui qui corresponde à l'angle $2\pi-\theta$ — sur la bordure inférieure.

À l'aide de la rélation (12), il en résulte

$$v(2\pi-\theta) = v_\infty\left(\cos\alpha - \sin a\,\frac{b^2-1}{b^2+1}\,\mathrm{tg}\,\frac{\theta}{2}\right) \quad (12')$$

Ainsi, pour le profil réctiligne en réseau, la densité linéaire de la circulation est

$$\gamma_0(x) = \gamma_0(\theta) = v(\theta) - v(2\pi - \theta) = 2\,v_\infty \frac{b^2 - 1}{b^2 + 1} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \qquad (13)$$

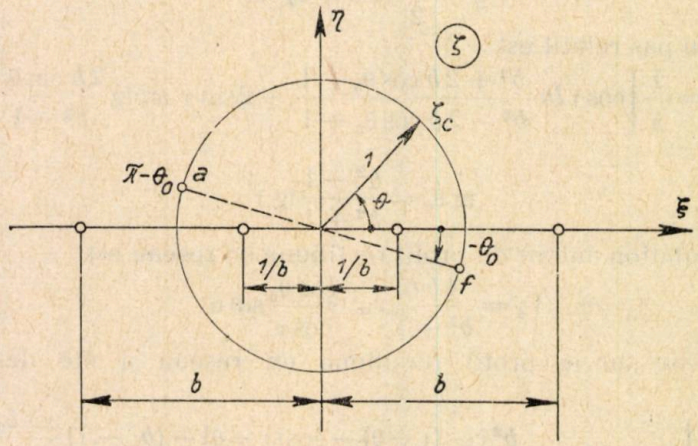


Fig. 2.

Pour le réseau de profils courbes, on ajoute à l'éxpression (13) la composante

$$\gamma(x) = 2\,v_\infty \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta$$

qui ne contient pas termes en „cosinus", étant donné que dans les points A_i, F_i — les correspondants réspectivement des angles π et o du cercle (fig. 3) — $\gamma_1(x)$ est nul.

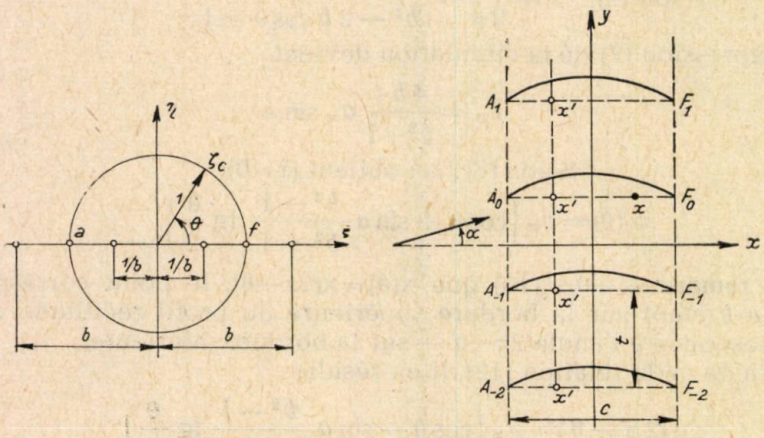


Fig. 3.

Par conséquent,

$$\gamma(x) = 2v_\infty \left(A_0 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta \right) \tag{14}$$

où

$$A_0 = \frac{b^2 - 1}{b^2 + 1} \sin \alpha \tag{14'}$$

3. *Le calcul de la circulation autour du profil*

$$\Gamma = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x)\, dx = \int_{\pi}^{0} \gamma(\theta) \frac{dx}{d\theta} d\theta$$

Selon (10), il en résulte

$$\frac{dx}{d\theta} = -\frac{2bt(b^2+1)\sin\theta}{\pi[(b^2+1)^2 - 4b^2\cos^2\theta]} = -\frac{tp}{\pi} \cdot \frac{\sin\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} \tag{15}$$

où

$$p = \frac{2b}{b^2 - 1} < 1 \tag{15'}$$

et l'on obtient

$$\Gamma = \frac{2tp}{\pi} v_\infty \int_0^{\pi} \left(A_0 \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta \right) \frac{\sin\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta =$$

$$= \frac{2tp}{\pi} v_\infty \left[A_0 \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} A_k \int_0^{\pi} \frac{\cos(k-1)\theta - \cos(k+1)\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta \right]$$

En remarquant que

$$I_k = \int_0^{\pi} \frac{\cos k\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos k\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta$$

En y operant la substitution de θ avec $\pi - \theta$, l'on obtient

$$I_k = \frac{1}{2}(-1)^k \int_0^{2\pi} \frac{\cos k\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta$$

En considérant aussi $I'_k = \frac{1}{2}(-1)^k \int_0^{2\pi} \frac{\sin k\theta}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta$,

il en résulte

$$I_k + iI'_k = \frac{1}{2}(-1)^k \int_0^{2\pi} \frac{e^{ik\theta}}{1 - p^2\cos^2\theta} d\theta$$

Avec la substitution $e^{i\theta} = w$, l'on trouve

$$I_k + i I'_k = \frac{1}{2}(-1)^k \oint_{|w|=1} \frac{w^k \frac{dw}{iw}}{1 - p^2\left(\frac{w^2+1}{2w}\right)^2}$$

et à l'aide de (15'),

$$I_k + i I'_k = \frac{2}{i}\frac{(b^2+1)^2}{4b^2}(-1)^{k+1} \oint_{|w|=1} \frac{w^k\, dw}{(w^2-b^2)\left(w+\frac{1}{b}\right)\left(w-\frac{1}{b}\right)}$$

Dans l'interieur du cercle $|w| = 1$, l'intégrande $f(w)$ a les pôles simples $\pm\frac{1}{b}$.

$$\text{rés}\, f\left(-\frac{1}{b}\right) = (-1)^{k+1}\frac{1}{2(b^4-1)b^{k-2}}\,;\quad \text{rés}\, f\left(\frac{1}{b}\right) = -\frac{1}{2(b^4-1)b^{k-2}}$$

$$I_k + i I'_k = \frac{2}{i}\frac{(b^2+1)^2}{4b^2}(-1)^{k+1} 2\pi i\left[\text{rés}\, f\left(\frac{1}{b}\right) + \text{rés}\, f\left(-\frac{1}{b}\right)\right]$$

et il s'ensuit que $I'_k = 0$; $I_k = \dfrac{b^2+1}{2(b^2-1)b^k}\left[1+(-1)^k\right]$

où

$$I_{2n+1} = 0;\quad I_{2n} = \pi\frac{b^2+1}{b^2-1}\cdot\frac{1}{b^{2n}} \tag{16}$$

L'expression de la circulation devient

$$\Gamma = \frac{2t}{\pi}\cdot\frac{2b}{b^2+1}v_\infty\left[A_0(I_0 - I_1) + \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} A_{2n+1}(I_{2n} - I_{2n+2})\right]$$

ou bien

$$\Gamma = \frac{4bt}{b^2+1}v_\infty\left(\sin\alpha + \frac{b^2+1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A_{2n+1}}{b^{2n+2}}\right) \tag{17}$$

dans laquelle il faudra calculer les coefficients A_{2n+1}.

4. *L'évaluation des coefficients A_k et de la vitesse sur le profil courbe en réseau*

De (10) et en tenant compte de (15'), l'on trouve

$$\frac{\pi}{t}(x - x') = \frac{1}{2}\ln\frac{1 + \dfrac{p(\cos\theta - \cos\theta')}{1 - p^2\cos\theta\cos\theta'}}{1 - \dfrac{p(\cos\theta - \cos\theta')}{1 - p^2\cos\theta\cos\theta'}}$$

Mais,

$$ln\,\frac{1+u}{1-u}=2\left(u+\frac{u^3}{3}+\frac{u^5}{5}+\ldots\right)=2\,\mathrm{arg\,th}\,u$$

Ainsi,

$$\mathrm{cth}\left[\frac{\pi}{t}(x-x')\right]=\frac{1-p^2\cos\theta\cos\theta'}{p\,(\cos\theta-\cos\theta')} \tag{18}$$

En substituant les expression (14), (15) et (18) dans (2')

$$\bar{v}_i(x)=\frac{i\,v_\infty}{\pi}\int_0^\pi\left(A_0\,\mathrm{tg}\,\frac{\theta'}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\sin k\,\theta'\right)\frac{1-p^2\cos\theta\cos\theta'}{\cos\theta-\cos\theta'}\cdot\frac{\sin\theta'}{1-p^2\cos^2\theta'}\,d\theta'=$$

$$=\frac{i\,v_\infty}{\pi}\left\{A_0\int_0^\pi(1-\cos\theta')\frac{1-p^2\cos\theta\cos\theta'}{1-p^2\cos^2\theta'}\cdot\frac{d\,\theta'}{\cos\theta-\cos\theta'}+\right. \tag{19}$$

$$\left.+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}A_k\int_0^\pi[\cos(k-1)\,\theta'-\cos(k+1)\,\theta']\frac{(1-p^2\cos\theta\cos\theta')\,d\,\theta'}{(\cos\theta-\cos\theta')\,(1-p^2\cos^2\theta')}\right.$$

L'intégrale

$$J_k=\int_0^\pi\cos k\,\theta'\,\frac{1-p^2\cos\theta\cos\theta'}{1-p^2\cos^2\theta'}\cdot\frac{d\,\theta'}{\cos\theta-\cos\theta'}$$

où $0<p<1$, par les substitutions de θ' avec $-\theta'$ et puis de θ' avec $\pi-\theta'$ devient

$$J_k=\frac{1}{2}(-1)^k\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi}\cos k\,\theta'\,\frac{1+p^2\cos\theta\cos\theta'}{1-p^2\cos^2\theta'}\cdot\frac{d\,\theta'}{\cos\theta+\cos\theta'}$$

À l'aide de

$$J'_k=\frac{1}{2}(-1)^k\int_0^{2\pi}\sin k\,\theta'\,\frac{1+p^2\cos\theta\cos\theta'}{1-p^2\cos\,\theta'}\cdot\frac{d\,\theta'}{\cos\theta+\cos\theta'}$$

et avec $e^{i\theta'}=w$, l'on obtient

$$J_k+i\,J'_k=(-1)^k\oint_{|w|=1}\frac{w^k\left(1+p^2\cos\theta\,\dfrac{w^2+1}{2\,w}\right)\dfrac{d\,w}{i\,w}}{1-p^2\,\dfrac{(w^2+1)^2}{4\,w^2}\left(\cos\theta+\dfrac{w^2+1}{2\,w}\right)}$$

Selon (15'), il sensuit que

$$J_k+i\,J'_k=(-1)^{k+1}\frac{1}{i}\oint_{|w|=1}w^{k+1}\frac{2\,b^2\cos\theta\,(w^2+1)+(b^2+1)^2\,w}{(w^2-b^2)\,b^2\left(w+\dfrac{1}{b}\right)\left(w-\dfrac{1}{b}\right)(w+e^{i\theta})\,(w+e^{i\theta})}\,d\theta$$

Les pôles simples $w=\pm b$ sont placés dans l'extérieur du cercle $|w|=1$, les pôles $w=-e^{\pm i\theta}$ sont situés sur le même cercle et $w=\pm\frac{1}{b}$ — dans l'intérieur de celui-ci.

$$\text{rés}\, f\left(\frac{1}{b}\right)=-\frac{1}{2(b^2-1)b^{k-1}};\quad \text{rés}\, f\left(-\frac{1}{b}\right)=(-1)^{k+1}\frac{1}{2(b^2-1)b^{k-1}};$$

$$\text{rés}\, f(-e^{i\theta})=(-1)^{k+1}e^{ik\theta}\frac{i}{2\sin\theta};\quad \text{rés}\, f(-e^{i\theta})=-(-1)e^{k+1}e^{ik\theta}\frac{i}{2\sin\theta}$$

$$\text{Ainsi, } J_k+iJ'_k=(-1)^{k+1}\frac{1}{i}\pi i\left\{2\left[\text{rés}\, f\left(\frac{1}{b}\right)+\text{rés}\, f\left(-\frac{1}{b}\right)\right]+\right.$$

$$\left.+\text{rés}\, f(-e^{i\theta})+\text{rés}\, f(-e^{i\theta})\right\}$$

Il en résulte :

$$J'_k=0;\quad J_k=-\frac{\pi}{b^{k-1}(b^2-1)}[1+(-1)^{k+1}]-\frac{\pi\sin k\theta}{\sin\theta}$$

$$J_{2n}=-\frac{\pi\sin 2n\theta}{\sin\theta};\quad J_{2n+1}=-\frac{\pi\sin(2n+1)\theta}{\sin\theta}-\frac{2\pi}{(b_2-1)b^{2n}} \tag{20}$$

L'expression (19) devient

$$\bar{v}_i(x)=\frac{iv_\infty}{\pi}\left[A_0(J_0-J_1)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}A_k(J_{k-1}-J_{k+1})\right]=$$

$$=\frac{iv_\infty}{\pi}\left\{\pi A_0\frac{b^2+1}{b^2-1}+\frac{1}{2}\left[\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n}(J_{2n-1}-J_{2n})+\sum_{n+1}^{\infty}A_{2n-1}(J_{2n-1}-J_{2n})\right]\right\}$$

En tenant compte de (14') et (20), l'on obtient

$$\bar{v}_i(x)=iv_\infty\left(\sin\alpha+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos k\theta-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_{2n}}{b^{2n}}\right) \tag{21}$$

Par la condition que la vitesse v soit tangente au squelette du profil (fig. 4), dont équation est

$$y=y(x) \tag{22}$$

$$\text{il en résulte } -\frac{dy}{dx}=\frac{|v_i|-v_\infty\sin\alpha}{v_\infty\cos\alpha} \tag{23}$$

À l'aide de (21), l'expression (23) devient

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\cos\alpha}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_{2n}}{b^{2n}}-\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos k\theta\right) \tag{24}$$

c'est-à-dire le développement en série Fourier de la dérivée $\frac{dy}{dx}$.

L'on trouve $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_{2n}}{b^{2n}} = \frac{\cos\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} d\theta \tag{25}$$

$$A_k = -\frac{2\cos\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos k\theta \, d\theta \tag{26}$$

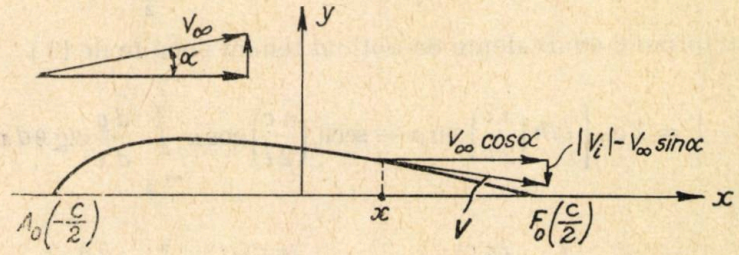


Fig. 4.

En introduisant dans (21), l'on obtient

$$v_i(x) = -i v_\infty \left[\sin\alpha - \frac{\cos\alpha}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} d\theta - \frac{2\cos\alpha}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \cos k\theta \left(\int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos k\theta \, d\theta \right) \right] \tag{27}$$

Dans l'ultime expression, en éxprimant $\frac{dy}{dx}$ en fonction de θ, seulement pour quelques valeurs de k l'intégrale $\int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos k\theta \, d\theta \neq 0$ et la somme on effectue légèrement.

5. *L'évaluation définitive de la circulation*

En introduisant (26) dans (17), il en résulte

$$\Gamma = \frac{4bt}{b^2+1} v_\infty \left[\sin\alpha - \frac{b^2+1}{\pi b^2} \cos\alpha \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\theta}{b^{2n}} \right) d\theta \right]$$

Pour $|u| < 1$,

$$-\frac{u^2}{1+u^2} = -u^2(1 - u^2 + u^4 - u^6 + \ldots) = -u^2 + u^4 - u^6 + \ldots$$

Avec $u = \frac{i}{b} e^{i\theta}$, $Re\,[e^{i\theta}(-u^2 + u^4 - u^6 + -)] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\theta}{b^{2n}}$

Ainsi, $$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\theta}{b^{2n}} = Re\left(e^{i\theta} - e^{i\theta} \frac{u^2}{1+u^2} \right) = Re\, \frac{e^{i\theta}}{1 - \frac{e^{i2\theta}}{b^2}} =$$

$$= \frac{b^2(b^2-1)\cos\theta}{b^4 - 2b^2\cos 2\theta + 1}$$

D'autre part, de (15),

$$d\theta = -\frac{\pi}{2bt(b^2+1)} \cdot \frac{b^4 - 2b^2\cos 2\theta + 1}{\sin\theta} dx$$

et il s'ensuit que

$$\Gamma = \frac{4bt}{b^2+1} v_\infty \sin\alpha - 2v_\infty \frac{b^2-1}{b^2+1} \cos\alpha \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{dy}{dx} \operatorname{ctg}\theta\, dx \qquad (28)$$

Une formule équivalente on obtient tenant compte de (9')

$$\Gamma = 2v_\infty \left[t\, th\left(\frac{\pi c}{2t}\right) \sin\alpha - \operatorname{sech}\left(\frac{\pi c}{2t}\right) \cos\alpha \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{dy}{dx} \operatorname{ctg}\theta dx \right] \qquad (29)$$

ou bien

$$\Gamma = 2v_\infty \left[t\, th\left(\frac{\pi c}{2t}\right) \sin\alpha + \operatorname{sech}\left(\frac{\pi c}{2t}\right) \cos\alpha \int_0^\pi y \frac{d\theta}{\sin^2\theta} \right] \qquad (29)'$$

Ayant la circulation, les vitesses à grande distance du réseau, en amont et en aval, sont réspèctivement

$$v_1 = v_\infty \cos\alpha + i\left(v_\infty \sin\alpha + \frac{\Gamma}{2t}\right);\ v_2 = v_\infty \cos\alpha + i\left(v_\infty \sin\alpha - \frac{\Gamma}{2t}\right) \qquad (30)$$

La portance de profil en réseau est

$$F_p = \varrho\, v_\infty \Gamma \qquad (31)$$

Le moment des pressions sur le profil par rapport à bord d'attaque

$$M_A = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \left(\frac{c}{2} + x\right) dF_p = \frac{c}{2} F_p + \varrho\, v_\infty \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \gamma(x)\, x\, dx$$

A l'aide de la substitution

$$x = -\frac{c}{2}\cos\varphi \qquad (32)$$

la rélation entre l'angle φ et l'angle θ de (10) est

$$\varphi = \theta - \pi \qquad (33)$$

et l'expression (14) devient

$$\gamma(x) = 2v_\infty \left[-A_0 \operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k A_k \sin k\varphi \left(-\frac{c}{2}\cos\varphi\right) \frac{c}{2} \sin\varphi\, d\varphi = \right.$$

$$\left. = \frac{c}{2} F_p + \varrho \frac{v_\infty^2 c^2}{2} \left[\frac{\pi}{2} A_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} A_k \int_1^\pi \sin k\varphi \sin 2\varphi\, d\varphi \right] \right.$$

L'unique intégrale différent de nul résulte pour $k=2$, et tenant compte des expressions (14'), 26), il s'ensuite en définitive

$$M_A = \frac{1}{2}\varrho\, v_\infty\, c\left\{\Gamma + \frac{c\, v_\infty}{2}\left[\pi\,\mathrm{sech}\left(\frac{\pi c}{2t}\right)\sin\alpha + \cos\alpha\int_0^{\pi}\frac{dy}{dx}\cos 2\theta\, d\theta\right]\right\} \quad (35)$$

6. *Cas particuliers*

1) Le réseau est formé de profils réctilignes : $y=0$; $\frac{dy}{dx}=0$. Les expressions (28), (29) donnent

$$\Gamma_0 = \frac{4bt}{b^2+1}\, v_\infty \sin\alpha = 2\, v_\infty\, t\,\mathrm{th}\left(\frac{\pi c}{2t}\right)\sin\alpha \quad (36)$$

Cette expression est deja connue de Weinig [3].

De (35), il s'ensuite que

$$M_A^{\circ} = \frac{1}{2}\varrho\, v_\infty^2\, c^2\left[2\,\frac{t}{c}\,\mathrm{th}\left(\frac{\pi c}{2t}\right) + \frac{\pi}{2}\,\mathrm{sech}\left(\frac{\pi c}{2t}\right)\right]\sin\alpha \quad (37)$$

2) Le profil courbe isolé on obtient de réseau en posant $t\to\infty$ et $b\to\infty$. Selon (9), $t = \dfrac{\pi c}{2\,ln\dfrac{b+1}{b-1}}$

La rélation (28) devient

$$\Gamma_1 = 4\, v_\infty \sin\alpha \lim_{b\to\infty}\left(\frac{b}{b^2+1}\cdot\frac{\pi c}{2\,ln\dfrac{b+1}{b-1}}\right) -$$

$$-\lim_{b\to\infty}\left(\frac{b^2-1}{b^2+1}\right) 2\, v_\infty \cos\alpha \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\frac{dy}{dx}\,\mathrm{ctg}\,\theta\, dx$$

Mais, $\lim\limits_{b\to\infty}\dfrac{b}{(b^2+1)\,ln\dfrac{b+1}{b-1}} = \lim\limits_{b\to\infty}\dfrac{1}{\left(b+\dfrac{1}{b}\right)2\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{3\,b^3}+\dfrac{1}{5\,b^5}+-\right)} = \dfrac{1}{2}$

$$\text{Ainsi, } \Gamma_1 = \pi c\, v_\infty \sin\alpha - 2\, v_\infty \cos\alpha \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}}\frac{dy}{dx}\,\mathrm{ctg}\,\theta\, dx \quad (38)$$

Avec la transformation (32),

$$\Gamma_1 = c\, v_\infty\left(\pi\sin\alpha - \cos\alpha\int_0^{\pi}\frac{dy}{dx}\cos\theta\, d\theta\right) \quad (39)$$

c'est-à-dire l'expression de Glauert pour le profil isolé mince et avec courbure petite, où pour l'angle d'attaque petit, $\sin\alpha \approx \alpha$ et $\cos\alpha \approx 1$.

La portance et le moment par rapport à bord d'attaque on calcule à l'aide des éxpressions (31 et (35 où $\Gamma = \Gamma_1$.

En utilisant les expressions (29) et (38), le coefficient d'influence du réseau lineaire de profils minces est

$$k = \frac{\Gamma}{\Gamma_1} = 2\,\frac{t\,\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{th}\left(\frac{\pi c}{2t}\right) - \mathrm{sech}\left(\frac{\pi c}{2t}\right)\int\limits_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{dy}{dx}\,\mathrm{ctg}\,\theta\,dx}{\pi\,\mathrm{ctg}\,\alpha - 2\int\limits_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} \frac{dy}{dx}\,\mathrm{ctg}\,\theta\,dx} \tag{40}$$

La chaire de machines hydrauliques
Institut Polytechnique „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. *Павел, Д ; Зидару, Г :* Определение скорости на выходной кромке и точки застоя для некоторых изолированных профилей или в линейной профильной решетке, Bul. Inst. Pol. „Gh. Gheorghiu-Dej" (sous presse) ;

2. *Беленький, И. М ; Зеленский, И. Е :* К вопросу о циркуляционном обтекании плоской решетки с пером произвольного профиля, Прикл. мат. мех. 1938, том I, в 4. ;

3. *Taşcă, D. :* Curs de teoria hidrodinamică a reţelelor de profile, Inst. Politehnic Bucureşti 1964—1968 (autographié).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

REZISTENȚA MATERIALELOR

C.Z.: 539.4 : 620.173 : 624.072.2 : 624.078

LIMITELE DE VALABILITATE ALE FORMULELOR CE DAU SARCINA CRITICĂ DE FLAMBAJ LA GRINZILE CONTINUE PENDULARE

VICTOR DROBOTĂ

Formulele pentru calculul sarcinii critice de flambaj, la flambajul lateral al grinzilor continue pendulare de deschideri egale, încărcate cu sarcini transversale pe o singură deschidere sau la flambajul lateral simetric al acestor grinzi încărcate pe fiecare deschidere cu sarcini egale, [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7], se pot scrie sub formă generală și anume

$$P_f = \eta \frac{EI_y h}{l^3} \tag{1}$$

unde η este un coeficient adimensional a cărui valoare depinde de modul de încărcare și de rezemare al grinzii;

EI_y — rigiditatea minimă de încovoiere a secțiunii grinzii;

h — distanța dintre dreapta care unește punctele de rezemare și dreapta care unește punctele de aplicare ale sarcinilor;

l — lungimea grinzii cuprinsă între două reazeme consecutive.

Pentru stabilirea acestora s-au făcut o serie de ipoteze de calcul legate de modul de încărcare și de rezemare al grinzii precum și de secțiunea transversală a acesteia, ipoteze ce se realizează într-un grad înalt la aplicațiile practice întîlnite la astfel de grinzi. În afara acestor ipoteze în vederea simplificării conducerii calculului și al obținerii unor relații simple s-au mai folosit și alte ipoteze a căror realizare limitează aplicarea relațiilor deduse la un anumit domeniu.

Una dintre aceste ipoteze consideră că după pierderea stabilității elastice unghiul de răsucire φ cu care se rotește o secțiune oarecare normală pe axa grinzii, față de secțiunea situată în dreptul unuia din reazeme considerat origină, este neglijabil în raport cu unghiul α cu care secțiunea considerată origină se rotește față de poziția verticală inițială.

În cele ce urmează se arată modul în care se stabileşte domeniul de valabilitate al formulei (1), pentru cîteva cazuri limită de încărcare şi rezemare întîlnite în aplicaţiile practice cu asemenea grinzi.

Se consideră grinda de secţiune constantă din figura 1 care reprezintă o grindă încărcată pe mijlocul deschiderii cu o sarcină concentrată P şi cu cupluri de valoare egală M_1 pe ambele reazeme.

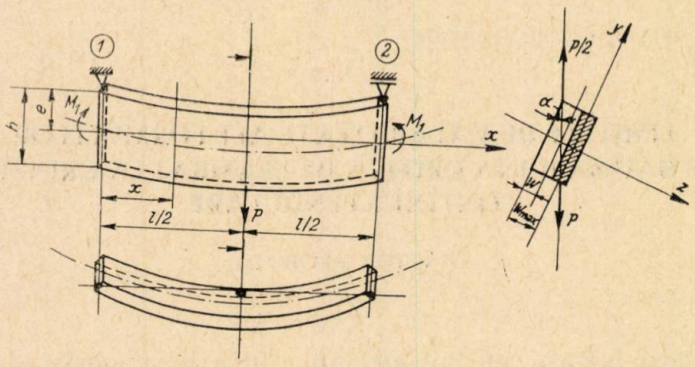


Fig. 1

Dacă se ţine seama că rigiditatea la încovoiere a grinzii în raport cu axa Oz a secţiunii respective EI_z, este cu mult mai mare decît rigiditatea la încovoiere a grinzii în raport cu axa O_y respectiv EI_y, ecuaţiile de deformaţie la încovoiere laterală şi răsucire sînt:

$$EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} = -\left(\frac{P}{2} x + M_1\right) \sin(\alpha - \varphi);\ 0 < x < \frac{l}{2}$$

$$GI_d \frac{d\varphi}{dx} = \frac{P}{2}(e \sin\alpha - w \cos\alpha) + \left(\frac{P}{2} x + M_1\right) \frac{d w}{d x} \cos\alpha;\ 0 < x < \frac{l}{2} \tag{2}$$

unde w este deformaţia grinzii produsă prin încovoiere laterală, pentru o secţiune oarecare a grinzii situată la distanţa x de reazemul 1 considerat origină, la înălţimea fibrei medii deformate a grinzii, măsurată pe axa Oz considerînd origină axa Oy a secţiunii din dreptul reazemului 1;

e — distanţa dintre dreapta care uneşte punctele de rezemare şi fibra medie deformată;

GI_d — rigiditatea la răsucire a grinzii;

celelalte notaţii au semnificaţia cunoscută.

Dacă se consideră într-o primă aproximaţie că $\varphi \ll \alpha$ şi se integrează de două ori prima ecuaţie a sistemului (2), ţinînd seama că pentru $x = 0$; $w = 0$ şi pentru $x = \frac{l}{2}$; $w' = 0$, se obţine

$$w = \frac{\alpha}{EI_y}\left[-\frac{P x^3}{12} - M_1 \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}\left(\frac{1}{8} P l^2 + M_1 l\right)\right] \tag{3}$$

Înlocuind această expresie a lui w și a derivatei acestuia în cea de-a doua ecuație a sistemului 2 și integrînd această ecuație, ținînd seama că pentru $x=0$; $\varphi=0$, se obține

$$GI_d\varphi = \frac{\alpha}{48\,EI_y}[-P^2x^2 - 8\,P\,M_1x^3 - 24\,M_1^2x^2 + 3\,(M_1\,Pl^2 + \\ + 8\,M_1\,l + 8\,P\,EI_y\,e)\,x] \tag{4}$$

cea mai mare valoare pe care o poate lua sarcina P este cea critică ce poate fi calculată cu relația 1.

Cuplul M_1 poate fi scris sub forma

$$M_1 = k_1\,P_f\,l = k_1\,\eta\,\frac{EI_y\,h}{l^3}\,l \tag{5}$$

Introducînd aceste expresii în relația ce dă pe φ, pentru o grindă a cărei secțiune are două axe de simetrie se obține

$$\varphi = \frac{\alpha\,\eta^2}{48}\,\frac{EI_y}{GI_d}\,\frac{h^2}{l^6}\left[-x^4 - 8\,k_1\,l\,x^3 - 24\,k_1^2\,l^2\,x^2 + 3\,l^3\,x\left(8\,k_1^2 + \right.\right. \\ \left.\left. + k_1 + \frac{4}{\eta}\right)\right] \tag{6}$$

Cu ajutorul acestei relații se poate stabili valoarea maximă a unghiului de răsucire φ pentru diverse cazuri de încărcare și rezemare a grinzii.

În cele ce urmează s-a calculat valoarea maximă a acestui unghi, la grinzi din oțel, pentru cîteva cazuri limită, în care ținînd seama de încărcarea grinzii, pot apare cele mai mari valori ale acestui unghi. Aceste cazuri sînt : grinda pe două reazeme, grinda continuă de deschideri egale pe un număr infinit de reazeme cu sarcina pe mijlocul grinzii și grinda continuă de deschideri egale încărcată pe mijlocul fiecărei deschideri cu o sarcină concentrată în cazul cînd aceasta flambează simetric.

Cazul 1 (tabela 1, nr. 1)

Pentru acest caz $\eta=48$; $k_1=0$.

Cea mai mare valoare a lui φ se obține pentru $x=0{,}397\ l$ și este dată de relația

$$\varphi_{max} = 9{,}26\,\frac{I_y}{I_d}\,\frac{h^2}{l^2}\,\alpha \tag{7}$$

Considerînd că $\varphi_{max} \leqslant 0{,}05\,\alpha$, relația de mai sus devine

$$\overline{M} = \frac{I_y}{I_d}\,\frac{h^2}{l^2} \leqslant \frac{1}{185{,}2} \tag{8}$$

În același mod se pot determina constantele $\overline{M}$ pentru orice caz de încărcare și rezemare ce interesează.

În tabela 1 sînt adunate cîteva cazuri de interes practic pentru care s-a determinat valoarea acestei constante la grinzi de oțel a căror secțiune are două axe de simetrie.

În această tabelă sînt cuprinse și limitele de valabilitate ale relației (1) pentru cazurile respective.

O altă ipoteză făcută pentru determinarea formulei (1) care limitează domeniul de valabilitate al acesteia, este aceea că energia potențială de deformație la răsucire a grinzii este neglijabilă în raport cu cea de încovoiere.

Considerînd același caz general studiat mai înainte și folosind relațiile stabilite pentru $\frac{d^2 w}{dx^2}$ și $\frac{d\varphi}{dx}$, expresiile energiilor potențiale de deformație la încovoiere și răsucire sînt următoarele :

$$L_i = EI_y \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{\eta^2}{96} EI_y \frac{h^2}{l^3} \alpha^2 (1 + 12 k_1 + 48 k_1^2)$$

$$L_t = GI_d \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 dx = \frac{\eta^4}{48^2} \frac{E^2 I_y^2}{GI_d} \frac{h^4}{l^5} \alpha^2 \left[96 k_1^4 + 24 k_1^3 + \right.$$

$$\left. + \left(1{,}5 + \frac{144}{\eta}\right) k_1^2 + \left(0{,}125 + \frac{12}{\eta}\right) k_1 + \frac{72}{\eta^2} - \frac{1{,}5}{\eta} + 0{,}01784 \right] \tag{9}$$

Făcînd raportul lor, se obține

$$\overline{N} = \frac{L_t}{L_i} = \frac{\eta^2}{24} \frac{EI_y}{GI_d} \frac{h^2}{l^2}$$

$$\frac{96 k_1^4 + 24 k_1^3 + \left(1{,}5 + \frac{144}{\eta}\right) k_1^2 + \left(0{,}125 + \frac{12}{\eta}\right) k_1 + \frac{72}{\eta^2} - \frac{1{,}5}{\eta} + 0{,}01784}{1 + 12 k_1 + 48 k_1^2} \tag{10}$$

Ipoteza enunțată cere ca valoarea acestui raport să fie $\overline{N} \leqslant 0{,}05$ de unde rezultă o anumită condiție impusă pentru valoarea aceleiași mărimi $\overline{M}$ determinate mai înainte.

Pentru aceleași cazuri limită studiate, valorile acestei mărimi sînt cuprinse în tabela 1.

Din compararea valorilor $\overline{M}$ calculate pentru cele două ipoteze se desprinde concluzia că acceptarea ipotezei după care $\varphi \ll \alpha$ este suficientă și pentru acceptarea ipotezei după care energia potențială de deformație la răsucire poate fi neglijată în raport cu cea de încovoiere.

Luarea în considerație a domeniului de valabilitate al relației (1) ținînd seama de aceste două ipoteze este interesantă dacă se urmărește un calcul riguros al sarcinii critice de flambaj.

Dacă pentru calculul sarcinii critice se ține seama și de deformația la răsucire a grinzii valoarea acesteia este mai mare decît cea calculată cu formula (1) [8], și deci calculul sarcinii critice cu ajutorul formulei (1) este acoperitor.

Limitările impuse de admiterea celor două ipoteze asupra calculului sarcinii critice de flambaj cu ajutorul relației (1), nu împiedică folosirea acesteia pentru nevoile practicei, erorile ce se fac, neluînd în considerație aceste limitări, fiind în limitele admise de calculele de stabilitate.

Dar folosirea acestei relații este limitată în domeniul flambajului elastic, la deducerea ei fiind folosite numai relații din elasticitate. Efortul unitar critic de flambaj trebuie să fie deci ca valoare sub limita de proporționalitate a materialului din care este făcută grinda.

Pentru o asemenea grindă efortul unitar critic de flambaj se obține cu ajutorul relației

$$\sigma_f = \frac{M_{\max}}{W_z} \leqslant \sigma_c \tag{11}$$

Momentul încovoietor maxim este dat de relația

$$M_{\max} = \xi P_f l \tag{12}$$

unde ξ este un coeficient adimensional a cărui valoare este funcție de modul de încărcare și de rezemare a grinzii.

Înlocuind pe $M_{\max}$ în expresia (12) și folosind pentru P_f expresia (1) se obține

$$\sigma_f = \xi \eta \frac{EI_y}{l^3} \frac{h}{I_z} y_{\max} l$$

Notînd $y_{\max} = \zeta h$ și înlocuind în relația de mai sus se obține

$$\sigma_f = \zeta \eta \xi E \frac{I_y}{I_z} \frac{h^2}{l^2} \tag{13}$$

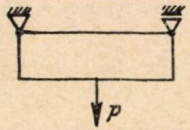
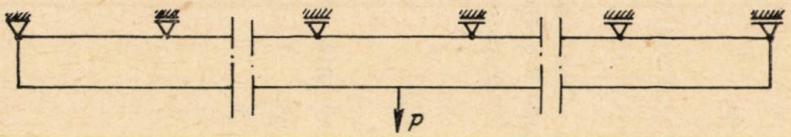
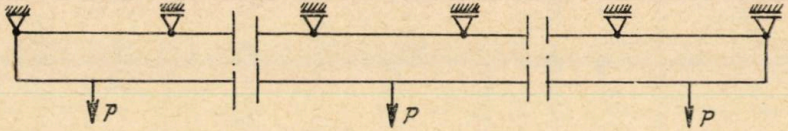
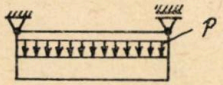
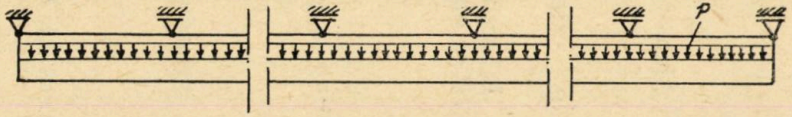
Introducînd notația

$$\lambda^2 = \frac{I_z}{I_y} \frac{h^2}{l^2} \tag{14}$$

expresia (14) se poate scrie sub forma

$$\sigma_f = \frac{\zeta \eta \xi E}{\lambda^2} \tag{15}$$

Tabela 1

Nr. crt.	Cazul studiat	ζ	ξ	η	k_1	$\bar{M} <$	
						$\varphi \ll \alpha$	$L_t \ll L_i$
1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	48	0	$\frac{1}{185,2}$	$\frac{1}{44,4}$
2			0,17	91,19	$+\frac{3}{38}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{26}$
3			$\frac{1}{8}$	192	$+\frac{1}{8}$	$\frac{1}{144}$	$\frac{1}{95}$
4			$\frac{1}{8}$	60	0	$\frac{1}{628}$	$\frac{1}{585}$
5			$\frac{1}{8}$	360	$+\frac{1}{12}$	$\frac{1}{1290}$	$\frac{1}{1350}$

Ținînd seama că pentru o grindă dată ξ, η, ζ și E sînt niște constante între σ_f și λ există o relație hiperbolică de gradul al treilea a cărei reprezentare grafică are forma din figura 2.

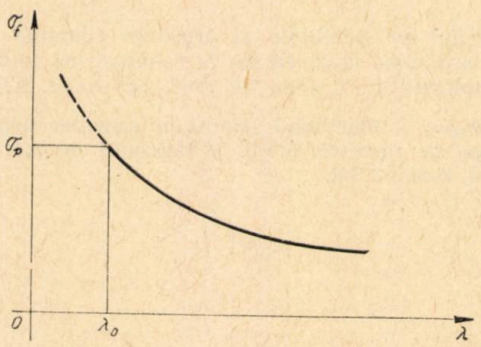


Fig. 2.

Relația (15) este valabilă pentru un efort unitar critic de flambaj σ_f mai mic decît limita de proporționalitate σ_p căreia îi corespunde o valoare a coeficientului adimensional λ determinată de relația

$$\lambda_0 = \sqrt{\zeta \eta \xi \frac{E}{\sigma_c}} \tag{16}$$

Pentru folosirea relației (1) este deci necesară îndeplinirea condiției $\lambda > \lambda_0$.

Catedra de rezistența materialelor
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Petre* și V. *Drobotă* — Flambajul lateral al grinzilor continue pendulare. Studii și cercetări de Mecanică aplicată nr. 4, tom. 16, 1964, ed. Acad. R.S.R.

2. V. *Drobotă* — Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini transversale uniform repartizate, Buletinul Institutului politehnic București, tom. XXVI, fasc. 6, nov.—dec. 1964.

3. V. *Drobotă* — Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini transversale concentrate și uniform distribuite. Studii și cercetări de mecanică aplicată nr. 3, tom. 18, 1965, Ed. Academiei R.S.R.

4. V. *Drobotă* — Flambajul lateral al grinzilor pendulare continue sub sarcini mobile. Studii și cercetări de mecanică aplicată nr. 4, tom. 19, 1965, Ed. Academiei R.S.R.

5 V. *Drobotă* — Flambajul lateral simetric și antisimetric al grinzilor pendulare sub sarcini transversale. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" București, tom. XXVII, nr. 5, sept.—oct. 1965.

6. V. *Drobotă* — O metodă generală pentru calculul sarcinii critice de flambaj la grinzile continue pendulare sub sarcini transversale. Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti, tom. XXIX, nr. 3, mai—iunie 1967.

7. V. *Drobotă* — Calculul de stabilitate al grinzilor continue pendulare susţinute prin tendoane articulate şi încărcate în convoaie de forţe. Studii şi cercetări de mecanică aplicată nr. 1, tom. 27, 1967, Ed. Acad. R.S.R.

8. A. *Petre* şi V. *Drobotă* — Flambajul lateral al grinzilor pendulare ţinînd seama şi de solicitarea de răsucire. Studii şi cercetări de mecanică aplicată nr. 5, tom. 27 1968, Ed. Acad. R.S.R.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

AUTOMATICĂ

C.Z.: 621—52 : 532 : 621.375 : 621.3.011.3

UNELE PROBLEME PRIVIND DINAMICA INTERCONEXIUNII AMPLIFICATOARELOR FLUIDICE *

SIMION FLOREA

1. *Generalități*

Construcția dispozitivelor de automatizare, fluidice fără piese mobile cunoaște în ultima vreme o dezvoltare însemnată [1, 2]. Fluidul întrebuințat pentru transferul și prelucrarea informației, este de cele mai multe ori un gaz. Efectul compresibilității cît și influența parametrilor de stare variabili, ai acestuia, imprimă dinamicii scurgerii fluidului un pronunțat caracter neliniar. În consecință un studiu complet al elementelor și dispozitivelor fluidice, cu luarea în considerație a tuturor fenomenelor ce apar în funcționarea acestora, necesită calcule laborioase. De cele mai multe ori la proiectare se folosesc calcule aproximative, care conduc la rezultate satisfăcătoare.

Comportarea elementelor și dispozitivelor fluidice în diferite condiții de funcționare este complet determinată prin cunoașterea familiilor de caracteristici statice și dinamice.

În lucrarea de față ne propunem a studia cîteva probleme legate de funcționarea amplificatoarelor fluidice în regim dinamic în unul sau mai multe etaje de amplificare interconectate.

2. *Dinamica amplificatorului fluidic*

Considerăm un amplificator fluidic de tip diferențial în circuit deschis (fig. 1) al cărui principiu de funcționare are la bază interacțiunea aerodinamică a jeturilor de fluid [3]. Unghiul de deflecție θ a jetului de putere deviat pe unul din cele două canale de recepție este determinat de echilibrul momentelor de mișcare date de cantitățile de fluid Q_{c1} și Q_{c2} prin cele două canale de comandă C_1 și C_2.

Pentru analiza funcționării amplificatorului fluidic considerat vom utiliza analogia electro-pneumatică, cu admiterea unor ipoteze

* Manuscris predat la redacție la 27 martie 1968.

simplificatoare. Analogia folosită în studiul circuitelor fluidice este: $Q \sim i$; $p \sim u$, unde Q este debitul masic de fluid, iar p presiunea statică. Această analogie este valabilă în ipoteza unor turbulențe scăzute și pentru cazul cînd presiunea statică nu depinde de debitul masic. În

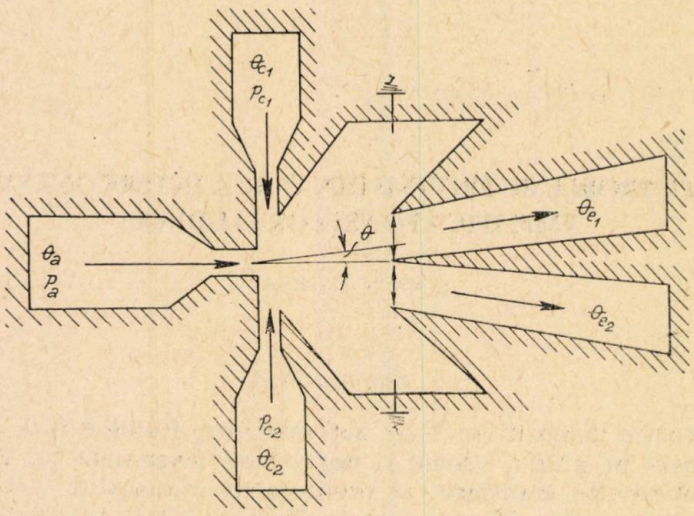


Fig. 1.

cazul în care presiunea statică depinde și de viteza gazului (debitul masic) analogia electro-pneumatică este: $Q \sim i$; $u \sim \int \frac{dp}{\varrho} + \frac{v^2}{2}$ unde:

ϱ este densitatea fluidului.

La variații mici ale parametrilor, și în cazul modificării izotermice a stării gazului, p și ϱ pot fi considerate constante și analogul tensiunii este, $u \sim \frac{p}{\varrho} + \frac{v^2}{2}$. În acest caz este necesar să se cunoască procesul de transformare a gazului precum și cantitățile de energie potențială și cinetică conținute de gaz în orice moment.

Pentru realizarea modelului electric al amplificatorului fluidic se construiește mai întîi modelul fizic al acestuia (fig. 2), cu ajutorul căruia se pun în evidență parametrii constructivi și funcționali care definesc regimul de funcționare al amplificatorului [7]. Pentru frecvențe joase de lucru, pe baza modelului fizic din fig. 2 se procedează la modelarea electrică a principalelor părți componente ale amplificatorului; ajutajul de putere, canalele de comandă și de recepție, orificiile de eșapare în atmosferă etc., obținîndu-se în final o rețea electrică activă formată din elemente de circuit R, L, C. În aceste condiții se definesc impedanțele de intrare și de ieșire ale modelului electric. Impedanța de intrare Z_t, este determinată de impedanța proprie a canalelor de comandă și a ajutajului de alimentare.

Z_e reprezintă impedanța de ieșire, determinată de impedanța proprie a canalelor de recepție.

În cazul curgerii turbulente a fluidului, calculul impedanțelor de intrare și ieșire se face luînd în considerare caracterul neliniar al re-

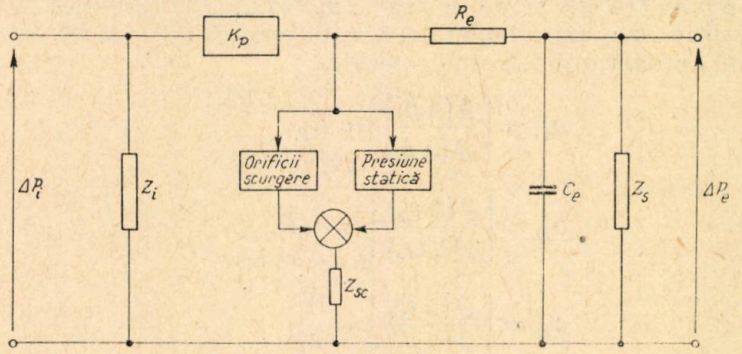


Fig. 2.

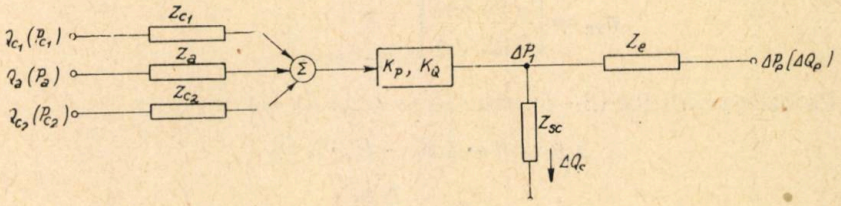


Fig. 3.

zistențelor orificiilor, de comandă, de recepție și de alimentare a amplificatorului.

Modelului fizic și electric al elementului fluidic întocmite în condițiile în care scurgerea fluidului este unidirecțională și efectele turbio-

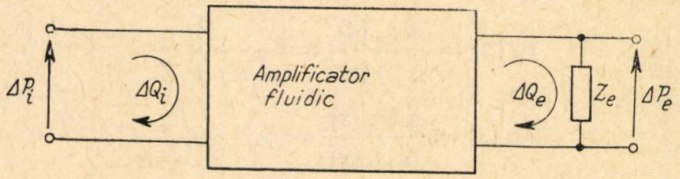


Fig. 4.

nare locale se neglijează, îi corespunde un cuadripol echivalent, reprezentat în fig. 4. Ecuațiile cuadripolului echivalent sub formă matricială sînt :

$$\begin{Vmatrix} \Delta p_e \\ \Delta Q_i \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix} x \begin{Vmatrix} \Delta p_i \\ \Delta Q_e \end{Vmatrix} \quad (1)$$

unde : $\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Vmatrix}$ este matricia cuadripolului

Coeficienții a_{ij} pentru cazul general al circuitelor fluidice sînt coeficienți integro-diferențiali ai ecuației amplificatorului fluidic și sînt funcție de impedanțele circuitului și de parametrii fluidului. Pentru determinarea acestor coeficienți sînt necesare caracteristicile de intrare $\Delta p_i = f(\Delta Q_i)$ și de ieșire $\Delta p_e = f(\Delta Q_e)$ care pot fi determinate analitic sau experimental. Acești coeficienți pot fi calculați cu suficientă aproximație folosind relațiile :

$$a_{11} = \left[\frac{\partial(\Delta p_e)}{\partial(\Delta p_i)}\right]_{\Delta Q_e = \text{constant}} = K_p \tag{2}$$

$$a_{12} = \left[\frac{\partial(\Delta p_e)}{\partial(\Delta Q_e)}\right]_{\Delta p_i = \text{constant}} = -R_e \tag{3}$$

$$a_{21} = \left[\frac{\partial(\Delta Q_i}{\partial(\Delta p_i)}\right]_{\Delta Q_e = \text{constant}} = \frac{1}{Z_i} \tag{4}$$

$$a_{22} = \left[\frac{\partial(\Delta Q_i)}{\partial(\Delta Q_e)}\right]_{\Delta p_i = \text{constant}} = 0 \tag{5}$$

Pe baza relațiilor (2—5) ecuația matricială (1) devine :

$$\Delta p = K_p \cdot \Delta p_i - R_e \cdot \Delta Q_e$$

$$\Delta Q_i = \frac{\Delta p_i}{Z_i} \tag{6}$$

Prin luarea în considerare a relațiilor de dependență ce există între parametrii funcționali și constructivi de la ieșirea amplificatorului [3] și a relațiilor (6) se obțin funcțiile de transfer ale amplificatorului fluidic în presiune și debit avînd expresiile :

$$Y_p(s) = \frac{\Delta p_e(s)}{\Delta p_i(s)} = K_p \frac{Z_e}{R_e + Z_e} \tag{7}$$

$$Y_Q(s) = \frac{\Delta Q_e(s)}{\Delta Q_i(s)} = K_Q \cdot \frac{R_e}{Z_e + R_e} \tag{8}$$

unde :

$Z_e = \dfrac{\Delta p_e}{\Delta Q_e} = \dfrac{Z_s}{C_e Z_s \cdot s + 1}$ — este impedanța echivalentă la ieșirea amplificatorului.

$K_Q = \left[\left(\dfrac{\Delta Q_e}{\Delta Q_i}\right)\right]_{Z_s = 0} = \dfrac{Z_i K_p}{R_e}$ — factorul de amplificare în debit.

Cînd se impun precizii ridicate în determinarea funcției de transfer a amplificatorului fluidic este necesar a se considera întîrzierile din

camera de interacțiune și timpul de transport necesar traversării amplificatorului de către semnalul util. Întîrzierile ce apar în acest caz sînt relativ mici și pot fi neglijate în comparație cu constanta totală de timp a amplificatorului.

Pentru funcționarea amplificatorului fluidic cu amplificare de putere mare trebuie asigurat la ieșire un transfer maxim de putere în funcție de deflecția jetului de forță și de impedanța de ieșire. Realizarea unei amplificări ridicate este posibilă prin cuplarea în serie a mai multor etaje de amplificare cuplate prin intermediul unei linii de transmisie.

3. *Dinamica liniei de transmisie a fluidului*

Analiza comportării în regim dinamic a liniei de transmisie se va face considerînd aceasta ca un element de circuit cu parametrii distribuiți și în ipoteza unor variații mici ale parametrilor funcționali (p, v.) În acest caz, utilizînd analogia pneumo-electrică, linia de transmisie poate fi reprezentată sub forma unui cuadripol (fig. 5) iar ecuațiile pentru presiune și debit sînt :

$$\Delta p_1 = (Z_1 + Z_3)\,\Delta Q_1 + Z_3\,\Delta Q_2 \tag{9}$$

$$\Delta p_2 = (Z_2 + Z_3)\,\Delta Q_2 + Z_3\,\Delta Q_1 \tag{10}$$

sau

$$\begin{Vmatrix} \Delta p_2 \\ \Delta Q_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{Vmatrix} x \begin{Vmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta Q_1 \end{Vmatrix} \tag{11}$$

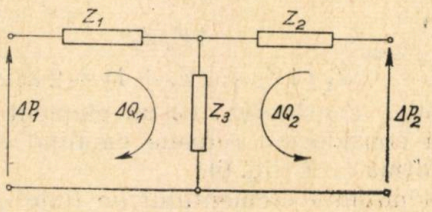


Fig. 5.

unde coeficienții b_{ji} pot fi determinați din ecuațiile (9, 10) în funcție de impedanțele liniei.

$$b_{11} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3}\,;\; b_{12} = -\frac{(Z_2 + Z_3)(Z_1 + Z_3)}{Z_3} + Z_3 \tag{12}$$

$$b_{21} = \frac{1}{Z_3}\,;\; b_{22} = -\frac{Z_1 + Z_3}{Z_3}$$

Dacă considerăm linia de transmisie simetrică avem, $Z_1 = Z_2$ și valoarea impedanței de intrare a liniei, în acest caz este :

$$Z_i = \frac{\Delta p_i}{\Delta Q_i} = \frac{Z_1^2 + 2Z_1 Z_s + 4Z_1 Z_3 + 4Z_3 Z_s}{2(Z_1 + 2Z_3 + 3Z_s)} \tag{13}$$

unde Z_s este impedanța de sarcină a liniei.

Cunoscînd impedanța de ieșire a unui amplificator fluidic, impedanța de sarcină pe care va lucra (care poate fi chiar impedanța de intrare a unui etaj următor de amplificare) precum și expresia impedanței de intrare a liniei de transmisie, se poate dimensiona optim linia astfel încît să se asigure transferul maxim de putere la ieșire, în sar-

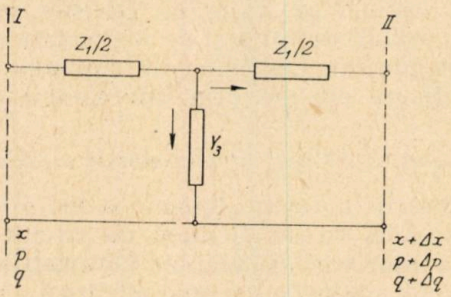


Fig. 6.

cină. Funcția de transfer a liniei de transmisie în cazul considerat, este determinată de valorile impedanțelor liniei și a sarcinii și are expresia :

$$Y_p(s)=\frac{\Delta p_2(s)}{\Delta p_1(s)}=\frac{Z_s}{-\left(Z_1-\frac{Z_1}{4Z_3}\right)-Z_s\left(\frac{Z_1}{2Z_3}+1\right)}= \tag{14}$$

$$=-\frac{4Z_sZ_3}{Z_1(4Z_3+2Z_s+1)+2Z_sZ_3}$$

Impedanțele liniei, considerată ca un element cu parametrii distribuiți, se determină considerînd rețeaua ca fiind alcătuită dintr-o infinitate de rețele în formă de T (fig. 6).

Impedanța și admitanța elementului de linie este $Z_1=z_1\Delta x$ respectiv $Y_3=y_3\Delta x$, unde z_1 și y_3 sînt impedanța și admitanța raportată la unitatea de lungime. Modificările de debit și presiune ce apar în linie pot fi scrise în funcție de aceste impedanțe astfel :

$$\Delta p=-qz_1\Delta x \tag{15}$$

$$\Delta q=-py_3\Delta x \tag{16}$$

Prin trecere la limită ecuațiile (15) și (16) devin :

$$\frac{\partial p}{\Delta x}=-z_1q \text{ și } \frac{\partial q}{\partial x}=-y_3p \tag{17}$$

Ecuațiile acustice în linie pentru funcționarea liniară admisă sînt :

$$L\frac{\partial q}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x}-R_1q \tag{18}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\frac{1}{C_1}\frac{\partial q}{\partial x} \tag{19}$$

unde :

$q = \varrho \cdot A \cdot v'_x$ și v'_x este abaterea medie a vitezei

$p = \frac{p'}{\varrho}$ p' — abaterea medie a presiunii

$L = \frac{1}{\varrho \cdot A}$ L — inertanța pe unitatea de lungime

$R = \frac{8 \cdot \alpha \cdot \pi}{\varrho^2 A^2}$ R — rezistența pe unitatea de lungime

$C = \frac{\varrho \cdot A}{a^2}$ C — capacitanța pe unitatea de lungime

a — viteza sunetului în linie

Din ecuațiile (17), (18) și (19) rezultă impedanța z_1 admitanța y_3

$$z_1 = R + s L_e \tag{20}$$

$$y_3 = s C_1$$

Distribuția vitezei în linie pentru funcționarea neliniară nu mai este constantă și relațiile de calcul sînt diferite pentru frecvențe joase și pentru frecvențe înalte.

Impedanța caracteristică a liniei formată dintr-o infinitate de rețele în T (fig. 7) este dată de impedanța de intrare a liniei de lungime infinită.

$$Z_{c1} = \lim_{\Delta x \to 0} Z_c = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 Z_1 \Delta x}{y_3 \Delta x} + Z_1^2 (\Delta x)^2} = \sqrt{\frac{Z_1}{y_3}} \tag{21}$$

sau $$Z_{c1} = Z_i = \frac{1}{2} \sqrt{4 Z_1 Z_3 + Z_1^2}$$

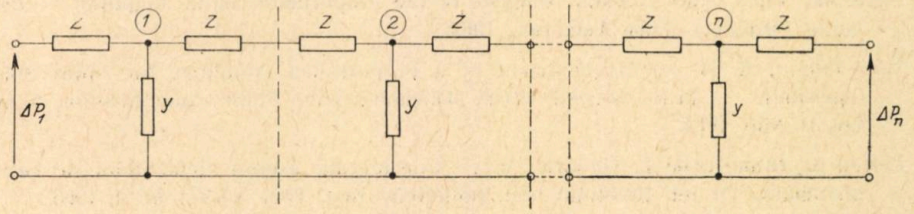


Fig. 7.

sau

$$Z_{c1} = \frac{R_1 + s L_1}{C_1 s} \tag{22}$$

Pentru o impedanță Z_{c1} dată avem :

unde :

$$Z_{c1}(j\omega) = |Z_{c1}(J\omega)| e^{-J\theta}$$

$$Z_{c1}(j\omega) = \left(\frac{L_e}{C_e}\right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{R_e}{\omega^2 L_e}\right)^2\right]^{1/4} \tag{23}$$

$$C = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{R_e}{\omega L_e}$$

Din expresiile (23) se poate urmări influența frecvenței și a impedanțelor asupra comportării liniei în regim dinamic.

Dacă se admite o impedanță de sarcină rezistivă ($Z_s = R$) înlocuind expresiile (20) în (14) se obține forma generală a funcției de transfer a liniei în funcție de parametrii geometrici ai acesteia.

$$Y_p(s) = -\frac{4R}{(R + Ls)(4 + 2CRs + Cs) + 2R} \tag{24}$$

În cazul unei linii de transmisie lungi relația (23) nu poate fi aplicată datorită fenomenului de întîrziere ce apare la transmiterea undelor în conductă.

Cunoscînd funcțiile de transfer ale celor două etaje de amplificare și a liniei de transmisie se poate stabili o funcție de transfer a amplificatorului care pune în evidență factorul total de amplificare și întîrzierile ce apar în transmiterea semnalelor de la intrare la ieșire.

Ipotezele simplificatoare admise conduc evident la precizii limitate, însă relațiile stabilite definesc suficient de bine comportarea amplificatorului în regim dinamic. Dacă parametrii geometrici sînt calculați corespunzător, astfel încît să se evite apariția fenomenelor ondulatorii și a vîrtejurilor și implicit a zgomotului, metoda de calcul expusă permite proiectarea corespunzătoare a circuitelor fluidice.

Catedra de automatizări
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *Dexter E. M.* — An Analog Pure Fluid Amplifier — Symp. Fluid Jet Control Devices. 1962.

2. *Paperone, Kats, Goto* — Gain Analysis of the Proportional Fluid Amplifier — Diamond Ordnonce Fuze Lab. oct. 1962.

3. *Von Tilburg R. W.* — Development of a Proportional Amplifier for Multi Stage Operation — Proc. Second Harry Diamond Lab. Fluid Amplification Symp. vol. II. May 1964.

4. *Florea S., Dumitrache I., Găburici V.* — Considerații asupra elementelor de calcul pneumatic, cu jet, Buletinul Inst. politehnic Buc. Tom XXVII nr. 1 1965.

5. *Florea S., Dumitrache I.* — Amplificatoare fluidice interconectate, Automatica și Electronica, 1968.

6. *Boothe W. A.* — A Lumped Parameter Technique for Predicting Analog Fluid Amplifier Dynamics — Joint Autom. Conf. June 1966.

7. *Belsterling C. A.* — Analitical Techniques for Applying Fluid State Amplifier — Control Eng. December 1965.

8. *Krishner J. M.* — Fluid Amplifiers. Mac Graw Hill, New York, 1966

9. *Florea S., Dumitrache I.* — Elemente de execuție hidraulice și pneumatice, Ed. didactică și pedagogică 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREȘTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

REȚELE ELECTRICE

C.Z.: 621 : 316.3 : 621.3.011 : 621.313.12 : 621.314

UTILIZAREA COMPONENTELOR SIMETRICE NORMATE LA STUDIUL REGIMURILOR NESIMETRICE DIN REȚELELE ELECTRICE TRIFAZATE *

EUGEN POTOLEA

Studiul regimurilor nesimetrice în rețelele trifazate este dezvoltat în literatura de specialitate pe linia construirii unor scheme echivalente în metoda componentelor simetrice (*d, i, h*). Schemele echivalente corespunzătoare diferitelor tipuri de nesimetrii simple se introduc în schemele rețelelor fictive (*d, i, h*) și se obține schema generală care se studiază în continuare prin aplicarea teoremelor Kirchhoff. Uneori, studiul se oprește la construirea schemelor echivalente ale nesimetriilor simple și a schemei generale [17], iar alteori, se obțin relații de calcul [22], aplicabile pentru diferite cazuri concrete de rețele și de nesimetrii.

În cele ce urmează se vor folosi componentele simetrice normate și se va aplica teoria grafului la studiul rețelelor trifazate, în care intervin nesimetrii simple sau multiple de formă generală sau de formă particulară. Pe această cale se obțin în mod direct ecuațiile de funcționare fără a face apel la schemele echivalente ale nesimetriilor.

1. Studiul rețelei simetrice

Se consideră o rețea trifazată simetrică din punct de vedere al impedanțelor dar se admite că sursele de tensiune din laturi și sursele de curent de la noduri pot fi nesimetrice. În consecință, elementele pasive ale rețelei trifazate sînt simetrice iar cele active pot fi nesimetrice. Studiul rețelei cu elemente pasive simetrice se efectuează cu metoda componentelor simetrice, care duce la construirea schemelor rețelelor fictive *d, i, h*. Aceste scheme sînt independente, adică nu conțin impedanțe sau admitanțe mutuale între ele însă au un nod comun, pămîntul.

* Manuscris predat la redacție la 25 martie 1968.

1.1. *Schemele rețelelor fictive*

Se consideră una din mărimile de stare electrică $\underline{I}$ sau $\underline{V}$, notată în general cu Φ și se scriu relațiile dintre componentele fazelor *a*, *b*, *c* și componentele normate *d*, *i*, *h* :

$$[\underline{\Phi}_s] = [\underline{C}_s]\,[\underline{\Phi}_f]$$
$$[\underline{\Phi}_f] = [\underline{C}_s]_t\,[\underline{\Phi}_s] \qquad (1)$$

în care $[\underline{C}_s]$ este matricea normată :

$$[\underline{C}_s] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} \\ d \\ i \\ h \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & i & h \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & a & a^2 \\ \hline 1 & a^2 & a \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} ; \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Matricele coloane $[\Phi_f]$ și $[\underline{\Phi}_s]$ corespund vectorilor cu trei componente din spațiul convențional al fazelor (*a*, *b*, *c*) și al componentelor simetrice (*d*, *i*, *h*) :

$$\Phi_f = (\underline{\Phi}_a,\ \underline{\Phi}_b,\ \underline{\Phi}_c)$$
$$\Phi_s = (\underline{\Phi}_d,\ \underline{\Phi}_i,\ \underline{\Phi}_h) \qquad (2)$$

Folosind relațiile (1) se transformă rețeaua trifazată *a*, *b*, *c* în trei rețele fictive *d*, *i*, *h*. Avantajul acestei transformări constă în faptul că cele trei rețele fictive *d*, *i*, *h* rezultă independente, dacă rețeaua trifazată este simetrică din punct de vedere al impedanțelor și admitanțelor.

În figura 1, a este reprezentată schema monofilară de conexiuni a unei rețele cu elemente pasive și simetrice. Schemele rețelelor fictive s-au construit în ipoteza că admitanțele liniilor sînt neglijabile. Fiecare linie a fost reprezentată printr-o latură longitudinală, fără admitanțe la noduri. Dacă se iau în considerare și admitanțele liniilor, acestea se introduc la noduri în fiecare din rețelele fictive ($\underline{Y}_d = \underline{Y}_i \neq \underline{Y}_h$).

Schemele rețelelor directă și inversă (Fig. 1, b și c) au aceeași configurație și aceleași impedanțe pentru elementele statice, cum sînt liniile și transformatoarele. Pentru elementele dinamice, cum sînt generatoarele și consumatorii (motoarele electrice) se introduc impedanțe sau admitanțe de valori diferite în schemele directă și inversă.

Schema rețelei homopolare are o configurație diferită de a celorlalte două din următoarele cauze :

— generatoarele și consumatorii au, în general, neutrele izolate și de aceea nu este posibilă circulația curenților homopolari în latu-

rile corespunzătoare. Aceste laturi din rețeaua homopolară trebuie să rămînă deschise, așa cum se arată în figura 1, d pentru laturile G_{01}, G_{04}, C_{01}, C_3 și C_{08} ;

— prezența transformatoarelor, cu conexiuni care nu permit trecererea curenților homopolari, impune deschiderea unor laturi longitu-

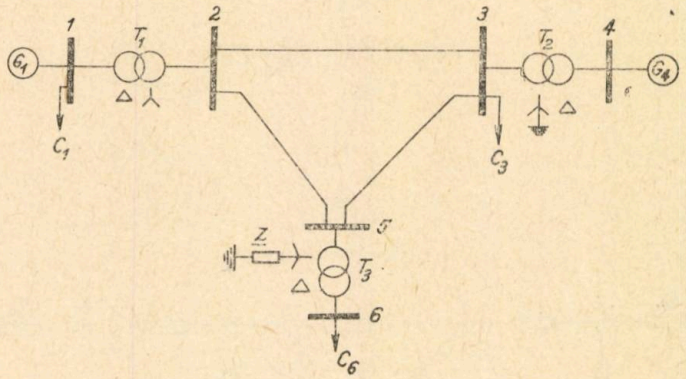


Fig. 1. Schemele unui sistem electric :
a) schema monofilară ;

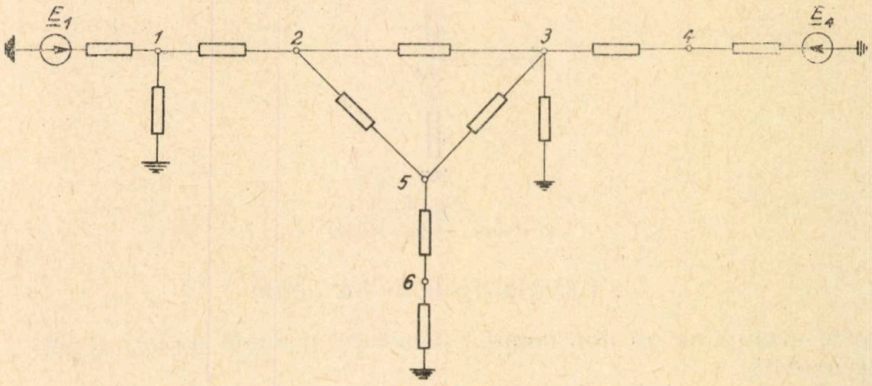


Fig. 1 :
b) schema rețelei directe ;

dinale din rețeaua homopolară. Așa se întîmplă cu latura L_{12} din rețeaua homopolară, care corespunde transformatorului T_1 cu conexiunea triunghi-stea cu neutrul izolat ;

— prezența unor legături pe neutrele transformatoarelor are ca efect introducerea unor laturi transversale în rețeaua homopolară. Așa se întîmplă în cazul transformatoarelor T_2 și T_3, care au neutrul conectat la pămînt direct sau printr-o impedanță.

În baza schemelor echivalente din figura 1 s-au reprezentat grafurile rețelelor directă (a), inversă (a) și homopolară (b) din figura 2.

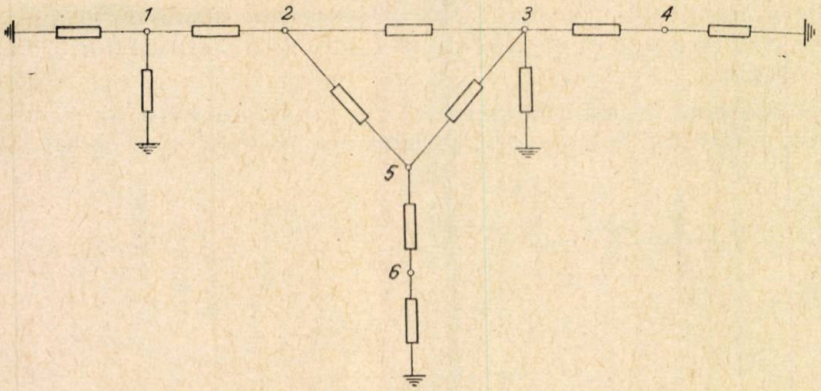


Fig. 1 :
c) schema rețelei inverse :

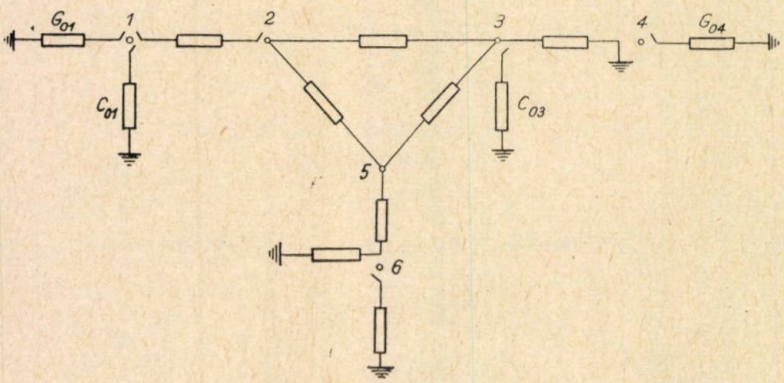


Fig. 1 :
d) schema rețelei nomopolare.

1.2. *Matricele de incidență*

Aceste grafuri au un nod comun, pămîntul și unele noduri și laturi corespondente.

Pămîntul se alege ca nod de referință pentru fiecare din grafuri. În felul acesta se obține un graf general, format din trei subgrafuri cu un nod comun, ales ca referință. Subgrafurile rețelelor de succesiune directă și inversă sînt identice și de aceea toate nodurile și laturile lor sînt corespondente. Subgraful rețelei homopolare diferă de subgraful rețelelor directă și inversă. Unele noduri din rețeaua homopolară sînt izolate iar unele laturi sînt deschise sau sînt șuntate la nodul de referință. În figura 2, b nodurile 1, 4, 6 sînt izolate, laturile G_{01}, C_{01}, L_{12}, C_{03}, G_{04}, C_{03} sînt deschise iar laturile L_{34}, L_{56} sînt șuntate și joacă rolul unor laturi de forma L_{30}, L_{50}.

Nodurile și laturile rămase în graful homopolar au totdeauna corespondențe în graful direct și invers. Nodurile 2, 3, 5 din graful ho-

mopolar corespund cu nodurile 2, 3, 5 din graful direct sau invers. Laturile L_{23}, L_{30}, L_{50}, L_{25}, L_{35} din graful homopolar corespund cu laturile L_{23}, L_{34}, L_{50}, L_{25}, L_{36} din graful direct sau invers.

Se poate stabili o corespondență între ciclurile din cele trei subgrafuri, dacă se aleg arborii, după cum urmează :

— se alege mai întîi arborele homopolar, examinînd schema cu laturi șuntate ;

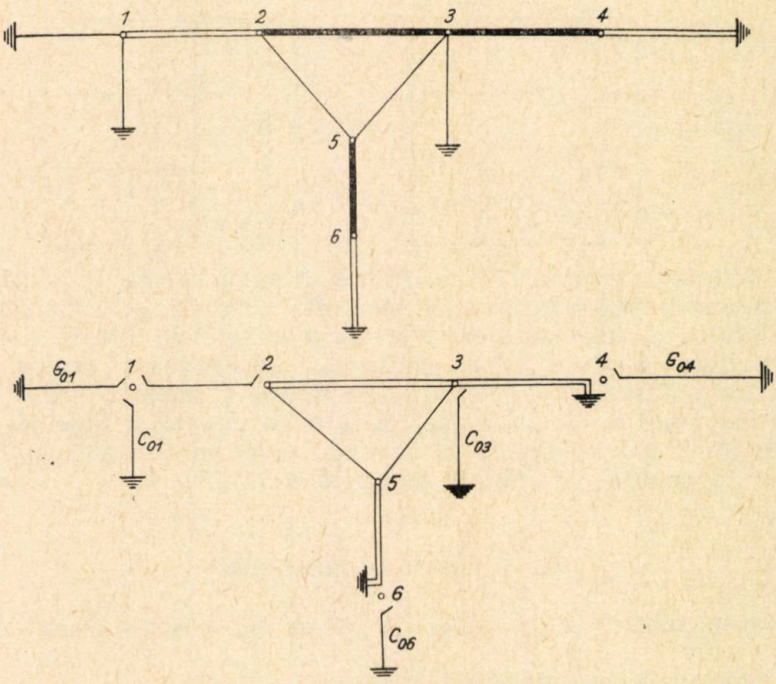


Fig. 2. Grafurile rețelelor fictive :
a) graficurile rețelelor directă și inversă ;
b) graful rețelei homopolare.

— arborele direct (sau invers) conține toate laturile corespondente față de arborele homopolar și, în plus, conține laturi necorespondente pentru graful homopolar.

Arborele homopolar din figura 2, b conține două laturi șuntate L_{50}, L_{30} și o latură normală L_{23}. Ciclurile independente sînt închise de coardele normale L_{25} și L_{35}. Într-o altă variantă, se poate forma arborele din laturile L_{50}, L_{25}, L_{23}, astfel că una din laturile șuntate L_{30} devine coardă.

Arborii grafurilor din rețelele directă și inversă conțin laturile corespondente L_{56}, L_{23}, L_{34} și se completează cu noi laturi arbore, evitînd includerea laturilor L_{25} sau L_{35}, care sînt coarde în graful homopolar. Grafurile rețelelor directă și inversă conțin două cicluri corespondente închise de coardele L_{25}, L_{35} și trei cicluri necorespondente, închise de

coardele necorespondente G_{01}, C_{01}, C_{03}. Ciclurile închise de coardele corespondente L_{25} *şi* L_{35} sînt incidente la laturile corespondente din graful homopolar şi, în plus, la laturi necorespondente.

Matricele de incidenţă [*A*] şi [*B*] ale grafului general se scriu cu ajutorul unor submatrice de ordinul trei, care conţin rînduri şi coloane corespunzătoare celor trei reţele fictive :

$1^3 = i$

	d	*i*	*h*
d	1		
i		1	
h			1

; $1^2 = i$

	d	*i*	*h*
d	1		
i		1	
h			

La scrierea matricei [*A*] se utilizează submatricea 1^3 pentru laturile şi nodurile incidente în cele trei reţele fictive şi submatricea 1^2 pentru laturile şi nodurile incidente numai în reţelele directă şi inversă.

La scrierea matricei [B] se utilizează submatricea 1^3 pentru laturile şi ciclurile incidente în cele trei reţele fictive şi submatricea 1^2 pentru laturile incidente la cicluri numai în reţelele directă şi inversă. Pentru ciclurile din reţelele directă şi inversă, care nu intervin în reţeaua homopolară, se utilizează numai submatricea 1^2.

2.3. *Ecuaţiile de funcţionare*

Folosind matricele de incidenţă [A] şi [B] se scriu ecuaţiile topologice :

— în metoda potenţialelor la noduri :

$$[A]\,[\underline{I}] = [\underline{I_n}]$$
$$[A]_t\,[\underline{V_n}] = [\underline{V}] \qquad (3)$$

— în metoda curenţilor ciclici :

$$[B]_t\,[\underline{I_c}] = [\underline{I}]$$
$$[B]\,[\underline{V}] = 0 \qquad (4)$$

Ecuaţiile (3) sînt scrise pentru cazul general al reţelei cu curenţi la noduri iar ecuaţiile (4) sînt scrise pentru cazul particular al reţelei fără curenţi la noduri.

Toate matricele coloane din (3) şi (4) sînt constituite din submatrice coloane de ordinul trei, corespunzătoare laturilor şi nodurilor din cele trei reţele fictive. Matricele [$\underline{I}$] şi [$\underline{V}$] au termenii egali cu curenţii

și tensiunile din laturi iar matricele $[\underline{I}_n]$ și $[\underline{V}_n]$ au termenii egali cu curenții injectați și potențialele de la noduri. Matricea $[I_c]$ are termenii egali cu curenții din laturile coarde, care joacă rolul de curenți ciclici.

Se scriu ecuațiile de material în două forme :

$$[\underline{Z}]\,[\underline{I}] = [\underline{V}] + [\underline{E}]$$
$$[\underline{Y}]\,[\underline{V}] = [\underline{I}] + [\underline{J}] \tag{5}$$

în care :

$$[\underline{Y}] = [\underline{Z}]^{-1}$$
$$[\underline{J}] = -[\underline{Y}]\,[\underline{E}]$$

Matricea coloană $[\underline{E}]$ este constituită din submatrice coloane de ordinul trei corespunzătoare tensiunilor electromotoare din laturile rețelelor fictive. Dacă tensiunile electromotoare din rețeaua trifazată sînt simetrice atunci submatricele de ordinul trei $[\underline{E}_s]$ din $[\underline{E}]$ conțin un singur termen diferit de zero:

$$[\underline{E}_s] = [d]\,[\underline{E}_d]\,;\ [d]_t = \begin{array}{c|c|c|c} & d & i & h \\ \hline & 1 & & \end{array} \tag{6}$$

Folosind a doua ecuație din (5) și ecuațiile (3) se elimină matricele $[\underline{V}]$, $[\underline{I}]$ și se obține :

$$[\underline{Y}_n]\,[\underline{V}_n] = [\underline{I}_n] - [A]\,[\underline{Y}]\,[\underline{E}] \tag{7}$$

Folosind prima ecuație din (5) și ecuațiile (4) se elimină $[\underline{V}]$, $[\underline{I}]$ și se obține :

$$[\underline{Z}_c]\,[\underline{I}_c] = [B]\,[\underline{E}] \tag{8}$$

Matricele $[Y_n]$ și $[Z_c]$ din metoda potențialelor la noduri și din metoda curenților ciclici se exprimă cu relațiile :

$$[\underline{Y}_n] = [A]\,[\underline{Y}]\,[A]_t$$
$$[\underline{Z}_c] = [B]\,[\underline{Z}]\,[B]_t \tag{9}$$

Matricele $[\underline{Y}]$ și $[\underline{Z}]$ sînt diagonale și constituite din submatrice diagonale de ordinul trei :

$$[\underline{Y}_s] = \begin{array}{c|c|c} \underline{Y}_d & & \\ \hline & \underline{Y}_i & \\ \hline & & \underline{Y}_h \end{array} \quad ; \quad [\underline{Z}_s] = \begin{array}{c|c|c} \underline{Z}_d & & \\ \hline & \underline{Z}_i & \\ \hline & & \underline{Z}_n \end{array}$$

Pentru laturile deschise în rețeaua homopolară parametrii $\underline{Y}_h$ și $\underline{Z}_h$ pot să rămînă nedeterminați. Efectuînd produsele matricelor din (9) se constată că submatricele $[\underline{Y}_s]$ și $[\underline{Z}_s]$ ale laturilor deschise se înmulțesc cu submatricea 1^2, astfel că devin :

$$[\underline{Y}'_s] = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \underline{Y}_d & & \\ \hline & \underline{Y}_i & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \quad ; \quad [\underline{Z}'_s] = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \underline{Z}_d & & \\ \hline & \underline{Z}_i & \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$$

Matricele $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$ pot fi scrise direct folosind reguli analoge cu cele enunțate în [27]. Rolul impedanțelor și admitanțelor îl au de data aceasta submatricele de ordinul trei $[\underline{Y}_s]$ și $[\underline{Z}_s]$ sau $[\underline{Y}'_s]$ și $[\underline{Z}'_s]$.

Toate submatricele de ordinul trei din $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$ sînt diagonale, ceea ce corespunde cu faptul că rețelele fictive sînt independente atît timp cît nu intervin elemente nesimetrice. În aceste condiții, inversarea matricelor $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$ se poate efectua separat pentru cele trei rețele fictive. După obținerea matricelor inverse, calculate separat se repartizează termenii în căsuțele corespunzătoare ale matricelor generale $[\underline{Z}_n]$ și $[\underline{Y}_c]$, inversele matricelor generale $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$.

Matricele $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$ pentru fiecare din rețelele fictive se extrag din matricele generale sau se scriu separat, examinînd separat schemele rețelelor fictive. Matricele extrase sînt identice cu matricele scrise separat numai în cazul rețelelor directă și inversă. Matricele extrase pentru rețeaua homopolară nu sînt identice cu cele scrise separat. Aceste matrice conțin rînduri și coloane nule, care corespund nodurilor izolate, respectiv ciclurilor deschise în rețeaua homopolară. După eliminarea acestor rînduri și coloane nule se inversează matricele astfel obținute și se repartizează apoi termenii în căsuțele corespunzătoare ale matricelor generale $[\underline{Z}_n]$ și $[\underline{Y}_c]$.

Matricele $[\underline{Y}_n]$ și $[\underline{Z}_c]$ nu se inversează fiecare separat. Este suficient să se inverseze numai matricea cu ordinul mai redus, după care se folosesc relațiile :

$$[\underline{Z}_n] = [\underline{Z}_a] - [\underline{Z}_a][A_2][\underline{Y}_c][A_2]_t[\underline{Z}_a]$$

$$[\underline{Y}_c] = [\underline{Y}_2] - [\underline{Y}_2][A_2]_t[\underline{Z}_n][A_2][\underline{Y}_2]$$

în care :

$[\underline{Z}_a]$ este matricea pătrată a subrețelei arbore ;

$[\underline{Y}_2]$ — matricea diagonală a admitanțelor laturilor coarde.

Matricele $[\underline{Z}_n]$ și $[\underline{Y}_c]$, calculate pentru rețeaua simetrică, se folosesc în continuare la calculul regimurilor nesimetrice, provocate de intervenția unor elemente nesimetrice în diferite noduri ale rețelei tri-

fazate. Avînd în vedere rezolvarea ecuațiilor de funcționare în regim nesimetric este necesar să se exprime matricele $[\underline{V}_n]$ și $[\underline{I}]$ în funcție de $[\underline{J}_n]$ și $[\underline{E}]$:

$$[\underline{V}_n] = [\underline{Z}_n][\underline{I}_n] - [\underline{Z}_n][A][\underline{Y}][\underline{E}]$$
$$[\underline{I}] = [\underline{Y}][A]_t[\underline{Z}_n][\underline{I}_n] + [B]_t[\underline{Y}_c][B][\underline{E}] \quad (10)$$

Prima relație din (10) se obține din (8) iar a doua, după cum urmează :

— Se consideră rețeaua cu surse de curent la noduri dar fără surse de tensiune în laturi și se exprimă $[I]$ în metoda potențialelor la noduri.

— Se consideră rețeaua cu surse de tensiune în laturi dar fără surse de curent la noduri și se exprimă $[I]$ în metoda curenților ciclici.

— Se însumează cele două expresii ale matricei $[I]$ și se obține a doua relație din (10).

Dacă se exprimă matricea $[I]$ folosind numai ecuațiile din metoda potențialelor la noduri și se compară rezultatul cu a doua ecuație din (10) se obține o relație care va fi folosită în paragraful 3.3. :

$$[B]_t[\underline{Y}_c][B] = [\underline{Y}] - [\underline{Y}][A]_t[\underline{Z}_n][A][\underline{Y}] \quad (11)$$

2. Studiul elementelor nesimetrice

Se consideră o rețea simetrică cu r laturi trifazate și n noduri trifazate. Elementele nesimetrice pot interveni în laturile (r) sau la nodurile (n) ale rețelei trifazate simetrice. Nesimetria determinată de un element nesimetric dintr-o latură trifazată va fi numită nesimetrie locală de impedanțe sau nesimetrie longitudinală, iar nesimetria determinată de un element nesimetric de la un nod trifazat va fi numită nesimetrie locală de admitanțe sau nesimetrie transversală.

Fiecare nesimetrie locală poate fi simplă sau multiplă, după cum este caracterizată de una sau mai multe admitanțe sau impedanțe. În funcționarea sistemelor electrice intervin de cele mai multe ori nesimetrii locale simple care au uneori forme particulare : întreruperi de faze și scurtcircuite.

Nesimetriile de formă particulară vor fi luate în considerație la început ca nesimetrii de formă generală, caracterizate prin valorile finite $\underline{Z}$ și $\underline{Y}$. În final, după obținerea soluțiilor ecuațiilor de regim nesimetric se vor introduce condițiile $\underline{Z}^{-1}=0$ și $\underline{Y}^{-1}=0$, pentru întreruperile de faze și pentru scurtcircuite.

2.1. *Nesimetrii simple de impedanțe*

Nesimetriile de impedanțe sînt provocate, fie de impedanțe proprii nesimetrice, fie de impedanțe mutuale nesimetrice. În cele ce urmează, se vor considera numai nesimetrii simple de impedanțe proprii, rămînînd ca nesimetriile de impedanțe mutuale să fie studiate în cadrul nesimetriilor multiple.

Ecuațiile de funcționare ale nesimetriilor de impedanțe proprii, care intervin în diferite laturi ale unei rețele trifazate, se scriu în sistemul *a, b, c*:

— ecuațiile de material:

$$[\underline{Z}_l][\underline{I}_l]=[\underline{V}_l] \tag{12}$$

— ecuațiile de corespondență:

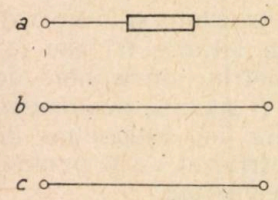
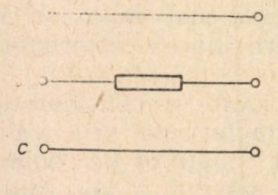
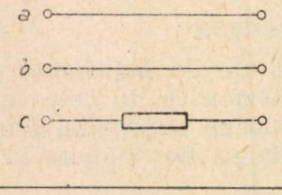
$$\begin{aligned}[\underline{L}][\underline{V}_l]&=[\underline{V}_f]\\ [\underline{L}]_t\,[\underline{I}_f]&=[\underline{I}_l]\end{aligned} \tag{13}$$

Matricea $[\underline{Z}_l]$ este diagonală și are termenii egali cu impedanțele nesimetriilor simple, numerotate de la 1 la n_l. Matricele coloane $[I_l]$ și $[\underline{V}_l]$ au termenii egali cu curenții, respectiv tensiunile la bornele impedanțelor nesimetrice.

Matricea de corespondență $[L]$ are rîndurile aranjate în ordinea celor r laturi trifazate din rețea, iar coloanele, în ordinea celor n_l nesimetrii simple de impedanțe proprii. Căsuțele corespunzătoare unei laturi trifazate se completează cu submatricele $[l]$ din tabelul 1, dacă latura de pe rînd este afectată de nesimetria de pe coloană.

Tabelul 1

Schemele și matricele de corespondență ale nesimetriilor simple longitudinale

	Schema *a, b, c*	$[\underline{Z}_l]$	$[l]$	$[\underline{l}]=[\underline{C}_s][l]$
1		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{z} & & \\ b & & & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & 1 \\ b & \\ e & \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline 1 & d \\ 1 & i \\ 1 & h \end{array}$
2		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & \underline{z} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & \\ b & 1 \\ c & \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & d \\ a^2 & i \\ 1 & h \end{array}$
3		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & & \\ c & & & \underline{z} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a^2 & d \\ a & i \\ 1 & h \end{array}$

Matricele coloane $[\underline{V}_f]$ și $[\underline{I}_f]$ sînt constituite din submatrice de ordinul trei, corespunzătoare laturilor trifazate (a, b, c) din rețea. Aceste matrice se introduc în relații de forma (1) :

$$[\underline{V}_L] = [\underline{C}]\,[\underline{V}_f]$$
$$[\underline{I}_f] = [\underline{C}]_t\,[I] \tag{14}$$

în care $[C]$ este o matrice de ordinul 3, constituită din submatricele $[\underline{C}_s]$, așezate pe diagonală.

Folosind relațiile (14) se transformă ecuațiile de corespondență (13). Prima ecuație din (13) se înmulțește la stînga cu $[\underline{C}]$ și apoi se introduc relațiile (14), astfel că se obține :

$$[\underline{L}]\,[\underline{V}_l] = [\underline{V}]$$
$$[\underline{L}]_t\,[I] = [\underline{I}_l] \tag{15}$$

cu notația :

$$[\underline{L}] = [\underline{C}]\,[L] \tag{16}$$

Matricea de corespondență operatorică $[\underline{L}]$, definită de (16) poate fi scrisă direct cu ajutorul matricelor $[I]$ din tabela 1. Toate sumatricele $[I]$ din $[\underline{L}]$ se înlocuiesc cu $[I]$ și se obține astfel matricea $[\underline{L}]$.

Din (12) și (15 se elimină $[\underline{V}_l]$, $[\underline{I}_l]$ și se obține :

$$[\underline{Z}_L]\,[I] = [\underline{V}_L]$$
$$[\underline{Z}_L] = [\underline{L}]\,[\underline{\underline{Z}}]\,[\underline{L}]_t \tag{17}$$

2.2. *Nesimetrii simple de admitanțe*

Nesimetriile de admitanțe sînt provocate fie de admitanțe proprii nesimetrice, fie de admitanțe mutuale nesimetrice. În tabela 2 sînt prezentate schemele nesimetriilor simple de admitanțe proprii și mutuale. Fiecărei scheme îi corespunde un graf. cu trei noduri independente a, b, c și un nod de referință comun, pămîntul. Laturile grafurilor sînt orientate în ordinea permutărilor indicilor a, b, c și de la nodurile a, b, c la nodul de referință.

În cazul general, cînd nesimetriile de admitanțe proprii și mutuale intervin la diferite noduri din rețeaua complexă se scriu ecuațiile :

— ecuațiile de material :

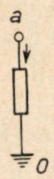
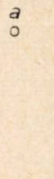
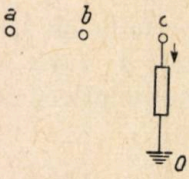
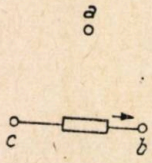
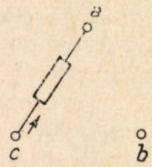
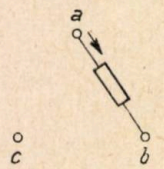
$$[\underline{I}_t] = [\underline{Y}_t]\;[\underline{V}_t] \tag{18}$$

— ecuațiile de corespondență :

$$[\underline{T}]\,[\underline{I}_t] = [\underline{I}_{nf}]$$
$$[\underline{T}]_t\,[\underline{V}_{nf}] = [\underline{V}_t] \tag{19}$$

Tabelul 2

Schemele şi matricele de corespondenţă ale nesimetriilor simple transversale

	Схемы *a, b, c*	$[\underline{Y}_f]$	$[t]$	$[t] = [C_s]\,[t]$
1		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{y} & & \\ b & & & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & 1 \\ b & \\ c & \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline 1 & d \\ 1 & i \\ 1 & h \end{array}$
2		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & \underline{y} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & \\ b & 1 \\ c & \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & d \\ a^2 & i \\ 1 & h \end{array}$
3		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & & \\ c & & & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a^2 & d \\ a & i \\ 1 & h \end{array}$
4		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & & & \\ b & & \underline{y} & -\underline{y} \\ c & & -\underline{y} & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & \\ b & 1 \\ c & -1 \end{array}$	$j\begin{array}{c\|c} & \\ \hline 1 & d \\ -1 & i \\ & h \end{array}$
5		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{y} & & -\underline{y} \\ b & & & \\ c & -\underline{y} & & \underline{y} \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & -1 \\ b & \\ c & 1 \end{array}$	$j\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & d \\ -a^2 & i \\ & h \end{array}$
6		$\begin{array}{c\|ccc} & a & b & c \\ \hline a & \underline{y} & -\underline{y} & \\ b & -\underline{y} & \underline{y} & \\ c & & & \end{array}$	$\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a & 1 \\ b & -1 \\ c & \end{array}$	$j\begin{array}{c\|c} & \\ \hline a^2 & d \\ -a & i \\ & h \end{array}$

Matricea $[\underline{Y}_t]$ este diagonală și are termenii egali cu admitanțele nesimetriilor simple, numerotate de la 1 la n_t. Matricele coloane $[\underline{I}_t]$ și $[\underline{V}_t]$ au termenii egali cu curenții, respectiv cu tensiunile din admitanțele nesimetrice.

Matricea de corespondență $[T]$ are rîndurile aranjate în ordinea celor n noduri trifazate din rețea, iar coloanele, în ordinea celor n_t nesimetrii simple de admitanțe (proprii sau mutuale). Căsuțele corespunzătoare nodurilor trifazate se completează cu submatricele $[t]$ din tabela 2, dacă nodul de pe rînd este afectat de nesimetria de pe coloană.

Matricele coloane $[\underline{I}_{nf}]$ și $[\underline{V}_{nf}]$ sînt constituite din n submatrice de ordinul trei, corespunzătoare nodurilor trifazate (a, b, c) din rețea. Aceste matrice se introduc în relații de forma (1) :

$$\begin{aligned} [\underline{I}_T] &= [\underline{C}]\,[\underline{I}_{nf}] \\ [V_{nf}] &= [\underline{C}]_t\,[\underline{V}_n] \end{aligned} \tag{20}$$

în care $[C]$ este o matrice de ordinul $3n$, constituită din submatricele $[C_s]$ așezate în diagonală.

Folosind relațiile (20) se transformă ecuațiile de corespondență (19). se înmulțește la stînga cu $[C]$ și apoi se introduc relațiile (20), astfel că se obține :

$$\begin{aligned} [T]\,[\underline{I}_t] &= [\underline{I}_T] \\ [\underline{T}]_t\,[\underline{V}_n] &= [\underline{V}_t] \end{aligned} \tag{21}$$

cu notația :

$$[\underline{T}] = [\underline{C}]\,[T] \tag{22}$$

Matricea de corespondență operatorică $[\underline{T}]$, definită de (22), poate fi scrisă direct cu ajutorul matricelor $[\underline{t}]$ din tabela 2. Toate submatricele $[t]$ din $[T]$ se înlocuiesc cu $[\underline{t}]$ și se obține astfel matricea $[\underline{T}]$.

Din (18) și (21) se elimină $[\underline{I}_t]$, $[\underline{V}_t]$ și se obține :

$$\begin{aligned} [\underline{Y}_T]\,[\underline{V}_n] &= [\underline{I}_T] \\ [\underline{Y}_T] &= [\underline{T}]\,[\underline{Y}_t]\,[\underline{T}]_t \end{aligned} \tag{23}$$

3.3. *Nesimetrii simple și multiple*

Dacă numărul impedanțelor sau admitanțelor dintr-o nesimetrie locală este mai mare decît trei, descompunerea în nesimetrii simple nu mai prezintă avantaje, deoarece impune inversarea unor matrice de ordin mai mare decît trei. În aceste cazuri, este rațional să se aplice metoda nesimetriilor multiple, care necesită inversarea unor matrice de ordinul trei pentru fiecare nesimetrie locală, indiferent de numărul parametrilor care caracterizează nesimetria.

Nesimetriile locale multiple se caracterizează prin matricele de ordinul trei $[\underline{Z}_f]$ și $[\underline{Y}_f]$ cu termenii neegali. Ecuațiile acestor elemente nesimetrice longitudinale sau transversale sînt :

$$[\underline{V}_L]=[\underline{Z}_L][\underline{I}], \quad [\underline{Z}_L]=[\underline{L}_k][\underline{Z}_k][\underline{L}_k]_t$$
$$[\underline{I}_T]=[\underline{Y}_T][\underline{V}_n]; \quad [\underline{Y}_T]=[\underline{T}_k][\underline{Y}_k][\underline{T}_k]_t \tag{24}$$

Matricele $[\underline{Z}_k]$ și $[\underline{Y}_k]$ sînt constituite din submatricele $[\underline{Z}_f]$ și $[\underline{Y}_f]$ așezate pe diagonală. Matricele de corespondență $[\underline{L}_k]$ și $[\underline{T}_k]$ sînt constituite din submatrice $[\underline{C}_s]$, așezate în căsuțele corespunzătoare laturilor și nodurilor cu nesimetrii.

Matricele de corespondență și matricele cu caracteristici de material ale nesimetriilor multiple și simple se pot scrie împreună, pentru a obține ecuații unice de forma (17) și (23).

Pentru schema din figura 3 se scriu direct matricele corespunzătoare tuturor nesimetriilor simple și multiple, longitudinale și transversale :

$$[\underline{L}]=\begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ L_{pq} & [\underline{l}_b] & \\ \hline L_{qr} & & [\underline{C}_s] \end{array}; \quad \underline{T}=\begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & [\underline{C}_s] & & \\ \hline q & & [\underline{t}_{ab}] & [\underline{t}_c] \\ \hline r & & & \end{array}$$

$$[\underline{Z}]=\begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ 1 & \underline{Z}_1 & \\ \hline 2 & & [\underline{Z}_2] \end{array}; \quad [\underline{Y}_t]=\begin{array}{c|ccc} & t_1 & t_2 & t_3 \\ t_1 & [\underline{Y}_1] & & \\ \hline t_2 & & \underline{Y}_2 & \\ \hline t_3 & & & \underline{Y}_3 \end{array}$$

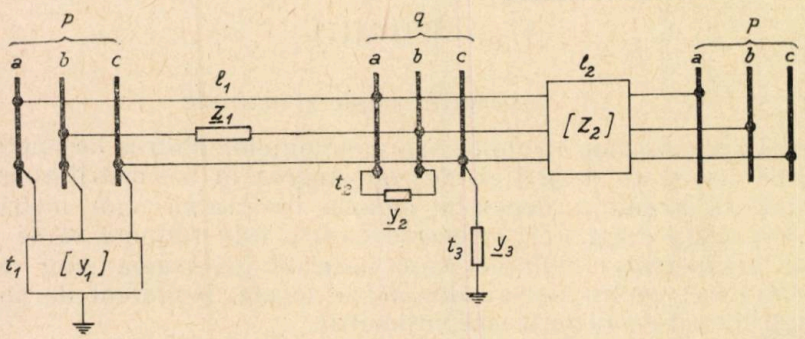


Fig. 3. Rețea cu nesimetrii simple și miltiple

3. Calculul regimului nesimetric

Se consideră o rețea trifazată cu elementele simetrice (active și pasive) și se studiază regimul nesimetric, provocat de introducerea unor elemente pasive nesimetrice în unele laturi și la unele noduri. Prezența elementelor pasive nesimetrice se ia în considerație prin introducerea unor surse nesimetrice de tensiune în laturi și de curenți la noduri. Matricele $[\underline{E}]$ și $[\underline{I}_n]$ din (3) și (5) se înlocuiesc cu matricele $[\underline{E}_N]$ și $[\underline{I}_N]$ corespunzătoare regimului nesimetric :

$$\begin{aligned} [\underline{E}_N] &= [\underline{E}] - [\underline{V}_L] \\ [\underline{I}_N] &= [\underline{I}_n] - [\underline{I}_T] \end{aligned} \tag{25}$$

În cele ce urmează se va considera că rețeaua inițială simetrică are numai surse de tensiune ($E \neq 0$) în timp ce curenții injectați la noduri sînt nuli ($I_n = 0$). În aceste condiții, relațiile (25) se înlocuiesc cu relațiile :

$$\begin{aligned} [\underline{E}_N] &= [G_d]\,[\underline{E}_d] - [\underline{V}_L] \\ [\underline{I}_N] &= -[\underline{I}_T] \end{aligned} \tag{26}$$

Matricea $[G_d]$ este o matrice de corespondență a surselor simetrice de tensiune, care intervin numai pe laturile rețelei directe. Rîndurile matricei $[G_d]$ sînt aranjate în ordinea laturilor triple *d, i, h* din rețelele fictive, iar coloanele în ordinea surselor de tensiune E_d, numerotate de la 1 la *g*, independent de numerotarea nodurilor și laturilor rețelei. Căsuțele matricei $[G_d]$ se completează cu submatricele $[d]$ din (6) dacă sursa de tensiune de pe coloană intervine în latura triplă de pe rînd.

Se vor folosi două metode pentru rezolvarea ecuațiilor de funcționare în regim nesimetric : metoda directă și metoda indirectă.

3.1. *Metoda directă*

În metoda directă se alege ca necunoscută de bază matricea $[V_n]$ și se elimină celelalte matrice necunoscute cu ajutorul ecuațiilor :

— prima ecuație din (5), în care se introduce prima relație din (25) :

$$[\underline{Z}]\,[\underline{I}] = [\underline{V}] + [\underline{E}_d] - [\underline{V}_L] \tag{27}$$

— ecuațiile (3), în care se introduce a doua relație din (26) :

$$\begin{aligned} [A]\,[\underline{I}] &= -[\underline{I}_T] \\ [A]_t\,[\underline{V}_n] &= [\underline{V}] \end{aligned} \tag{28}$$

— ecuațiile (17) și (23) :

$$\begin{aligned} [\underline{V}_L] &= [\underline{Z}_L]\,[\underline{I}]\,; \quad [\underline{Z}_L] = [\underline{L}]\,[\underline{Z}_l]\,[\underline{L}]_t^0 \\ [\underline{I}_T] &= [\underline{Y}_T]\,[\underline{V}_n]\,; \quad [\underline{Y}_T] = [\underline{T}]\,[\underline{Y}_t]\,[\underline{T}]_t^0 \end{aligned} \tag{29}$$

Ecuațiile (29) se introduc în (27), (28) și apoi se elimină $[\underline{V}]$, $[\underline{I}]$ la fel ca în metoda potențialelor la noduri. Se obține ecuația analogă cu (7) :

$$[\underline{Y''_n}][\underline{V_n}] = -[A][\underline{Z'}]^{-1}[E] \tag{30}$$

în care :

$$\begin{aligned}[\underline{Z'}] &= [\underline{Z}] + [\underline{L}][\underline{Z_t}][\underline{L}]^x_t \\ [\underline{Y''_n}] &= [\underline{Y'_n}] + [\underline{T}][\underline{Y_t}][\underline{T}]^x_t\end{aligned} \tag{31}$$

și

$$[\underline{Y'_n}] = [\underline{A}][\underline{Y'}][\underline{A}]_t ; \quad [\underline{Y'}] = [\underline{Z'}]^{-1} \tag{32}$$

Rezolvarea ecuației (30) în raport cu $[\underline{V_n}]$ necesită inversarea matricelor nesimetrice $[\underline{Z'}]$ și $[\underline{Y''_n}]$ cu relațiile care vor fi prezentate în paragraful 3.3.

După exprimarea matricei $[\underline{V_n}]$ din (30) se exprimă $[\underline{V}]$ din (28) și apoi $[\underline{I}]$ din (27) :

3.2. *Metoda indirectă*

În metoda indirectă se aleg ca necunoscute de bază matricele $[\underline{V_l}]$ și $[\underline{I_l}]$ și se elimină celelalte necunoscute cu ajutorul ecuațiilor :

— ecuațiile (12) și (18) în care se introduc ultimele relații din (15) și (21) :

$$\begin{aligned}[\underline{Z_l}]^{-1}[\underline{V_l}] &= [\underline{L}]^x_t[\underline{I}] \\ [\underline{Y_t}]^{-1}[\underline{I_t}] &= [\underline{T}]^x_t[\underline{V_n}]\end{aligned} \tag{33}$$

— ecuațiile (10), în care se introduc sursele nesimetrice din (26) și se ține seamă de primele relații din (15) și (21) :

$$\begin{aligned}[\underline{V_n}] &= -[\underline{Z_n}][\underline{T}][\underline{I_t}] - [\underline{M}]([G_d][\underline{E_d}] - [\underline{L}][\underline{V_l}]) \\ [\underline{I}] &= -[M]_t[\underline{T}][\underline{I_t}] + [\underline{Y_b}]([G_d][\underline{E_d}] - [\underline{L}][\underline{V_l}])\end{aligned} \tag{34}$$

cu notațiile :

$$\begin{aligned}[\underline{M}] &= [\underline{Z_n}][\underline{A}][\underline{Y}] \\ [\underline{Y_b}] &= [\underline{B}]_t[\underline{Y_c}][\underline{B}]\end{aligned} \tag{35}$$

Se introduc relațiile (34) în (33) și se obține ecuația :

$$\left[\begin{array}{c|c} [\underline{Y_L}] & [\underline{M_{LT}}] \\ \hline [-\underline{M_{TL}}] & [\underline{Z_T}] \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} [\underline{V_l}] \\ \hline [\underline{I_t}] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} [\underline{Y_{LG}}] \\ \hline -[\underline{M_{TG}}] \end{array}\right] [E_d] \tag{36}$$

în care :

$$[\underline{Y}_L] = [\underline{Z}_l]^{-1} + [L]_t^* [\underline{Y}_b] [\underline{L}]; \quad [\underline{M}_{LT}] = [\underline{L}]_t^* [\underline{M}_t] [\underline{T}]$$
$$[\underline{Z}_T] = [\underline{Y}_t]^{-1} + [\underline{T}]_t^* [\underline{Z}_n] [\underline{I}]; \quad [\underline{M}_{TL}] = [T]_t^* [\underline{M}] [\underline{L}] \tag{37}$$

și

$$[\underline{Y}_{LG}] = [\underline{L}]_t^* [\underline{Y}_b] [G_d] = [\underline{L}]_t^* [B]_t [\underline{Y}_c] [B] [G_d]$$
$$[\underline{M}_{TG}] = [\underline{T}]_t^* [\underline{M}] [G_d] = [\underline{T}]_t^* [\underline{Z}_n] [A] [\underline{Y}] G_d \tag{38}$$

Rezolvarea ecuației (36) în raport cu $[\underline{V}_l]$ și $[\underline{I}_t]$ necesită inversarea unor matrice nesimetrice cu relațiile din paragraful 3.3. După determinarea matricelor $[\underline{V}_l]$ și $[\underline{I}_t]$ din (36) se determină apoi $[\underline{V}_n]$ și $[\underline{I}]$ din (34).

3.3. *Calculul matricelor inverse*

Matricea pătrată din ecuația (36) poate fi inversată direct sau cu ajutorul metodei de inversare a submatricelor. În ultimul caz, se scrie produsul dintre matricea ecuației (36) și inversa ei :

$$\left|\begin{array}{c|c} [\underline{Y}_L] & [\underline{M}_{LT}] \\ \hline -[\underline{M}_{TL}] & [\underline{Z}_T] \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{c|c} [\underline{N}_1] & -[\underline{N}_{12}] \\ \hline [\underline{N}_{21}] & [\underline{N}_2] \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c|c} [U_1] & \\ \hline & [U^2] \end{array}\right| \tag{39}$$

Efectuînd produsul matricelor din (39) se obține un sistem de patru ecuații, din care rezultă :

$$[\underline{N}_1 = ([\underline{Y}_L] + [M_{LT}] [\underline{Z}_T]^{-1} [M_{TL}])^{-1}; \quad [\underline{N}_{21}] = [\underline{Z}_T]^{-1} [\underline{M}_{TL}] [N_1]$$
$$[\underline{N}_{12}] = [\underline{N}_1] [\underline{M}_{LT}] [\underline{Z}_T]^{-1}; \quad [\underline{N}_2] = [\underline{Z}_T]^{-1} - [\underline{Z}_T]^{-1} [\underline{M}_{TL}] [\underline{N}_{12}] \tag{40}$$

sau :

$$[\underline{N}_2] = [\underline{Z}_T] + [M_{TL}] [\underline{Y}]^{-1} [M_{LT}]^{-1}; \quad [\underline{N}_{12}] = [\underline{Y}_L]^{-1} [\underline{M}_{LT}] [\underline{N}_2]$$
$$[\underline{N}_{21}] = [N_2] [M_{LT}] [\underline{Y}_L]^{-1}; \quad [\underline{N}_1] = [\underline{Y}_L]^{-1} - [\underline{Y}_L]^{-1} - [\underline{Y}_L]^{-1} [\underline{M}_{LT}] [\underline{N}_{21}] \tag{41}$$

Calculul submatricelor din $[\underline{N}]$ cu relațiile (40) necesită inversarea matricei $[\underline{Z}_T]$ și a matricei din paranteza primei relații. Prima matrice are ordinul determinat de numărul nesimetriilor transversale, iar a doua de numărul nesimetriilor longitudinale.

Calculul submatricelor din $[\underline{N}]$ cu relațiile (42) necesită inversarea matricei $[\underline{Y}_L]$ și inversarea matricei din paranteza primei relații. Prima matrice are ordinul determinat de numărul nesimetriilor transversale, iar a doua de numărul nesimetriilor longitudinale.

În concluzie, rezolvarea ecuației (36) din metoda indirectă necesită inversarea a două matrice nesimetrice cu ordinele determinate de

numărul nesimetriilor și nu de complexitatea rețelei simetrice pentru care s-au calculat anterior matricele $[\underline{Z}_n]$ și $[\underline{Y}_c]$.

Pe baza relațiilor (40) și (41) se stabilesc relații generale (27) pentru calculul matricelor inverse din metoda directă :

Aplicînd relațiile din (27) la inversarea matricelor $[\underline{Z}']$ și $[\underline{Y}''_n]$ din (31), se obține :

$$[\underline{Z}']^{-1} = [\underline{Y}] - [\underline{Y}]_t [\underline{l}] [\underline{Y}'_l]^{-1} [\underline{L}]^*_t [\underline{Y}]$$

$$[\underline{Y}''_n]^{-1} = [\underline{Z}'_n] - [\underline{Z}'_n] [\underline{T}] [\underline{Z}'_c]^{-1} [\underline{T}]_t [\underline{Z}'_n] = \tag{42}$$

și

$$[\underline{Y}'_l] = [\underline{Z}_l]^{-1} + [\underline{L}]^{-1}_t + [\underline{Y}] [\underline{L}] \tag{43}$$

$$[\underline{Z}'_t] = [\underline{Y}_t]^{-1} + [\underline{T}]^*_t [\underline{Z}'_n] [\underline{T}] \tag{44}$$

Matricea $[\underline{Z}'_n]$ este inversa matricei $[\underline{Y}'_n]$ din (32). Pentru a exprima matricea $[\underline{Y}'_n]$ în funcție de $[\underline{Y}_n]$ se introduce prima relație din (42) în (32) și se obține :

$$[\underline{Y}'_n] = [\underline{Y}_n] - [Q_1] [\underline{Y}']^{-1} [\underline{Q}_2] \tag{45}$$

cu notațiile :

$$[Q_1] = [A] [\underline{X}] [\underline{L}]$$

$$[Q_1] = [\underline{L}]_t [\underline{Y}] [A] \tag{46}$$

Matricea $[\underline{Y}'_n]^{-1}$ din (51) se inversează cu relația :

$$[\underline{Y}'_n]^{-1} = [\underline{Z}_n] + [\underline{Z}_n] [Q_1] [\underline{Y}'_c] Q_2] [\underline{Z}_n] = [\underline{Z}'_n] \tag{47}$$

în care $[\underline{Y}'_c]$ se exprimă în două forme :

$$[\underline{Y}'_c] = [\underline{Y}'_l] - [Q_2] [\underline{Z}_n] Q_1]$$

$$[\underline{Y}'_c] = [\underline{Z}_1]^{-1} + [\underline{L}]_t [\underline{Y}_b] [\underline{L}] \tag{48}$$

A doua relație din (48) se obține după cum urmează : Se exprimă $[\underline{Y}]'_l$ și $[Q_1]$, $[Q_2]$ cu relațiile (43), (46) și se introduc în prima relație din (48). Ținînd seamă de relația (11) se constată că în expresia matricei $[\underline{Y}'_c]$ intervine matricea $[\underline{Y}_b]$ din (35).

Rezolvarea ecuației (30) din metoda directă necesită inversarea a trei matrice nesimetrice : matricea $[\underline{Y}'_l]$ din (43) pentru calculul lui $[Z']^{-1}$, matricea $[\underline{Y}'_c]$ din (48) pentru calculul lui $[\underline{Y}'_n]^{-1}$ și matricea $[\underline{Z}'_t]$ din (44) pentru calculul lui $[\underline{Y}''_n]$. Ordinele acestor matrice sînt determinate de numărul nesimetriilor și nu de complexitatea rețelei simetrice, pentru care se presupune că s-au calculat matricele $[\underline{Z}_n]$ și $[\underline{Y}_c]$.

Atît în metoda directă cît și în metoda indirectă intervin matricele $[\underline{Z}_l]^{-1}$ și $[\underline{Y}_t]^{-1}$ ale nesimetriilor simple și multiple. Pentru nesime-

triile simple se scriu direct matricele corespunzătoare iar pentru nesimetriile multiple se inversează submatricele de ordinul trei de pe diagonalele matricelor $[\underline{Z}_l]^{-1}$ și $[\underline{Y}_t]^{-1}$. În particular, cînd nesimetriile simple sînt întreruperi de faze sau scurtcircuite se anulează termenii corespunzători din matricele $[\underline{Z}_l]^{-1}$ și $[\underline{Y}_t]^{-1}$.

5. Concluzii

La studiul rețelelor trifazate în regim nesimetric sînt necesare două categorii de informații referitoare la elementele nesimetrice : informații cu privire la caracteristicile de material și informații cu privire la locurile nesimetriilor. Cele două categorii de informații se concentrează în două categorii de matrice :

— matricele cu caracteristici de material $[\underline{Z}_l]$ și $[\underline{X}_t]$

— matricele de corespondență $[\underline{L}]$ și $[\underline{T}]$.

Matricele $[\underline{Z}_l]$ și $[\underline{Y}_t]$ conțin informații referitoare la forma nesimetriilor, care pot fi simple sau multiple, generale sau particulare ($Z_l = \infty$, $Y_t = \infty$). Matricele $[L]$ și $[T]$ conțin informații referitoare la locul nesimetriilor, indicînd laturile și nodurile, precum și fazele pe care intervin nesimetriile cu caracteristicile de material din $[\underline{Z}_l]$ și $[\underline{Y}_t]$.

Aplicarea teoriei grafului la studiul rețelelor trifazate în regim nesimetric a permis stabilirea ecuațiilor (30) și (36) pentru calculul regimurilor în metodele directă și indirectă. Metodele expuse prezintă următoarele avantaje față de metodele cunoscute în literatură :

— Ecuațiile (30) și (36) sînt generale și păstrează aceleași forme, indiferent de complexitatea rețelei simetrice și de numărul sau forma nesimetriilor.

— Toate matricele care intervin în (30) și (36) se scriu în mod mecanic cu ajutorul unor reguli simple, evitînd construirea schemelor echivalente a nesimetriilor și scrierea ecuațiilor Kirchhoff în aceste scheme.

— Ecuațiile (30) și (36) se rezolvă prin inversarea unor matrice nesimetrice cu ordinele determinate de numărul nesimetriilor și nu de complexitatea rețelei simetrice.

Catedra de rețele electrice
Institutul politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
București

BIBLIOGRAFIE

1. *E. Clarke* — Simultaneous Faults an Three Phase Systems. A.I.E.E., Trans. Nr. 3, Sept., 1931.

2. *E. W. Kmbark* — Experimental Analysis of Double Unbalances. A.I.E.E. Trans., vol. 54, Febr. 1935.

3. *E. W. Kimbark* — Network — Analizer Solution of Multiple Unbalances vol. 56, Dec. 1937.

4. *I. R. Mortlock* — The Evaluation of Simultaneous Faults an Three-Phase System Journal Institution of Electrical Engineers, London, England, vol. 94, pt. II, 1947.

5. *H. H. Amchin, E. T. B. Gross* — Analysis of Subsequent Faults. A.I.E.S. Trans., Vol. 70, pt. II, 1951.

6. *W. E. Lewis, I. H. Bauks* — Matrix Methods for the Evolution of Simultaneous Faults in Three-Phase Systems. Proceedings Institution of Electrical Engineers, vol. 102, pt. C, April 1955.

7. *H. A. Peterson, J. J. Skiles, I. J. Nograth* — A new Approach to Study of Simultaneous Unbalances. A.I.E.E. Trans., pt. III, vol. 75, 1956, Febr.

8. *R. T. Byerley, R. W. Lang, C. W. King* — Logic for apply topological methods to electrical networks. I.E.E., PAS, 77, Nov. 1958.

9. *R. T. Byerley, R. W. Lang, C. J. Baldwin, C. W. King* — Digital calculation of power system networks under faultes conditions. I.E.E.E., PAS, 77, Dec. 1968.

10. *Calabrese G. O.* — Symmetrical Componente, New York, Ronald Press, 1959,

11. *El-Abiad A. H.* — Digital Calculation of Line — to — ground Short Circuits by Matrix Method. I.E.E.E., PAS, 48, June, 1960.

12. *Brown H. E., Perron C. E., Kirschmayer L. K., Stogg G. W.* — Digital Calculation of Three-Phase Short crcuits by Matrix Method. I.E.E.E., PAS, 52, Nov. 1961.

13. *Hsiao T.* — Fault Analysis by Modified Alpha, Beta and Zero Components. A.I.E.E., PAS, 58, June 1962.

14. *Brown H. E., Carter G. K., Happ H. H., Perron C. E.* — Power Flow Solution by Impedance Matrix Iterative Method. I.E.E.E., PAS, April 1963.

15. *Kron G.* — *Diakoptics* — The Piecewise of Large Scale Systems. London, Macdonald, 1963.

17. *Edelmann H.* — Berechnung elektrischer Verbundnetze. Springer-Verlag, Berlin, 1963.

18. *Hans-Jürgen Koglin* — Rechenaufwand verschiedener Verfahren zur digitalen Kurzschlusstromberechnung. E.T.Z. — A — 87, 1966, nr. 11.

19. *Gernat Funk* — Grösse, Verteilung und Wirkungen unsymmetrischer Kurzschlussströme. E.T.Z., A-87, 1966, nr. 11.

20. *Bergel C.* — Théorie des graphes et ses applications. Dunod, Paris, 1958.

21. *Gaussens P., Pardignon J., Augès P., Augè J.* — L'évolution des méthodes de calcul des réseaux maillés liés à l'utilisation des machines aritmétiques. Bul. Soc. Franc Electr. Nr. 16, 1961.

22. *Cernin A. B.* — Vîcîslenie elektriceskie velicin i ponedenie releinoi zarciti pri neponofazanîh rejimah v elektriceskih sistemah. Gosenergoizdat, Moscova—Leningrad, 1963.

23. *Hruşiova I. V., Crilova V. A., Vatuleva N. Z.* — Primenenie tifronîh vicislitehnih maşin dlia roscetov tokov carotcovo zamîconia v slojnih elektrosistemah po parametrov uzlovoi reti. Elektricestvo, nr. 2, 1964.

24. *Jidkih H. M., Larev C. B.* — Algoritm i uninersolvaia programa dlia komplexnovo rosceta na A.T.V.M. „Ural-2" vesehnidov karotnîh zamikanie v slojnih retich. Electricestvo. nr. 5, 1967.

25. *Antoniu I. S.* — Calculul matricial și tensorial în electrotehnică. Edit. Tehnică, București, 1962.

26. *Bercovici M.* — Calculul matricial al rețelelor electrice. Bul. Inst. Politehnic, București, vol. 23, 1961.

27. *Potolea E.* — Calculul regimului permanent al sistemelor electrice. Editura Tehnică, București, 1967.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC „GHEORGHE GHEORGHIU-DEJ"
BUCUREŞTI
Tomul XXX — 1968, Numerele 5—6

ELECTRONICĂ

C.Z.: 621.397 : 621.3.094 : 621.39 :621.37

CORRECTION SYSTEM OF SOME COLOUR DISTORTIONS CAUSED BY DIFFERENTIAL PHASE *

AL. SPĂTARU, G. MITYKO, I. KUHN

I. Introduction

It is generally admitted that the differential phase distorsions represent to some extent a drawback of the colour television system with quadrature modulation of the colour subcarrier. These distorsions are caused by phase-shifting of the colour signal in connection with the level of the luminance signal and express their existance by distorting the colour hues according to the brightness of the picture.

II. Fundamental principles

The basic idea of the correction system lays upon the transmission of a control test signal during the inactive runs of the analysing element, which undergo differential phase distorsions. By means of this signal, in the receiver the distorsions are determined and their characterizing values are introduced in a memory device, which corrects the colour signal during the active runs.

The differential phase distorsions characteristic may be approximated in various ways, for instance by straight line segments, as shown in fig. 1. a, or discontinuously, by a quantized function (fig. 1. b).

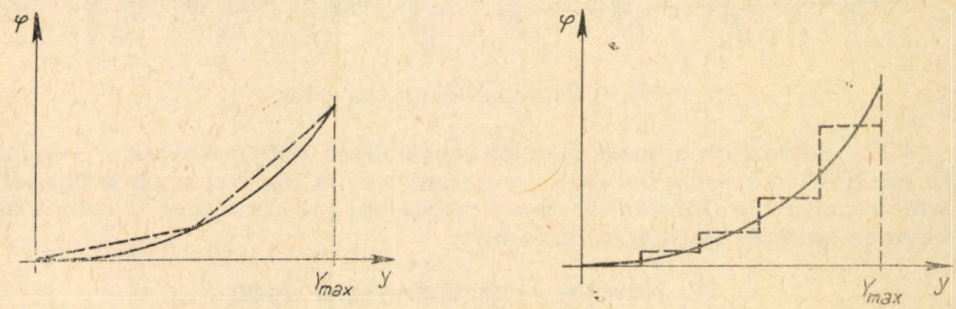


Fig. 1. The approximation of the differential phase distorsions characteristic by straight line segments (a) and by a quantized function (b).

* Manuscript received 15 Ianuary 1968.

The former is favourable from the point of view of the lack of sudden phase leaps when the brightness signal undergoes a variation.

While working out this system we assumed that the differential phase distorsions may be approximated by a straight line (fig.. 2).

In this case the correction device in the receiver compensates the phase variations by introducing a linear phase shift so that the total phase variations caused by the level are reduced to a minimum.

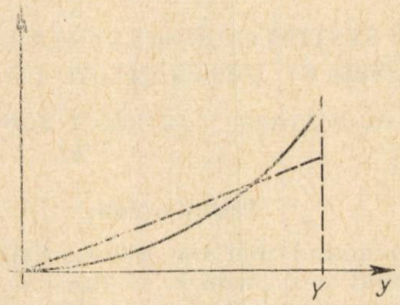


Fig. 2. The adopted approximation of the differential phase distorsions characteristic, by a straight line.

In order to determine the differential phase distorsions, the correction (test) signal must consist of a constant amplitude oscillation having the frequency of the subcarrier and the same phase as the burst, which is superposed upon a luminance component, varying linearily between the white and the black levels. As there is practically no time for introducing correction signals during line blanking pulses, these were introduced in the field blanking signals during the first lines following the last postequalizing pulse (fig. 3).

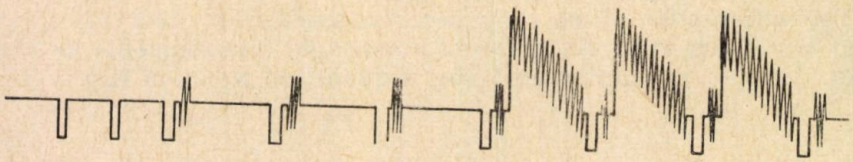


Fig. 3. The correction signals' form.

The correction signals may be transmitted with a frequency equal to the field frequency because the parameters of the transmision chanal, which cause the differential phase phenomenon, are either constant or have an unimportant variation in time.

III. **How the correction system works**

The setting of the slope of the straight line which represents the variation of the correction phase φ_c according to the luminance signal y, is done during the transmission of the test signal so as to make the

remaining phase errors $\Delta\varphi$ as small as possible (fig. 4). For this purpose, it follows that the mean error $\Delta\varphi$ is to be zero, that means that

$$E = \frac{1}{Y}\int_0^Y \Delta\varphi\, dy = 0,$$

In order to achieve this, at the reception, the subcarrier frequency component $s_k(t)$ of the test signal is applied to a phase detector *Ph.D.*

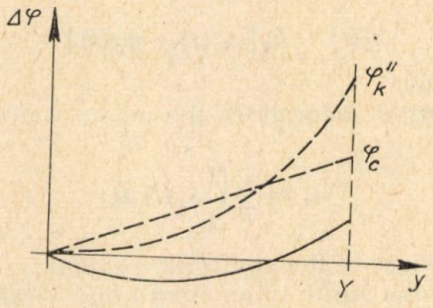


Fig. 4. The remaining phase errors after correction.

(fig. 5). This detector determines the difference between the phase φ_k of the controlling signal and the phase φ_c of the subcarrier oscillation locally generated and passed through a phase-shifting network *Ph.C.* A signal proportional to the established phase difference $(\varphi_k - \varphi_c)$ passes through the gate G (wich is opened during the existence of the test signals) to the averaging filter *A.F.* The mean value of this difference, i.e. the error signal, is memorized by the averaging filter and perma-

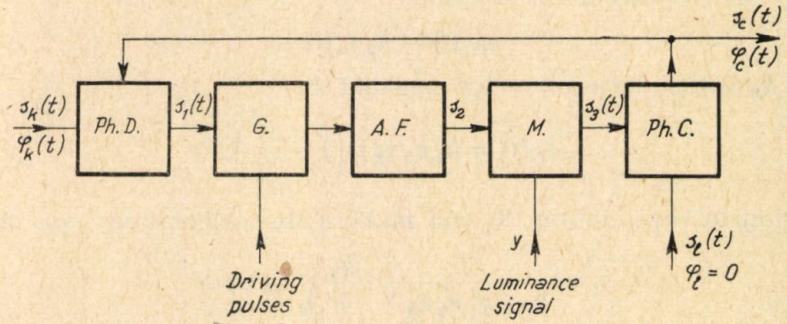


Fig. 5. The block-diagram of the correction system.

nently applied to a multiplying circuit *M*. This circuit also receives as a second input the luminance component "*y*" of the test signal and at the output produces a voltage proportional to the product of the two input signal. In this way the phase correcting circuit *Ph.C.* constantly controls the phase φ_c of the local oscillator, in order to maintain a minimum error.

For determining the way in which the correction system operates it is supposed that the correction signals have been applied for a sufficient time before, to allow the transients to die out. We might consider that the voltage at the phase detector output varies proportionally to the phase difference of the two input signals :

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_k(t) - \varphi_c(t) \tag{1}$$

that is

$$s_1(t) = k_1[\varphi_k(t) - \varphi_c(t)] \tag{2}$$

where k_1 is a constant.

The averaging filter determines the mean component of the signals s_1 (t) as

$$s_2 = \frac{1}{T}\int_0^T s_1(t)\,dt \tag{3}$$

were T is the time length of the controlling signal.

At the output of the multiplying circuit one obtains :

$$s_3(t) = k_2 s_2 y(t) \tag{4}$$

where k_2 is a constant.

Bearing in mind the fact that the luminance signal varies linearily during the transmission of the correction signals, the relation (4) becomes :

$$s_3(t) = k_2 s_2 Y\left(1 - \frac{t}{T}\right) \tag{5}$$

The signal s_3 (t) aplied to the phase corrector, controls the subcarrier phase in accordance to the relation :

$$\varphi_c(t) = k_3 s_3(t) \tag{6}$$

where k_3 is the phase corrector constant, or

$$\varphi_c(t) = k_2 k_3 s_2 Y\left(1 - \frac{t}{T}\right) \tag{7}$$

Replacing in the relation (3) and making the calculations, we obtain

$$s_2 = \frac{2}{2 + k_1 k_2 k_3 Y} \cdot \frac{k_1}{T}\int_0^T \varphi_k(t)\,dt \tag{8}$$

From the relations (7) and (8) we find

$$\varphi_c = \frac{2 k_1 k_2 k_3 Y}{2 + k_1 k_2 k_3 Y} \cdot \frac{1}{T}\left(1 - \frac{t}{T}\right)\int_0^T \varphi_k(i)\,dt \tag{9}$$

The product

$$A = k_1 k_2 k_3 Y \tag{10}$$

represents the amplification in the feed-back loop.

The phase errors, determined according to relation (1), are :

$$\Delta\varphi\,(t)\,\varphi_k(t) - \frac{2A}{2+A}\cdot\frac{1}{T}\left(1-\frac{t}{T}\right)\int_0^T \varphi_k(t)\,dt \tag{11}$$

and the average (mean) value of these errors is :

$$E=\frac{1}{T}\int_0^T \Delta\varphi\,(t)\,dt=\frac{1}{T}\int_0^T \varphi_k(t)\,dt- \\ -\frac{1}{T}\int_0^T\left[\frac{2A}{2+A}\cdot\frac{1}{T}\left(1-\frac{t}{T}\right)\int_0^T \varphi_k(t)\,dt\right]dt \tag{12}$$

Performing the calculations, it results that

$$E=\frac{1}{T}\left[1-\frac{A}{2+A}\right]\int_0^T \varphi_k(i)\,dt \tag{13}$$

If the gain in the feed-back loop is high, that is

$$A\gg 2 \tag{14}$$

then

$$\frac{A}{2+A}\simeq 1 \tag{15}$$

and the average value of the errors

$$E\simeq 0 \tag{16}$$

Thus, if the gain is high enough, the slope of the straight line is automatically set out so that the mean differential phase error should be zero.

IV. **Using the correction system in N.T.S.C. Standard Transmissions**

In order to achieve the differential phase correction for N.T.S.C. transmissions, it is necessary to introduce at the transmitter side an unit which should generate correction signals as shown in fig. 3.

The block diagrams specific to the correction unit are reprezented by full lines in the diagram shown in fig. 6.

Three succesive correction signals are introduced during each field-blanking pulse, during the scanning of lines 4, 5, and 6 following the last postequalizing pulse (fig. 7., signal C).

The mixer adds these saw-teeth to the luminance signal Y, building up the complex luminance signal Y_c.

Simultaneously with the sawtooth pulses, the sampling generator S.G. also produces rectangular pulsese (D) which are mixed with the flag-pulses.

The resulting pulses *(E)* are now introduced in colour modulators (Mod), for obtaining a subcarrier having the same phase as the burst. The complex colour signal appears at the modulator output and it also contains the correction signals *(K)*.

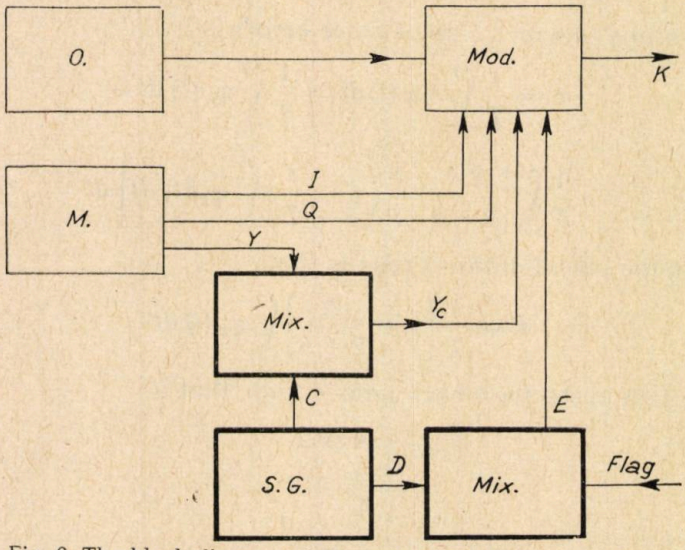


Fig. 6. The block-diagram of the correction signal generator.

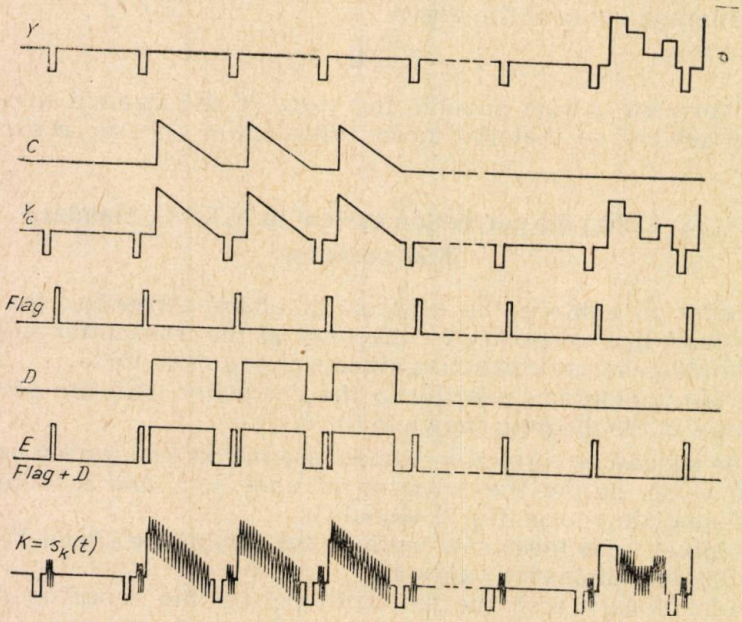


Fig. 7. The signals' forms corresponding to the block-diagram on the fig. 6.

The circuits intended for recognizing and correcting the differential phase distorsions are placed within the reception system. The corector may be imagined under two versions : one which operates upon the chrominance signals in the chrominance amplifier and another one which operates by phase-shifting the locally generated subcarrier.

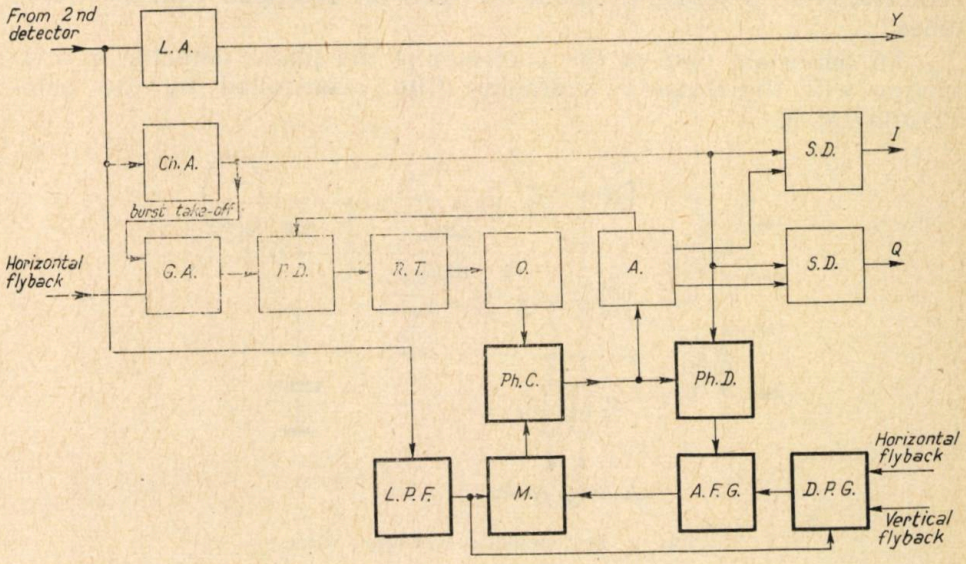


Fig. 8. The block-diagram of the correction system at the receiver side.

The correction circuits (printed in full lines) are disposed in the subcarrier oscillator chain as it can easily seen in the block-diagram of fig. 8 in which the second version is presented.

The phase detector *(Ph.D.)* simultaneously receives the chrominance signals from the chrominance amplifier *(Ch.A.)* and the local subcarrier oscillations from the phase corrector *(Ph.C.)*.

The memorizing averaging filter is controlled by gate-circuits (A.F.G.) and it is a circuit specific to the phase corrector. During the test signal transmission the gate is open and the circuit draws out the average component from the phase detector's output voltage. After the pulses cease, the gate is shut and the filter retains the obtained average value. The averaging filter permanently applies its voltage to the multiplying circuit *M*. This provides the product-function between the voltage at the output of averaging filter and the luminance signal *Y*. The signal *Y* obtained from the luminance amplifier *(L.A.)* after removing the colour subcarrier by means of a low-pass filter *(L.P.F.)*.

The opening of the gate-circuit is controlled by a driving pulse generator *(D.P.G.)*. The starting of this generator is simple if suitable correction signals are chosen. For this purpose the saw teeth in the correction signals are chosen to be decreasing, their fronts being used to syncronize the driving pulse generator.

V. Circuits used

The correction device circuits were conceived simple as possible to prevent complicating the televizion receiver too much. They have been tested on a standard colour TV receiver equipped with electronic tubes.

An important part of the corrector is the phase detector in connection with the memory averaging filter, controlled by the gate-circuits (fig. 9).

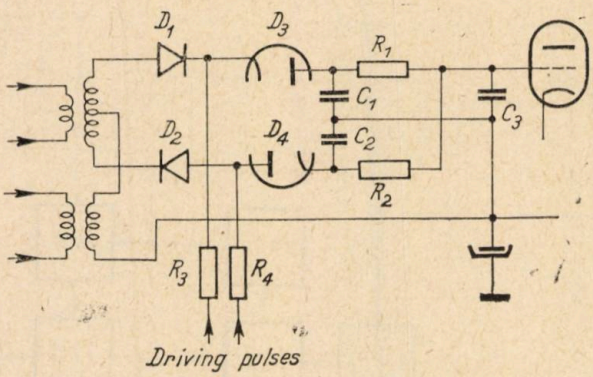


Fig. 9. The memory averaging filter.

The phase detector is equipped with four diodes; two of these are vacuum tube diodes. When applying the control-pulses, the diodes D_1 and D_2 open and convety to diodes D_3 and D_4, the oscillation having the same frequency as the colour subcarrier. The D_3 and D_4 diodes detect the oscillations and charge the capacitors C_1 and C_2 up to the peak value of the oscillation voltage. The difference between the voltages across capacitors C_1 and C_2 slowly charges the capacitor C_3, the time constant being $\frac{R_1}{2} \cdot C_3$ therefore higher than the period of a correction signal. When the diodes are closed, the discharging resistance of C_3 becomes very high and the capacitor remains charged for quite a long time.

The multyplying circuit (fig. 10), achieves the function $s_3 = k_2 . s_2 y(t)$. A differential device has proved to be satisfactory for obtaining the product-function because no high accuracy was needed. The averaging filter voltage (s_2) is applied to the grid of a cathode follower. Simultaneously, the luminance signal $y(t)$ reaches the grids of the two triodes. In an idling condition, voltage s_2 sets out the transconductance of the two valves so, that the luminance signal in the common-cathode has the same amplitude as the signal applied to the grid T_2. In this case the transfer factor is zero. Any change of the s_2 voltage in one

way or another with respect to the rest value produces a change of the transconductance, the transfer factor being able to assume both negative or positive values.

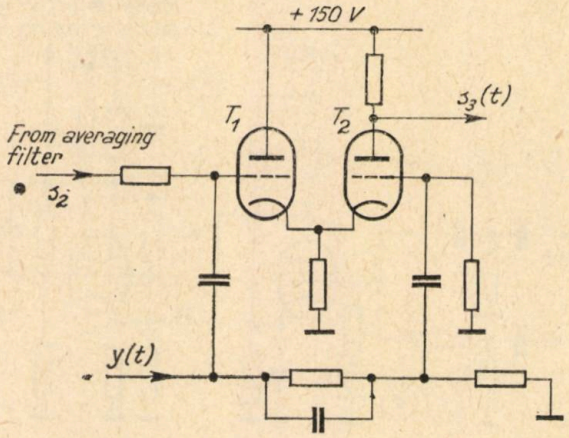


Fig. 10. The multiplying circuit.

The phase corrector circuit used in the corrector must be able to achieve high phase shifts, to work correctly at the subcarrier frequency and to have a rapid action. A circuit which coresponds to these requirements is shown in fig. 11. Essentially it consists of a RCL network driven by a constant current generator. The element which adjusts the phase is the output resistance of a cathode followe T_2 controlled by

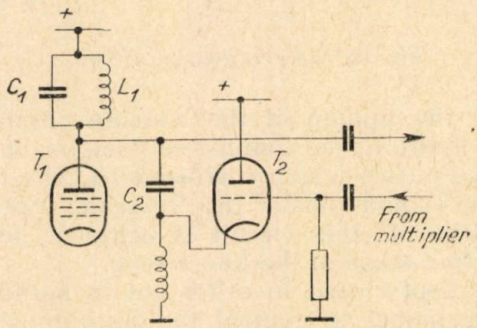


Fig. 11. The phase corrector circuit.

the voltage output of the multiplying circuit. The small output resistance (about 400 Ω at idle) assures the low impedance of the entire circuit. If a certain relation between the working frequency and circuit elements is satisfied, the phase shifts are not accompanied by amplitude changes.

The driving pulse generator consists of a bistable flip-flop circuit, which produces rectangular pulses during the transmission signal, and of a syncronizing circuit (fig. 12).

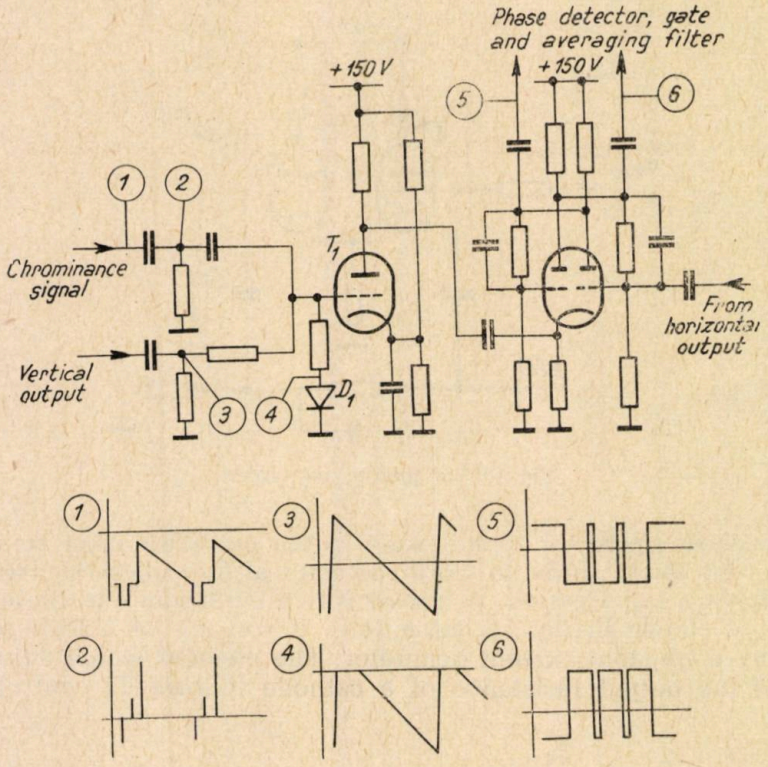


Fig. 12. The syncronizing circuit.

The control of the tipping of the bistable circuit is achieved by differentiating and limitting the luminance component of the correction signals. The positive pulses which correspond to the fronts of the sawteeth open the tube T_1 and drive the bistable circuit through the cathode. The resetting of this circuit is achieved by positive pulses generated in the output stage of the line sweep.

The T_1 tube is kept closed in order not to permit to other pulses from the luminance signal to control the flip-flop circuit outside the period in which the correction signals are transmitted. The blocking voltage is obtained from decreasing sawtooth pulses generated at the anode of the vertical output stage.

During the transmission of test signals the diode is open and it keeps the grid voltage in the neighbourhood of the cutt-off point of the anode current. Outside that period the bias of the grid of triode T_1 becomes sufficiently high for avoiding the penetration or any unwanted signal in the averaging circuit.

The simplified diagram of the correction deviece of the receiver can be seen in fig. 13. It should be noted that the number of tubes is quite low : one pentode, four double triodes and one double diode.

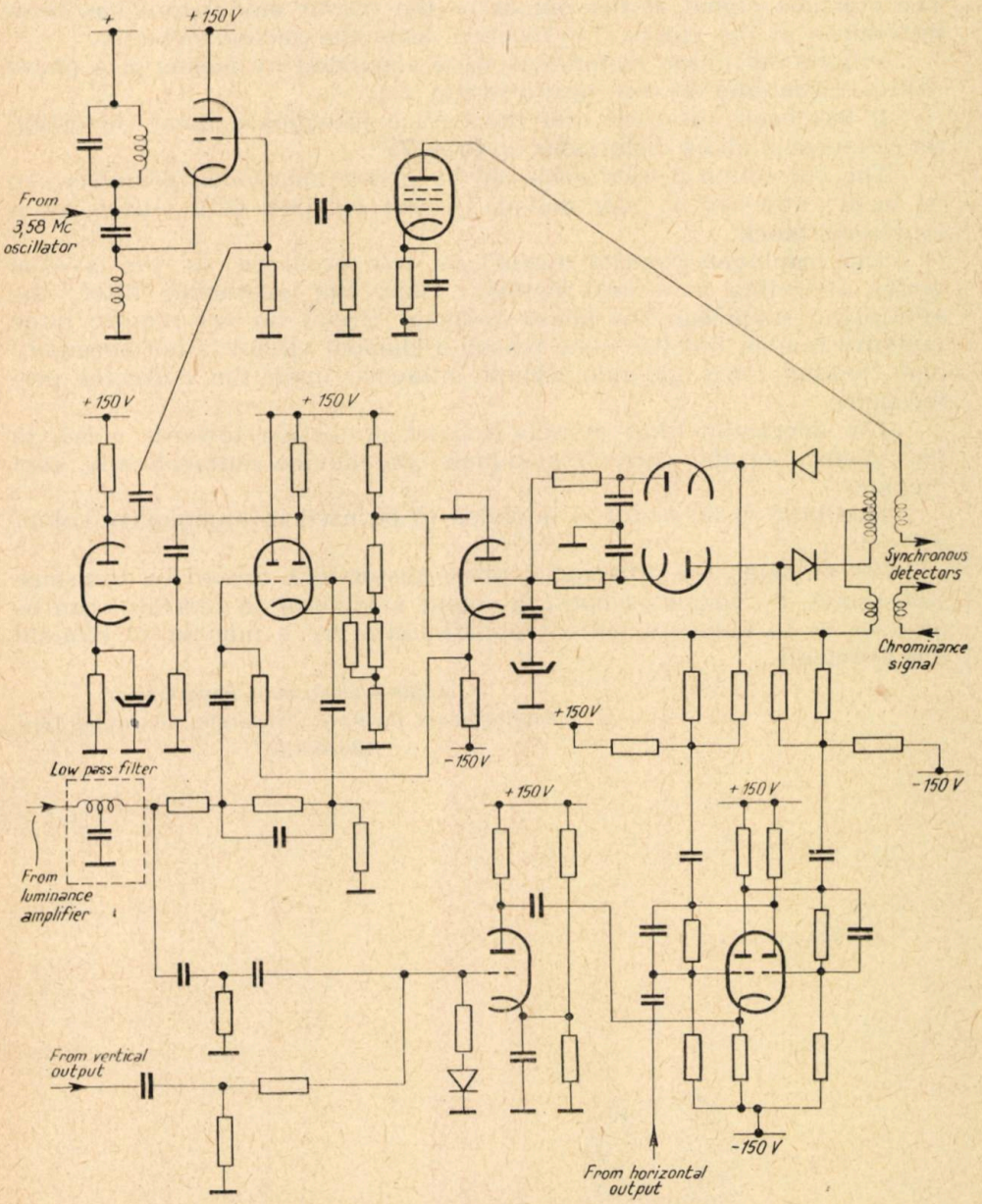


Fig. 13.

VI. **Test results and conclusions**

The device has been tested by means of a colour bar generator. The complex signal at the output of the colour modulators has been introduces in the colour TV receiver after the second detector.

Differential phase distorsions were simulated by means of a phase shifter resembling the one described (fig. 11).

It has been observed that the device provides a good correction for differential phase distorsions up to $\pm 75°$.

The correction device achieved by above mentioned principle can be easily attached to any colour TV set equiped with valves, as a functional block.

The employed circuits needn't be too accurace as the system works according to a zero method. Thus, the averaging filter, the multiplyng stage and the phase-corrector circuit do not require large linearity ranges. For the sume reason a clamper circuit is not necessary and "fadding" has an unimportant influence upon the corrector performance.

The averaging filter assures a good protection towards noise. In the absence of the correction signals, the device automatically kept blocked.

This kind of corrector is intended to be used in highquality colour TV sets.

For reducing the differential phase distorsions caused by transmission relays, by magnetoscopes, in colour modulators a corrector can be used so as to assure a better approximation by a number of straight line segments.

Applied Electronics Departament
Polytechnical Institute „Gheorghe Gheorghiu-Dej"
Bucharest

F 1130

SUMMARY OF THE REVIEWS IN 1968

Nr.

FOREIGNS LANGUAGES

A. Selivanov, Silvia Ciungan, Viorica Dănilă, Ludmila Farcaș, Roza Gandelman, Zina Guțu, Tatiana Rudner. Some Aspects in Connection with the Teaching of Foreigns Languages in the Polytechnic Institute . . . . . 3—4

MATHEMATICS

Mariana Craiu. Properties of the Fourier Series Associated to a Non Integrated Function of Given Double Singularities 2

C. Staicu. General Dimensional Analysis 2

M. St. Botez. Observations on the Pedal Transformation of Conics . . . . . 3—4

I. M. Miu. Contribution to the Study of Differential Polynominals . . . . . 3—4

A. Tănăsescu. About a Special Projection Network . . . . . 3—4

Z. Stoian. About Cauchy's Condensation Criterion . . . . . 3—4

A. Tănăsescu. A Perspective Reconstruction Derived from the Newton's Perspective 5—6

PHYSICS

I. Gheghea. On Certain Problems Concerning The Ultrasonic Fault Detector at High Temperatures 1

C. Cristescu, Diana Moisil. Ellipsometric Effects of Double Thin Layers . . . 2

H. Fuia, Tr. Crațu. About an Improvement in the Method of Radioactive Viscosimetry . . . . . 3—4

G. Moisil. Some Theoretical Considerations Concerning the Transition Layer Between Two Isotropic Media . . . . . 5—6

D. Anghelescu. Some Principle Aspects of the Error Analysis . . . . . 5—6

D. Bogdan, H. Fuia, C. Protop, I. Viță. Superfluidity Corrections by Using the Woods-Saxon Potential for Some Transitions in Deformed Nuclei . . . 5—6

CHEMISTRY

Nr.

Gr. Teodorescu, Ileana Niculescu. Methods for Proportioning N — Chlorine-ethyl-cichlohexilamine 1

A. Ianu, Agneta T. Cerbu, Aurelia Dinescu. The Dosage of Calcium and Magnesium in Concentrate Solutions of Manganese Nitrate or Sulphate . . . 2

A. Ianu, Ludmila Seceleanu, Sanda Alexandrescu. The Method of Turning to Account the Silica Gelresidual Product of the Superphosphate Industry as a Subsitute for Talcum in the Preparation of Pesticides . . . . . 5—6

Gr. Teodorescu, Ana Maria Lupu. Zinc Dosage Method . . . . . 5—6

TECHNOLOGICAL CHEMISTRY

F. M. Albert, D. Camboli, Margareta Cupper, Eva Butuceanu. Infrared Spectra of Complex Combinations of Zn^{2+}, Cd^{2+} and Hg^{2+} 2

I. Blum, Fr. Barca, Anca Bidulescu. Influence of the Barren Gangue Content of Coal on Infrared Absorption Spectra 2

I. Blum, Fr. Barca. The Structural Characteristics of Some Petrographical Concentrates Separated from Rumanian Coal . . . . . 3—4

S. Solacolu, R. Dinescu, D. Popescu-Haș. Wollastonic Faiences in the $CaO \cdot SiO_2$—$3\ Al_2O_3 \cdot 2\ SiO_2$—$SiO_2$ System . . . . . 3—4

O. Solomon, I. Ciută. The Dependence of Huggins Constant with the Molecular Weight . . . . . 3—4

I. Blum, Fr. Barca. Investigation of the Structure of Rumanian Coals by Means of IR-absorbtion Spectra . . . . . 5—6

Annemarie Puri, I. Teoreanu, P. Baltă. High Blast Furnace Slag Special Cements 5—6

I. Constantinescu, Irina Constantinescu, T. V. Mărculețiu, Iulia Strugaru. Recovery of Lead Form of Lead Oxide from the Volatile Dusts Resulted from Non-ferrous Metallurgy . . . . . 5—6

MECHANICS

Al. Marinescu, C. Guță. General Equations of the Movement of Spatial Vehicles in the Process of Approaching and Meeting on the Orbits 1

N. I. Manolescu, P. Antonescu, M. Dranga. s. Cepleu, Mechanism for Welding Elliptic-segment Recipients 1

Iolanda Roban, I. Tempea. High-speed Cams 1

C. Guță, Al. Marinescu. Consideration on the Best Way of Haudling Cosmic Misiles Propelled by Reactive Low Traction Engines . . . . . 3—4

Iolanda Roban, I. Tempea. On the Integration of the Movement Differential Equation of the Cam-takket Elastic System . . . . . 3—4

HYDRAILICS

Nr.

D. Pavel, Gh. Zidaru. Trailing Edge Velocity and the Determination of the Stagnation Point for Aerfoils Songle or Incorporated in Lattices . . . . . 3—4

STRENGTH OF MATERIALS

V. Bogdan. Unit Stresses and Distortions in a Disk in Rotation Movement . . 2

V. Drobotă. Validity Limits of the Formulae Expressing the Buckling Critical Load for the Swinging Continuous Beams . . . . . 5—6

THERMODYNAMICS

Tr. Nicolescu, Al. Dănescu, Vs. Radcenco. Considerations Concerning the Exergetic Analysis of Heat Exchange Processes in Thermal and Refrigerating Plants 1

HEAT ENGINE

M. Postelnicescu, C. Neuga. Avoiding Corrosion of Boilers in Which Fuels Containing Sulfur are Burnt by Means of Solutions Depending Only on their Operation . . . . . 3—4

DETAILS OF MACHINES

M. Renert. On the Roller-extruder Theory . . . . . 5—6

N. Lașcu Simion. Contributions to the Specification of the Strength Calculation Bases for Various Strains at High Temperatures . . . . . 5—6

METAL TECHNOLOGY

I. Sonea. Physical Processes for Electric Welding under Slag Bath and Their Influence on Crystallization 1

ELECTRIC POWER

C. Dinculescu, D. Cristescu, B. Ungureanu. Parametric Study of the Station Atmospheric Overvoltages by Means of Digital Computers 1

C. Dinculescu, P. Buhuș, B. Pavel. Contral System for Scenic Lighting of the Theatre and Television Studios . . . . . 3—4

E. Constantinescu. Analysis and Optimizing of Electric Supply Schemes of Industrial Aggregate Works from Network . . . . . 3—4

ELECTRICAL NETWORK

Nr.

E. Potolea. Study of Static Stability in Electroenergetics. Systems of Nonlinear Characteristics . . . . . 3—4

E. Potolea. Use of the Standardized Symmetrical Components for the Study of the Non- Symmetrical States in the Threephase Electrical Networks . . . 5—6

ELECTRICITY

N. Galan. The Starting Moment of the Shades Pole Motor 1

M. Sand, A. Crăciunescu, Gh. Nitu. On the Use of Magnetic Amplifiers as Current Unipolar Pulse Generators 2

I. Babuția. On the Dependence of the Stray Losses on the Interiron of Asynchronous Machines 2

AUTOMATION

S. Florea. Some Problems Concerning the Fluid Amplifier Interconnection Dynamics 5—6

METALLURGY

A. Aloman. Structure and Properties of Solid Solutions in the Interval La_2Te_2—La_2CeTe_4 2

ELECTRONICS

M. Petrescu. Frequency Characteristic of a Two Stage Transistors Amplifier Used in Impedance Sign Inverters 1

C. D. Bulucea. The Influence of Carrier Injection Through Emitter Sidewall on Current Gain Properties of Small Area Double Diffused Planar Transistors 2

Ed. Nicolau. A Cybernetical Approach to Learning Systems . . . . . 3—4

D. Stanomir. Mathematical Methods for Random Processes with Application to Stationary Random Processes . . . . . 3—4

Al. Spătaru, G. Mityko, I. Kuhn. Corrections System of Some Colour Distortions Caused by Differential Phase . . . . . 5—6

TRANSPORT

Al. Popa, C. Carabulea. Mathematical Models and Logical Scheme for Railways. Electrifyng and Diesel Dotation of Railroads Optimalisation 2

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ „GRAFICA NOUĂ" II. BUCUREȘTI — c. 8364

INDICAȚII REDACȚIONALE

Manuscrisele vor fi prezentate în două exemplare, dactilografiate la două rînduri și colaționate de autor. Relațiile matematice și formulele se vor scrie cît mai clar, cu cerneală.

Desenele și graficele vor fi executate în tuș negru pe hîrtie de calc, numerotate și prezentate separat cu un borderou cuprinzînd nr. curent și legenda fiecărei figuri. Locul figurilor se va indica în text. Scrisul pe figuri va fi cel standardizat.

În continuarea textului, pentru fiecare exemplar se va da bibliografia de referință și, pe cîte o foaie separată de hîrtie, cîte un rezumat, în limbile : rusă, franceză, germană și engleză. La bibliografie se va indica în mod obligatoriu : numele și inițialele de prenume ale autorului, titlul și volumul lucrării, editura, locul și anul apariției, sau periodicul în care a apărut, volumul, anul, pagina inițială și finală a articolului.

Bibliografia se va întocmi în ordinea de citare în text si se va numerota curent. Referințele la bibliografie se vor face în text prin indicarea numărului de ordine al lucrării, încadrat în paranteze drepte, de exemplu [5].

Întreaga responsabilitate pentru exactitatea calculelor, datelor experiențelor și afirmațiilor științifice revine numai autorilor. Conducerea revistei își rezervă dreptul de a nu publica materialele necorespunzătoare.

40820

1969 JUL 1